

**STUDIO DELLE PERDITE ELETTRICHE IN
CORRENTE ALTERNATA NEI SISTEMI
ELETTRICI DI POTENZA CON
SUPERCONDUTTORI AD ALTA TC**

Dottorato Di Ricerca in Ingegneria Elettrotecnica

Sede Di Bologna

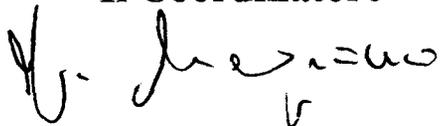
XII CICLO

TRIENNIO 1996 - 99

Tesi di Dottorato di

PIERO LA CASCIA

Il Coordinatore



Il Tutore



RINGRAZIAMENTI...

I miei più sentiti ringraziamenti vanno all'ENEL – SRI che ha permesso lo svolgimento del lavoro descritto in questa tesi di Dottorato, finanziando la Borsa di Studio e mettendo a mia disposizione il Laboratorio di Superconduttività (ex CISE SpA) di Segrate (MI).

Desidero inoltre ringraziare il personale di tale laboratorio che durante questo lavoro mi ha assistito sia sul piano professionale, attraverso numerosi consigli, sia sul piano umano.

Un ringraziamento particolare lo vorrei fare al Dott. Vanni Ottoboni che mi ha seguito durante tutto lo svolgimento del lavoro, mettendomi a disposizione tutto quanto era necessario per il buon esito del lavoro.

Un ringraziamento è doveroso anche per coloro che per ragioni diverse mi hanno seguito solo in alcune fasi di questo lavoro: in principio il Dott. Sergio Zannella, successivamente il Dott. Luigi Bigoni, il Dott. Ezio Cereda, la Dott.ssa Renza Berti, il Dott. Franco Barberis e il Dott. Franco Curcio.

Vorrei citare anche il Dott. Luciano Martini che sebbene in modo occasionale ha comunque dato il suo contributo alla mia formazione scientifica.

Infine un ringraziamento lo vorrei fare anche alla BICC Cable, che mi ha permesso di utilizzare i dati dei nastri che produce.

INDICE

CAPITOLO I

- 1.1 Introduzione pag. 1
- 1.2 Obiettivi della ricerca pag. 3
- 1.3 Stato dell'arte sui meccanismi di perdita nei superconduttori
ad alta T_c pag. 6
 - 1.3.a Analisi qualitativa generale pag. 14
 - 1.3.b Modello di Norris pag. 18

CAPITOLO II

- 2.1 Descrizione del modello fisico di nastro rettilineo pag. 20
 - 2.1.a Metodo ($T - \Omega$) pag. 24
 - 2.1.b Metodo ($A - \Phi$) pag. 26
 - 2.1.c Analisi comparativa pag. 29
- 2.2 Descrizione del modello fisico avvolgimento solenoidale pag. 29

CAPITOLO III

- 3.1 Introduzione pag. 36
- 3.2 Nastro rettilineo pag. 36
 - 3.2.a Definizione dei parametri di griglia pag. 38
 - 3.2.b Discretizzazione del sistema di equazioni pag. 42
- 3.3 Avvolgimento solenoidale pag. 48

CAPITOLO IV

- 4.1 Introduzione pag. 51
- 4.2 Considerazioni preliminari alle tecniche di misura delle
dissipazioni in corrente alternata con metodi elettrici pag. 51

4.3	Considerazioni generali ai sistemi di misura con l'amplificatore a lock-in	pag. 53
4.4	Descrizione del circuito di misura delle dissipazioni su nastri rettilinei corti	pag. 57
4.5	Descrizione del circuito di misura delle dissipazioni su avvolgimenti solenoidali	pag. 62
4.5.a	Descrizione del circuito con il lock-in	pag. 66
4.5.b	Descrizione del circuito con il wattmetro	pag. 67

CAPITOLO V

5.1	Introduzione	pag. 69
5.2	Misure sperimentali	pag. 69
5.3	Analisi comparativa tra dati calcolati e sperimentali	pag. 71
5.4	Conclusioni	pag. 74

CAPITOLO I

1.1 INTRODUZIONE GENERALE

La diffusione dei dispositivi elettrici, fabbricati con superconduttori anziché con conduttori convenzionali, si basa molto sulla prospettiva di una riduzione complessiva delle perdite e di un maggiore rendimento, oltre ad una sostanziale riduzione dei volumi e del peso dovuta ad una densità di corrente più elevata [1].

Nelle applicazioni in corrente continua, prevalentemente come magneti per la generazione di alti campi, e per ottenere immagini di risonanza magnetica, la convenienza economica è ormai un dato acquisito.

Tuttavia in quei dispositivi che operano in regimi di correnti e tensioni variabili nel tempo, le dissipazioni elettriche nel superconduttore non sono più trascurabili, specie in quelli ad alta T_c , pertanto il progetto e l'ottimizzazione di questi richiede un'analisi accurata.

Il valore assoluto delle dissipazioni nei superconduttori è molto più basso di quelle nei conduttori convenzionali, tale differenza può raggiungere anche i 2 ÷ 3 ordini di grandezza, per correnti comprese tra 70 ÷ 100 % quella critica, in autocampo. Tuttavia nei dispositivi elettrici di potenza i conduttori sono sottoposti a campi magnetici molto più elevati, e le dissipazioni nei superconduttori sono fortemente dipendenti dal campo magnetico: già per campi di alcune decine di mT, si possono avere degli incrementi delle dissipazioni di 1 ÷ 2 ordini di grandezza, rispetto ai valori che si hanno in autocampo.

Occorre inoltre considerare che la temperatura di esercizio deve essere mantenuta su valori inferiori a quella critica, e l'efficienza dei cryocooler, nelle condizioni migliori, cioè per i superconduttori ad alta T_c (77 K), è comunque intorno a 1:15 (per ogni W di calore asportato a 77 K occorrono 15 W di potenza assorbita da cryocooler) [1].

Questi dati sono sufficienti per mettere in evidenza che per avere bassi costi di esercizio dei dispositivi di potenza, fabbricati con superconduttori, occorre mantenere le dissipazioni elettriche su valori molto inferiori a quelle che si manifestano nei conduttori convenzionali, in modo da avere la minore quantità possibile di calore da asportare, mediante il sistema di raffreddamento.

