Capitolo 2
Misure su impianti elettrici in presenza di armoniche

2.1 Qualità dell'energia elettrica

Le misure su impianti operanti in regimi non sinusoidali richiedono non solo la disponibilità di strumentazione adatta ma anche di essere supportate da metodologie corrette dal punto di vista teorico. Quest'ultimo aspetto è stato per lungo tempo affrontato come uno sviluppo della teoria valida per lo studio dei sistemi in regime sinusoidale. Questo approccio ha dato luogo a infinite discussioni (in particolare sulla corretta definizione e misura della cosiddetta "potenza reattiva in regime sinusoidale") e prodotto una bibliografia vastissima.

Dal momento che la strumentazione di tipo digitale che usa le tecniche di DSP (Digital Signal Processing), cioè di elaborazione numerica dei segnali campionati, consente di misurare qualunque grandezza anche priva di significato fisico, purché abbia una definizione matematica, perde di validità il criterio classico che valuta corretta la definizione di una grandezza fisica se questa è misurabile [6]. Un tale criterio si fonda sulla sola disponibilità di strumenti che basano il loro funzionamento su fenomeni fisici (si pensi agli strumenti di misura con convertitori elettromeccanici).

Abbastanza recentemente si è manifestata la tendenza ad abbandonare la ricerca di una teoria (power theory) comunque valida in condizioni non sinusoidali (teoria sostanzialmente basata su tentativi di generalizzazione della definizione di potenza reattiva). Questa impostazione era stata criticata già agli inizi in [6] e non ha retto all'interrogativo: "Per quale scopo è utile una unica power theory?". In [11] si è suggerito che la power theory dovrebbe avere diversi sviluppi a seconda degli obiettivi. Ad esempio, in [15] si sono indicati la caratterizzazione dei parametri di impianti, misure per il monitoraggio del carico e tariffazione e compensazione della potenza non attiva.

Da tempo, in vista dell'attuazione del mercato unico, la Comunità Europea ha emanato Direttive affinché i prodotti rispondano a determinati standard di qualità e per difendere i consumatori ed i loro beni dai danni causati da prodotti difettosi. In questo contesto, fin dal 1985 con la direttiva 85/374, l'elettricità è stata equiparata ad un prodotto. Sorge dunque il problema di definirne la *qualità* per poterla certificare mediante misure all'atto della fornitura. A questo scopo è utile fare riferimento alla normativa emessa dalla ISO, International Organization for Standardization, la quale ha dedicato alla valutazione della qualità di prodotti e servizi le norme di una serie nota come "Serie ISO 9000".

Secondo la Norma ISO 8402 la *qualità* di un prodotto è l'insieme delle proprietà e delle caratteristiche che gli conferiscono la capacità di soddisfare esigenze espresse o implicite. Una tale definizione va però tradotta in termini operativi. Dal punto di vista dell'utente, ad esempio, qualunque variazione di frequenza o tensione che causi malfunzionamenti o guasti di apparecchiature costituisce un problema di qualità della fornitura di energia elettrica.

Operare la misura della qualità è un processo che pone diversi problemi. In primo luogo va osservato che la misura della qualità di un prodotto richiede la disponibilità di caratteristiche di riferimento. Le misure sulla qualità sono in buona parte misure della conformità tra le caratteristiche del prodotto in esame e le caratteristiche di riferimento. In pratica, si misura la mancanza di qualità, più che la qualità in se stessa.

Le misure per la certificazione della qualità dovrebbero poi servire anche per la attribuzione di responsabilità per le non conformità, in caso di reclami, inadempienze contrattuali, ecc. Questo è un aspetto delicato la cui importanza è molto probabilmente destinata a crescere quanto più si estendono i processi di liberalizzazione del mercato dell'energia elettrica. Il passaggio dal monopolio relativo a produzione, trasmissione e distribuzione dell'energia elettrica al libero mercato procede a ritmi diversi nei diversi paesi. Ad esempio, nel prossimo anno in Gran Bretagna più di venti milioni di piccoli utenti potranno scegliere il loro fornitore di energia elettrica, in attuazione di una sorte di principio di "libero accesso" alla rete elettrica.

È facile comprendere quali problemi debbano essere superati per operare correttamente misure volte alla certificazione della qualità e alla individuazione delle responsabilità per non conformità del prodotto se si considera che l'elettricità è un prodotto che ha caratteristiche peculiari. La tensione fornita ad un utente ha caratteristiche che dipendono anche dai tipi di carico degli altri utenti; l'energia elettrica deve essere prodotta al momento della richiesta giacché non è immagazzinabile in qualità significative; le cause che ne degradano la qualità non sono del tutto controllabili dalle aziende fornitrici (che possono però applicare penalità per scoraggiare l'inserzione di carichi "inquinanti"); l'utente, anche se insoddisfatto, non può chiedere la sostituzione del prodotto. Negli USA vi sono compagnie che per ovviare a quest'ultimo aspetto offrono contratti in cui sono previsti sconti in caso di insoddisfazione da parte dell'utente. Ciò rimanda di nuovo alla necessità di definire adatte grandezze, le metodologie per la loro misura e richiede la progettazione di strumenti dedicati. È prevedibile che nel prossimo futuro si passerà dai tradizionali misuratori di energia elettrica a strumenti capaci di misurare anche la "qualità dell'energia". La individuazione di grandezze o indici di qualità, e dei relativi metodi di misura, che risultino significativi dal punto di vista fisico e operativo, sono questioni critiche; l'espressione "qualità dell'energia" (che traduce l'espressione

inglese "power quality") viene infatti usata con significati diversi a seconda delle circostanze ed in