Da questa considerazione si possono individuare almeno due linee di ricerca, aventi entrambe lo scopo finale di ridurre, per quanto possibile, le dissipazioni elettriche nei dispositivi fabbricati con superconduttori.

Vi sono linee di ricerca che puntano ad individuare nuovi processi di sintesi dei materiali superconduttori già noti, con un miglioramento delle proprietà elettriche, e quindi con valori di corrente critica più elevati di quelli attualmente disponibili, o che cercano nuovi materiali superconduttori con migliori proprietà elettriche, ed in particolare con correnti critiche più elevate.

Altre linee di ricerca invece si limitano ad elaborare criteri di ottimizzazione, attraverso l'analisi di diverse configurazioni in cui un dispositivo elettrico di potenza può essere realizzato, per individuare quella corrispondente al valore più basso di dissipazione. Un elemento essenziale per questo tipo di ricerca, è la disponibilità di opportuni modelli fisico-matematici in grado di calcolare le dissipazioni elettriche in questi dispositivi, già in sede di progetto, basandosi solo sulle proprietà elettriche dei superconduttori ed, ovviamente, i dati di progetto del dispositivo stesso (dimensioni geometriche, correnti e tensioni nominali, temperatura di esercizio, ecc...).

Allo stato attuale non esistono dei modelli per il calcolo delle dissipazioni elettriche su questi materiali, così generali, da poter essere applicati indifferentemente a tutti i dispositivi, pertanto per ognuno di essi occorre elaborare dei modelli specifici. Inoltre quelli presenti in letteratura sono adatti per sistemi di geometria semplice, che se da un lato forniscono delle indicazioni molto utili sui meccanismi dissipativi di questi materiali, dall'altro non sono adatti, per descrivere le dissipazioni nei dispositivi, dove la presenza di materiali di supporto e la stessa geometria del conduttore, rendono il problema più complesso.

Sono possibili diversi tipi di approccio allo studio dei meccanismi di perdita nei superconduttori, questi comunque si possono riassumere in due categorie molto generali, che si potrebbero definire di tipo fisico, e di tipo ingegneristico.

Gli approcci di tipo fisico si pongono il problema di capire le cause dei meccanismi dissipativi nei superconduttori, attraverso un'analisi microscopica dei fenomeni, in modo da elaborare delle teorie in grado di descrivere tali meccanismi dissipativi al livello molecolare. Da questo tipo di analisi si possono ottenere delle informazioni molto utili per la comprensione più generale del fenomeno superconduttivo in questi materiali, e per individuare nuovi processi di sintesi di materiali superconduttori con migliori proprietà elettriche.

Gli approcci di tipo ingegneristico, invece, si basano sull'evidenza sperimentale, che determinati meccanismi dissipativi si manifestano nei superconduttori. Il problema pertanto è individuare dei modelli fisici, di tipo macroscopico, in grado di descrivere questi meccanismi, in modo da avere degli strumenti di calcolo delle perdite in questi materiali, fondamentali in sede di progetto e di ottimizzazione di dispositivi elettrici, fabbricati con tali materiali.

Sebbene siano già stati costruiti prototipi di quasi tutte le macchine elettriche, come avvolgimenti per magneti, per trasformatori, per motori, per limitatori di corrente, cavi per la trasmissione di potenza, e su di esse siano già disponibili dei dati sperimentali, non tutti questi dispositivi hanno raggiunto un livello di sviluppo tecnologico tale, da permettere il loro inserimento nel mercato, neanche nel breve periodo. Quelli più avanzati, cioè già disponibili in commercio sebbene in un mercato ancora ristretto, sono i limitatori di corrente, magneti per SMES e cavi per la trasmissione di potenza.

Inoltre solo i superconduttori a bassa temperatura critica già presenti sul mercato, da qualche anno, mentre quelli ad alta T_c scontano un costo elevato dei processi di fabbricazione, pertanto i dispositivi realizzati con superconduttori ad alta T_c . Tuttavia recentemente sono stati realizzati cavi per la trasmissione di potenza, con superconduttori ad alta T_c , di tipo commerciale e probabilmente nei prossimi anni si potrà assistere ad una loro ampia diffusione.

1.2 OBIETTIVI DELLA RICERCA

L'approccio usato nell'analisi sviluppata nei capitoli successivi è di tipo ingegneristico. Questo significa che l'obiettivo primario non è tanto la comprensione della fisica di base dei fenomeni dissipativi in questi materiali, quanto la definizione di un modello in grado di descriverle, soprattutto nelle condizioni di esercizio in cui devono operare all'interno dei dispositivi.

I dati di partenza quindi sono le proprietà elettriche del materiale superconduttore come risultano direttamente dalle rilevazioni sperimentali, mentre il risultato finale è la dissipazione elettrica nel superconduttore nelle condizioni di esercizio tipiche dei dispositivi in cui si trova.

I dispositivi elettrici di riferimento usati in questa analisi sono il nastro multifilamentare e l'avvolgimento solenoidale nei dispositivi SMES.

Il nastro multifilamentare è costituito da un insieme di filamenti di materiale superconduttore, da 15÷20 fino a 60÷70, immersi in una matrice di materiale di supporto, di solito argento o lega argento-magnesio. La tecnica più usata per la fabbricazione di questi nastri e quella definita come Oxide Powder In Tube (OPIT) [2,3].

Il materiale superconduttore usato in questi nastri è il BSSCO, un sistema cristallino contenente gli elementi Bi-Sr-Ca-Cu-O, legati tra loro secondo determinati rapporti stechiometrici. In particolare questo sistema cristallino ha due fasi superconduttive: $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+x}$ (Bi-2223) con $T_c = 110$ K e $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_1\text{Cu}_2\text{O}_{8+x}$ (Bi-2212) con $T_c = 85$ K. La fase usata nelle applicazioni alla temperatura dell'azoto (77 K) è quella Bi-2223, poiché tanto più bassa è la temperatura di esercizio rispetto a quella critica, tanto migliori sono le proprietà elettriche del superconduttore [4].

Il nastro multifilamentare è l'elemento di base per la fabbricazione di cavi superconduttori e avvolgimenti, per questa ragione è molto importante conoscere il suo comportamento, anche dal punto di vista delle dissipazioni elettriche, nelle diverse condizioni operative.

L'attività di ricerca è stata divisa in due piani di lavoro: uno di tipo teorico e l'altro di tipo prevalentemente sperimentale.

L'attività teorica ha l'obiettivo di definire un modello fisico-matematico in grado di descrivere le dissipazioni elettriche nel superconduttore nei dispositivi di riferimento. In particolare l'analisi si concentra sulle dissipazioni isteretiche in presenza di campo magnetico esterno.

Nelle prime fasi l'analisi si focalizza sul nastro multifilamentare. L'obiettivo è il calcolo delle dissipazioni isteretiche su questi nastri, trascurando gli effetti di bordo, dovute alla presenza simultanea di una corrente di trasporto e di un campo magnetico esterno. I dati noti sono le dimensioni geometriche del nastro, le proprietà elettriche del nastro, rilevate direttamente dalle misure sperimentali, e l'espressione della corrente di trasporto e del campo magnetico esterno.

L'impostazione del problema è generale, nel senso che il modello sviluppato è valido per qualsiasi espressione della corrente di trasporto e del campo magnetico esterno, tuttavia la risoluzione numerica è stata fatta solo per i regimi sinusoidali.

Nelle fasi successive l'analisi si sposta sull'avvolgimento, cercando di estendere il modello definito nelle fasi precedenti per il nastro, agli avvolgimenti. L'obiettivo finale consiste nel calcolo delle dissipazioni isteretiche nell'avvolgimento, direttamente dalle proprietà elettriche del nastro.

L'attività sperimentale ha l'obiettivo di rilevare dei dati da usare come confronto con quelli calcolati con il modello definito nell'attività teorica. L'aspetto cruciale di questa attività è la messa a punto di sistemi adatti per le misure di dissipazione elettrica sul nastro multifilamentare e su prototipi di avvolgimenti di piccola taglia (da alcuni decimi di mH ad alcune decine di mH).

Da un lato le caratteristiche del segnale, dall'altro il grado di accuratezza richiesto rendono i sistemi di misura tradizionali non adeguati a questo tipo di misure, a meno di accorgimenti specifici. Il contenuto dell'attività sperimentale consiste proprio nello studio e nella realizzazione in laboratorio di questi accorgimenti, allo scopo di rendere i sistemi di misura tradizionali adatti a questo tipo di misure.

1.3 STATO DELL'ARTE SUI MECCANISMI DI PERDITA NEI SUPERCONDUTTORI AD ALTA T_c

I superconduttori ad alta T_c , compreso quindi il BSSCO, appartengono alla categoria dei superconduttori del II Tipo, questo significa, in termini molto generali, che la transizione dallo stato superconduttivo a quello normale non è rapida, e durante questa transizione il superconduttore manifesta uno stato, definito stato misto, in cui sono presenti entrambi gli stati: superconduttivo e normale.

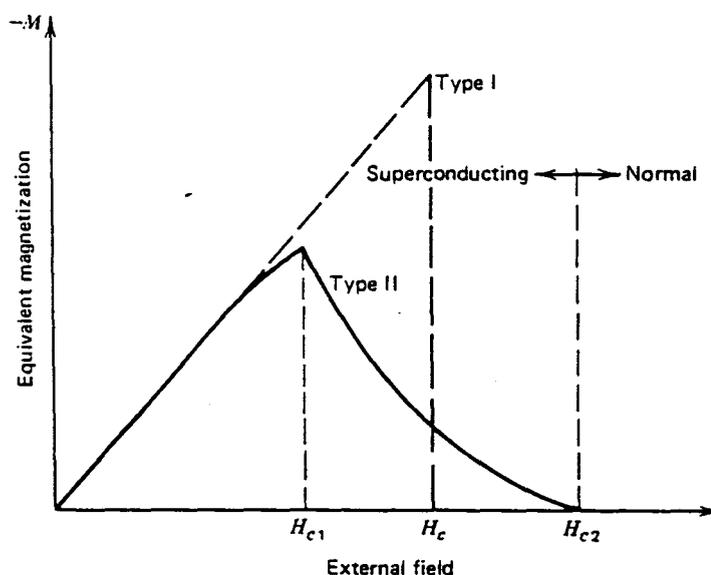


Fig. 1.1 – Magnetizzazione diamagnetica equivalente in funzione del campo magnetico nei materiali superconduttori del Tipo I e II [4].

La fig. 1.1 rappresenta la magnetizzazione diamagnetica equivalente in un campione di superconduttore in funzione del campo magnetico esterno, in assenza di correnti di trasporto. In questa figura si può notare lo stato misto dei superconduttori del II Tipo e la differenza rispetto a quelli del I Tipo, dove la transizione è rapida. Nello stato misto il campo esterno penetra parzialmente nel superconduttore e si dispone in una griglia ordinata di tubi di flusso magnetico, detti flussoidi. Una caratteristica molto importante di questi flussoidi è che il flusso intrappolato ha un valore quantizzato, e vale $2,07 \cdot 10^{-15}$ Wb [4]. La struttura dei flussoidi è rappresentata nella fig. 1.2, dove si possono osservare due flussoidi orientati in direzione ortogonale al piano esteso di una lastra di

materiale superconduttore. All'interno dei flussoidi c'è una regione in cui il materiale è nello stato normale, nelle regioni adiacenti circolano le correnti su un percorso circolare (vortici di corrente) che schermano il flusso contenuto nei flussoidi. Nelle regioni interne ai flussoidi il materiale si trova nello stato superconduttivo.

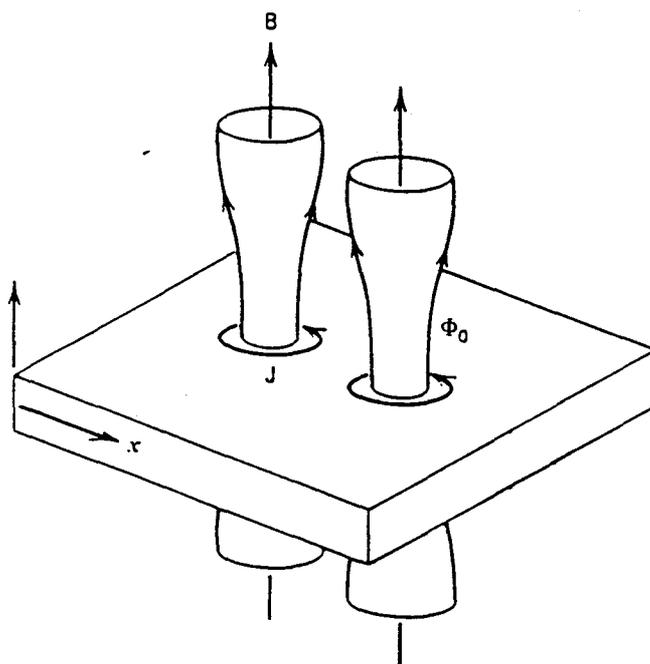


Fig. 1.2 – Schema della struttura dei flussoidi con i vortici di corrente nei superconduttori del Tipo II.

Quando il materiale superconduttore è attraversato da una corrente di trasporto, la forza di Lorentz innesca un'interazione tra i flussoidi e la corrente di trasporto. Questa forza tende a muovere i flussoidi, l'effetto di questo moto è un campo magnetico variabile nel materiale e soprattutto nelle regioni in cui questo si trova nello stato normale. Questo campo variabile induce un campo elettrico nelle regioni normali, e quindi una dissipazione complessiva dovuta alla presenza simultanea di un campo elettrico e una densità di corrente.

Il moto dei flussoidi non si attiva per qualsiasi valore di corrente e soprattutto può attivarsi anche per altre forze. In particolare le imperfezioni nel reticolo cristallino del materiale superconduttore agiscono sui flussoidi come dei centri di ancoraggio, esercitando su essi una forza definita forza di pinning: il moto dei flussoidi si attiva solo quando la forza complessiva che agisce su di esso è superiore a quella di pinning.

C'è un valore della densità di corrente, caratteristico del materiale, in corrispondenza del quale la forza di Lorentz è uguale a quella di pinning, questo valore è definito densità di corrente critica J_c .

Per valori di densità di corrente pari a J_c , si attiva il moto massiccio di tutti i flussoidi, e il materiale si avvia in questo modo alla transizione completa allo stato normale. Questo fenomeno di moto di massa dei flussoidi è definito flux flow [4].

Tuttavia il moto di alcuni flussoidi può attivarsi anche quando la densità di corrente è molto inferiore a quella critica. In particolare l'agitazione termica dei flussoidi, insieme alla forza di Lorentz della corrente di trasporto, può essere per alcuni di essi sufficiente a attivare il moto dei flussoidi. Ovviamente più è alto il valore della corrente di trasporto, più alto è il numero dei flussoidi che si mettono in moto a causa dell'agitazione termica. Questo fenomeno è definito flux creep [5,6].

In sintesi sia nella regione del flux flow che in quella del flux creep l'effetto finale è una presenza simultanea di un campo elettrico \mathbf{E} ed una densità di corrente \mathbf{J} , e quindi di una dissipazione elettrica.

Le equazioni fondamentali per il calcolo delle dissipazioni elettriche nei materiali sono le seguenti:

$$\begin{cases} P = \int_{\text{Volume}} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}) dV \\ \mathbf{E} = \mathbf{f}(\mathbf{J}) \end{cases} \quad (1.1)$$

dove l'integrale è riferito al volume del materiale.

Da quest'espressione si può notare che le dissipazioni elettriche sono fortemente correlate con l'equazione costitutiva $\mathbf{E} = \mathbf{f}(\mathbf{J})$, che esprime la relazione tra il campo elettrico e la densità di corrente all'interno del materiale. L'equazione costitutiva, di fatto, riassume con grandezze macroscopiche ciò che avviene all'interno del materiale, quindi dai cenni di fisica di base sui superconduttori del II Tipo, esposti nelle righe precedenti, si può intuire che in questi materiali la relazione costitutiva deve riassumere almeno due fenomeni (flux flow e flux creep).

In generale nei superconduttori la relazione tra il campo elettrico e la densità di corrente non è lineare, inoltre questa dipende fortemente anche da altri parametri, i più importanti sono la temperatura, il campo magnetico esterno e la direzione della corrente di trasporto, dovuta alla forte anisotropia di questi materiali.

Secondo un approccio di tipo ingegneristico occorre evidenziare che anche i processi di fabbricazione e le lavorazioni successive sul materiale hanno un'influenza non trascurabile sull'equazione costitutiva.

Infatti sono sufficienti piccole variazioni nei processi di fabbricazione per avere delle variazioni significative nelle proprietà elettriche dei materiali ottenuti [2,3,7]. Solo recentemente questi processi sono stati ottimizzati, nel senso che sono state individuate le correlazioni tra le varie fasi del processo di fabbricazione e le proprietà elettriche del materiale ottenuto, e quindi sono state fatte quelle modifiche necessarie per migliorare il più possibile le proprietà elettriche del materiale finale.

Tuttavia rimane ancora aperto il problema delle lavorazioni successive, cioè quelle necessarie per fabbricare i dispositivi elettrici dal conduttore ottenuto, in particolare i processi di avvolgimento per ottenere magneti e cavi, poiché ad ogni lavorazione meccanica corrisponde un degrado, più o meno marcato, delle proprietà elettriche [8,9]. Infine anche i materiali di supporto possono influenzare le proprietà elettriche complessive del conduttore realizzato con materiali superconduttori. Questi materiali di supporto sono necessari per ottenere delle prestazioni migliori in un senso più generale. Da un lato c'è tutta la problematica legata alla stabilità del superconduttore, occorre cioè evitare che, nel caso in cui nel superconduttore si verifichi una transizione locale dallo stato superconduttivo allo stato normale, questa zona non si propaghi, innescando in questo modo la transizione totale del superconduttore [6]. Dall'altro occorre avere anche delle buone proprietà meccaniche, per avere il minor degrado possibile delle proprietà elettriche, durante le lavorazioni meccaniche, come per esempio, l'avvolgimento per fabbricare magneti e cavi [8,9].

Da queste considerazioni emerge per una descrizione completa del comportamento elettrico dei materiali superconduttori, quindi anche per una descrizione delle dissipazioni elettriche su questi materiali occorre conoscere sia la relazione tra il campo elettrico e la densità di corrente, che quelle che esprimono la dipendenza delle proprietà elettriche del materiale dai parametri precedentemente individuati (temperatura, campo magnetico, ecc...).

In particolare le relazioni che esprimono queste dipendenze di solito si presentano nella seguente forma:

$$J_c = g(\mathbf{B}, T, \dots) \quad (1.2)$$

Dove J_c rappresenta il valore della densità di corrente critica, mentre l'argomento della funzione nel membro di destra dell'equazione contiene tutte le variabili che si vogliono considerare e che influenzano le proprietà elettriche del superconduttore. La densità di corrente critica che compare nella (1.2) di solito è quella corrispondente ad un campo elettrico di $1 \mu\text{V} / \text{cm}$, come risulta direttamente da una misura in corrente continua. Si

tratta di un criterio arbitrario, visto che come già spiegato la transizione dallo stato superconduttivo a quello normale non è rapido, pertanto sul piano sperimentale non è sufficiente affermare che la J_c corrisponde a quel valore per cui si ha la transizione. È infatti possibile individuare con le dovute argomentazioni altri criteri per definire la J_c .

In letteratura sono disponibili diversi modelli che forniscono delle espressioni esplicite per la seconda equazione di (1.1) e la (1.2), alcune si basano su argomentazioni fisico-matematiche altre su rilevazioni sperimentali dirette. Nella parte successiva di questo capitolo sono descritte le linee essenziali e i limiti dei modelli più diffusi.

Modello dello stato critico (CSM)

È il modello più semplice usato per descrivere l'equazione costitutiva, le equazioni fondamentali sono le seguenti [4]:

$$\begin{cases} \mathbf{J} = J_c(T, \mathbf{B}) \cdot \frac{\mathbf{E}}{E} \\ \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Da queste segue che se nel superconduttore c'è un campo elettrico, allora c'è anche una corrente, pari a quella critica, e quindi anche una dissipazione elettrica, dovuta alla presenza simultanea di un campo elettrico e una densità di corrente entrambi non nulli. Diversamente la corrente iniziale si mantiene costante nel tempo; questo significa che può manifestarsi anche il caso in cui c'è una corrente non nulla nel superconduttore, senza campo elettrico, quindi senza dissipazione.

Per la relazione (1.2) sono disponibili due modelli [4] molto semplici che tengono conto solo del campo magnetico, supponendo costanti tutte le altre variabili:

- **Modello di Bean**

$$J_c(\mathbf{B}) = J_c$$

- **Modello di Kim**

$$J_c(B) = \frac{J_{c,0}}{f(B)}$$

in cui $J_{c,0}$ è la densità di corrente in corrispondenza di campo nullo, e $f(B)$ è un polinomio, di solito di secondo grado, estrapolato dai dati sperimentali.

Le equazioni (1.3) insieme ai modelli di Bean o Kim, sono sufficienti per descrivere completamente le dissipazioni nei superconduttori, tuttavia questi modelli si basano su ipotesi semplici, che non sempre descrivono bene il comportamento reale del superconduttore, e sebbene siano molto utili per un'analisi qualitativa del fenomeno dissipativo in questi materiali, in generale non sono altrettanto utili per un'analisi quantitativa, che può essere fatta solo per casi di geometria particolarmente semplice, come per esempio lastre sottili con superficie molto estesa, in cui si possono trascurare gli effetti di bordo.

In particolare il modello dello stato critico approssima molto bene il comportamento dei superconduttori a bassa T_c , dove la transizione dallo stato superconduttivo a quello normale è molto rapida, mentre nei superconduttori ad alta T_c , dove la transizione è più lenta, questo modello può essere usato solo per analisi qualitative. Inoltre i superconduttori ad alta T_c sono fortemente anisotropi, questo significa che i vettori E e J , in generale non sono allineati. L'anisotropia è così forte che l'approssimazione di considerare la corrente di trasporto solo nelle direzioni parallele al piano cristallino a-b, è molto buona, infatti la corrente nella direzione ortogonale a tali piani, a parità di campo elettrico, è inferiore di alcuni ordini di grandezza rispetto a qualsiasi direzione parallela ai piani a-b. Per questo motivo, nei superconduttori ad alta T_c , la relazione tra E e J si limita a considerare solo le componenti parallele al piano cristallino a-b.

Modello dello stato critico esteso (ECSM) e modello del flux creep e flux flow

Dall'analisi della caratteristica E - J come si rileva dalle misure sperimentali sui superconduttori ad alta T_c , emergono subito due sostanziali differenze tra il comportamento reale, in questi materiali, e quello descritto con il modello dello stato critico.

Innanzitutto la transizione dallo stato superconduttivo a quello normale non è così rapida da essere descritta con una funzione a gradino, che di fatto rappresenta una transizione istantanea. Anche per valori di densità di corrente poco superiori a J_c , il campo elettrico si mantiene su valori limitati, questo significa che a causa della presenza simultanea di un campo elettrico ed una densità di corrente, s'innescano fenomeni dissipativi, senza comunque avere una transizione completa allo stato normale (stato misto). Questa regione (flux flow), si estende da valori di densità di corrente prossimi a J_c fino a valori compresi tra 1,5 e 2 volte J_c .

Inoltre anche per valori inferiori a J_c , il valore del campo elettrico è molto basso ma non nullo come prevede il CSM, quindi anche in questa regione si hanno dei meccanismi dissipativi, sicuramente molto bassi ma non nulli (flux creep). Questa regione si estende fino a valori di densità di corrente prossimi a J_c .

In letteratura sono disponibili diversi modelli fisico-matematici sui fenomeni che caratterizzano queste due regioni della caratteristica E-J dei superconduttori ad alta T_c . Tuttavia in un approccio di tipo ingegneristico, per l'analisi delle dissipazioni sui dispositivi realizzati con superconduttori, è sufficiente rilevare che ci sono queste particolarità nella relazione E-J in questi materiali, e che si possono descrivere con funzioni più o meno complesse, senza addentrarsi nei particolari microscopici dei fenomeni che si manifestano in queste due regioni [4,6].

Il modello dello stato critico esteso (ECSM [10]) costituisce un'estensione del CSM per tenere conto di della regione del flux flow. Il ECSM è uguale al CSM per valori di densità di corrente fino a J_c , per valori superiori i due modelli sono differenti. Nel ECSM la transizione non è istantanea, e il campo elettrico è proporzionale alla densità di corrente critica, con il coefficiente di proporzionalità costante e definito come resistività di flux flow ρ_f ; le equazioni del ECSM pertanto sono le seguenti:

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{J} \frac{\rho_f (J - J_c)}{J} & J \geq J_c \\ \mathbf{E} = \mathbf{0} & J < J_c \end{cases} \quad (1.4)$$

Il ECSM ha quindi il vantaggio di descrivere meglio il comportamento elettrico dei superconduttori ad alta T_c , rispetto al CSM, per valori alti della densità di corrente, tuttavia nelle espressioni (1.4) non si tiene conto della regione del flux creep.

Il modello del flux flow e flux creep è una variante del ECSM che tiene conto anche della regione del flux creep, le equazioni corrispondenti seguenti:

$$\begin{cases} \mathbf{E} = 2 \cdot E_c \cdot \sinh\left(\frac{U_0}{k \cdot \Theta} \frac{J}{J_c}\right) \cdot \exp\left(-\frac{U_0}{k \cdot \Theta}\right) \frac{\mathbf{J}}{J} & \text{se } 0 < J < J_c \\ \mathbf{E} = \left[E_c + \rho_f \cdot J_c \cdot \left(\frac{J}{J_c} - 1\right) \right] \frac{\mathbf{J}}{J} & \text{se } J > J_c \end{cases} \quad (1.5)$$

in cui E_c rappresenta il campo elettrico corrispondente a J_c , k la costante di Boltzman, Θ la temperatura in K e U_0 l'energia di ancoraggio dei centri di pinning.

Questo modello descrive il comportamento elettrico dei superconduttori ad alta T_c molto meglio del CSM, tuttavia anche questo presenta alcuni limiti.

Innanzitutto in corrispondenza di J_c c'è una discontinuità nella derivata della curva E-J, come del resto anche nei modelli CSM e ECSM, e questo può creare dei problemi se si vuole utilizzare questa relazione in elaborazioni che richiedono l'uso di operatori integrali e differenziali; soprattutto in quei casi dove si eseguono delle analisi sul comportamento elettrico di questi materiali, per valori di densità di corrente in un intorno di J_c .

Inoltre la determinazione dei parametri contenuti nelle (1.5) non è semplice, in particolare l'energia di pinning e la resistività di flux flow non possono essere misurati direttamente, e non è neanche possibile calcolarli mediante espressioni semplici. Se non sono noti a priori i valori di questi parametri, l'unica possibilità per determinarli consiste in una estrapolazione dalla caratteristica E-J, come risulta dalle misure sperimentali. In altri termini occorre dimensionare i valori di questi parametri in modo che la curva teorica si sovrapponga, per quanto possibile, a quella sperimentale.

Anche questo modello comunque presenta una deviazione significativa rispetto al comportamento reale nella regione del flux flow.

La resistenza di flux flow non è costante rispetto alla densità di corrente, come previsto da questo modello, ma varia in funzione della densità di corrente, pertanto la caratteristica E-J per valori di densità di corrente superiori a J_c , non è una retta.

Per quanto riguarda la regione del flux creep, in letteratura sono disponibili altre relazioni, oltre a quella presentata in (1.5). Tutte hanno una struttura di base di tipo esponenziale, tuttavia tra loro ci sono delle differenze significative, e queste possono avere un'influenza più o meno marcata anche sui risultati finali di analisi che si basano su queste relazioni [6].

Nonostante queste limitazioni è comunque possibile sviluppare delle analisi quantitative sui superconduttori che si basano su questo modello, e in letteratura sono disponibili diversi lavori che si basano proprio sul modello flux flow e flux creep.

Modello “n-power law”

L'esigenza di determinare una relazione che approssimi meglio la caratteristica sperimentale E-J, e di avere una sola relazione in tutto l'intervallo di valori di densità di corrente, all'interno del quale studiare il comportamento elettrico dei superconduttori ad alta T_c , ha portato allo sviluppo della seguente relazione [6] :

$$E = E_c \exp\left(\frac{J - J_c}{J_1}\right) \frac{J}{J} \quad (1.6)$$

con $J_1 = J_{c,0} \frac{k_b T}{U_p}$

E_0 rappresenta il campo elettrico corrispondente a J_c , di solito $E_0 = 1 \mu\text{V} / \text{cm}$, T è la temperatura in K, k_b è la costante di Boltzman e U_p è l'energia di pinning (responsabile della forza di pinning). Questa relazione approssima molto bene la caratteristica reale nell'intervallo di valori del campo elettrico compresi tra 0,1 e 2 $\mu\text{V} / \text{cm}$, comunque può essere usata anche per valori esterni a questo intervallo, anche se con un'approssimazione più ridotta.

In alternativa alla (1.6), che presenta comunque il problema di determinare il valore di J_1 , è molto usata anche la seguente espressione (n-power law) [10]:

$$E = E_0 \left(\frac{J}{J_c}\right)^n \frac{J}{J} \quad (1.7)$$

Che ha il vantaggio di essere più semplice della (1.6); inoltre il valore di J_c e n , in corrispondenza di precisi valori della temperatura e del campo magnetico, possono essere misurati direttamente, in modo semplice. La (1.7) è anche molto più facile da usare in analisi che si basano sul comportamento elettrico di questi materiali, poiché le variabili E e J possono essere poste una in funzione dell'altra senza alcuna difficoltà; inoltre è derivabile su tutto l'intervallo di definizione e quindi può essere usata per elaborazioni che richiedono l'uso di operatori integrali e differenziali.

1.3.a Perdite isteretiche nei superconduttori: analisi qualitativa

Si consideri una lastra con facce piane e parallele di superconduttore in un campo magnetico esterno variabile nel tempo $B_a(t)$, parallelo alla superficie della lastra, come mostrato in fig. 1.3. Si supponga inoltre che lo spessore della lastra b sia molto inferiore delle dimensioni L_y e L_z (ipotesi di lastra sottile).

Per un'analisi generale, è sufficiente utilizzare il modello dello stato critico per la relazione E-J, e quello di Bean per la relazione J_c -B; questo significa che la corrente critica non dipende dal campo magnetico, e che in ogni punto del superconduttore la densità di corrente vale $+J_c$, $-J_c$ oppure è nulla.

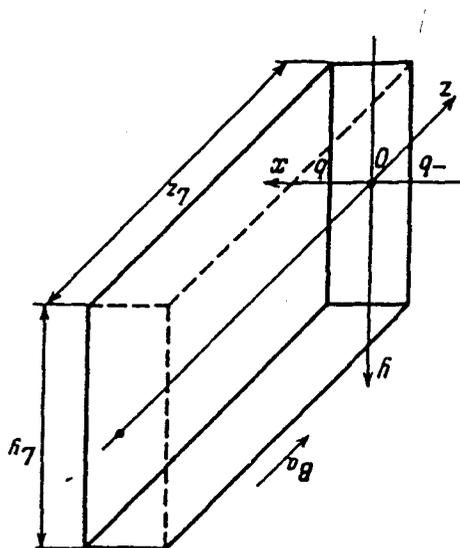


Fig. 1.3 – Schema di superconduttore con facce piane e parallele (lastra sottile), con la terna di riferimento e il vettore del campo magnetico esterno.

Si assuma che nell'istante $t = 0$ il campo magnetico sia uniforme e pari a B_0 , e in un tempo t_q aumenti in modo monotono crescente fino a $B_a(t_q) = B_0 + B_m$, con una derivata pari a $\dot{B}_a > 0$.

Questo campo magnetico variabile induce nel superconduttore un campo elettrico $E(x,t)$, e quindi delle correnti. La distribuzione del campo elettrico $E(x,t)$ come quello della densità di corrente e del campo magnetico all'interno della lastra di superconduttore, si calcola mediante le equazioni di Maxwell (caso monodimensionale):

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial x} &= \pm \mu_0 j_c \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= \frac{\partial B}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Poiché a $x = \pm b$ il campo magnetico è $B(\pm b) = B_a(t)$ (condizione al contorno) dalle (1.8) si ottiene la seguente distribuzione per il campo magnetico:

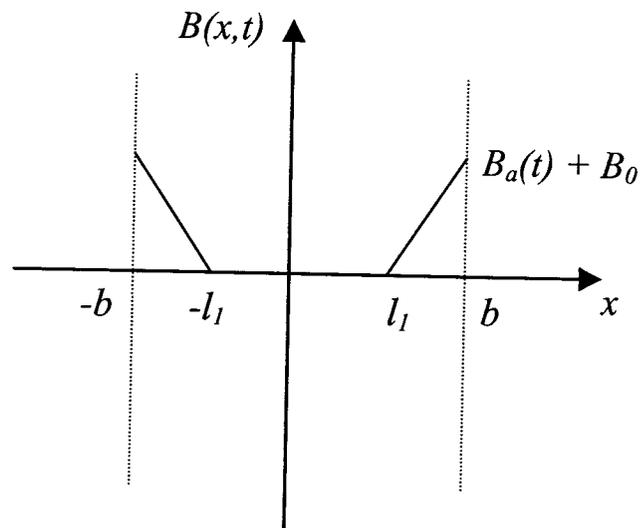
$$\begin{aligned} B(x,t) &= B_a(t) \pm (x \mp b) \mu_0 j_c \\ \frac{\partial B}{\partial x} &= \dot{B}_a \end{aligned} \quad (1.9)$$

La funzione $E(x)$ dipende dalla differenza $\Delta B = B_a(t) - B_0$ e dal campo magnetico di penetrazione totale $B_p = \mu_0 j_c b$. Per $\Delta B < B_p$ lo stato critico si stabilisce solo in una parte del campione, cioè per $|x| > l_1$ dove $l_1 = b - \Delta B / \mu_0 j_c = (1 - \Delta B / B_p) b$. In questa regione la distribuzione del campo elettrico, ottenuto dalle (1.9) è data dalla seguente funzione:

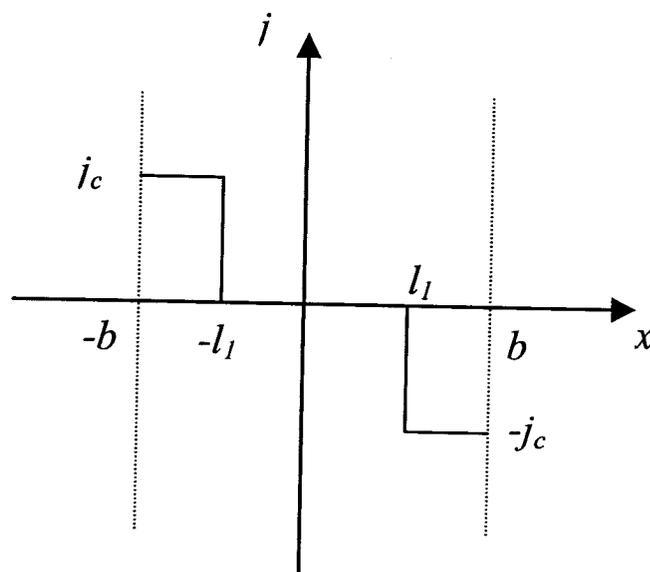
$$E(x) = \begin{cases} \dot{B}_a(x-l_1) & \text{se } x > l_1 \\ 0 & \text{se } |x| < l_1 \\ \dot{B}_a(x+l_1) & \text{se } x < -l_1 \end{cases} \quad (1.10)$$

Per $\Delta B \geq B_p$ lo stato critico si manifesta su tutto lo spessore, e dalle (1.9) si ottiene la seguente espressione:

$$E(x) = B_a x \quad (1.11)$$



(a)



(b)

Fig. 1.4 – Schema della distribuzione del campo magnetico (a) e della densità di corrente (b) all'interno della lastra sottile di superconduttore, secondo il modello dello stato critico di Bean.

La densità di potenza dissipata si ottiene utilizzando le (1.10) e (1.11):

$$\dot{Q}_h = \begin{cases} \frac{1}{b} \int_{l_1}^b j_c E dx = \frac{\Delta B^2 \dot{B}_a}{2\mu_0 B_p} & \text{se } \Delta B < B_p \\ \frac{1}{b} \int_0^b j_c E dx = \frac{B_p \dot{B}_a}{2\mu_0} & \text{se } \Delta B \geq B_p \end{cases} \quad (1.12)$$

Da questa espressione si può osservare che la densità di potenza è proporzionale alla derivata temporale del campo magnetico, e che per $B_a \geq B_0 + B_p$ si raggiunge un valore di saturazione.

Se si integrano le (1.12) rispetto al tempo si trova che l'energia dissipata nel superconduttore, dovuta ad una variazione monotona crescente del campo magnetico esterno, da $B_a = B_0$ a $B_a = B_0 + B_m$, è data dalle seguenti espressioni:

$$Q_h = \int_0^{t_q} \dot{Q}_h dt = \frac{B_m^3}{6\mu_0 B_p} \quad \text{se } B_m < B_p \quad (1.13)$$

$$Q_h = \int_0^{t_q} \dot{Q}_h dt = \frac{B_p}{2\mu_0} \left(B_m - \frac{2}{3} B_p \right) \quad \text{se } B_m \geq B_p \quad (1.14)$$

Da queste si può notare che l'energia dissipata Q_h non dipende dalla derivata temporale del campo magnetico esterno \dot{B}_a , ma dal valore del campo massimo e da quello del campo di penetrazione. Questo meccanismo di dissipazione è definito di tipo isteretico.

Dal punto di vista fisico, la dissipazione di tipo isteretico è dovuta a fenomeni di magnetizzazione. Questo significa che in generale la dissipazione nei superconduttori dipende dalla storia magnetica del materiale, ed in particolare dalla distribuzione iniziale del campo magnetico.

Con un'analisi simile a quella svolta per il caso di una variazione di campo non monotona crescente, si possono ricavare le espressioni delle dissipazioni isteretiche nella lastra sottile di superconduttore, anche nei casi di regime sinusoidale. Queste espressioni, riferite ad un ciclo, sono le seguenti:

$$Q_h = \frac{2}{3} \frac{B_m^3}{\mu_0 B_p} \quad \text{se } B_m < B_p$$

$$Q_h = \frac{2B_p}{\mu_0} \left(B_m - \frac{2}{3} B_p \right) \quad \text{se } B_m \geq B_p$$

Anche in questo caso le dissipazioni dipendono solo dal valore del campo massimo e da quello del campo di penetrazione.

Sebbene in un approccio di tipo ingegneristico i valori numerici che si ottengono da queste analisi non si possono ritenere utili, tali analisi sono comunque necessarie per una descrizione qualitativa del fenomeno dissipativo allo scopo di capire quali sono le grandezze fisiche che hanno un'influenza maggiore sulla dissipazione nei superconduttori ad alta T_c . In particolare queste sono il campo magnetico massimo e il campo di penetrazione, che dipende anche dalle dimensioni geometriche del superconduttore.

1.3.b Modello di Norris

Il modello di Norris, diversamente dall'analisi generale sviluppata nella sezione precedente, consente anche delle valutazioni quantitative delle dissipazioni nei superconduttori. In [11] sono sviluppate delle analisi su diversi casi di superconduttori di diversa geometria attraversati da corrente sinusoidale.

In particolare in [11] c'è un'ampia analisi sulla dissipazione isteretica su nastri isolati (cioè in autocampo) monofilamentari di superconduttore, attraversati da corrente sinusoidale.

I casi considerati sono: nastro con sezione ellittica e nastro con sezione rettangolare sottile (il rapporto tra il lato maggiore e quello minore è maggiore di dieci), entrambi in autocampo e attraversati da una corrente sinusoidale di ampiezza variabile ma inferiore a quella critica.

Le ipotesi di base:

- a) modello dello stato critico: in ogni punto la densità di corrente vale $+J_c$, $-J_c$ o è nulla;
- b) modello di Bean: la corrente critica non dipende dal campo magnetico;
- c) la corrente critica uniforme: si assume che nessun parametro possa influenzare il valore della corrente critica;
- d) materiale uniforme: il nastro è costituito solo da superconduttore e non ci sono altri materiali.

Le relazioni finali che si ottengono sono:

$$Q_{el}(i) = \frac{I_c^2 \mu_0}{\pi} \left[(1-i) \log(1-i) + i - \frac{1}{2} i^2 \right] \quad \text{per la sezione ellittica,}$$

$$Q_{ret}(i) = \frac{I_c^2 \mu_0}{\pi} \left[(1-i) \log(1-i) + (1+i) \log(1+i) - i^2 \right] \quad \text{per la sezione rettangolare sottile,}$$

con $i = \frac{I_0}{I_c}$, I_0 ampiezza della corrente di trasporto e I_c corrente critica.

Queste relazioni costituiscono un ottimo riferimento per le misure di dissipazione isteretica su nastri multifilamentari di BSSCO, in autocampo. Da queste misure si può notare che le due curve del modello di Norris (v. fig. 5.4 del Cap. V) corrispondenti alla sezione ellittica e a quella rettangolare sottile, costituiscono un intervallo di valori all'interno del quale si trovano i dati misurati.

Questo aspetto è dovuto alle differenze tra la sezione reale del nastro multifilamentare e quelle considerate in [11]. La distribuzione di corrente reale è compresa tra gli estremi costituiti dalle sezioni ellittica e rettangolare sottile. Inoltre nel nastro reale la sezione non è uniforme a causa dei materiali di supporto non previsti dal modello di Norris.

I limiti del modello di Norris non sono dovuti ai valori che si ottengono per i casi considerati, che si possono ritenere buoni nonostante le differenze con il nastro reale precedentemente evidenziate, ma piuttosto nella ristrettezza dei casi considerati. In particolare il modello di Norris non può essere utilizzato per valori di corrente superiore a quella critica e in presenza di un campo magnetico esterno. Queste condizioni di esercizio sono tipiche dei dispositivi elettrici di potenza, dove sono presenti campi esterni, anche elevati, e i valori nominali di corrente possono anche essere in alcune regioni del conduttore superiori a quella critica.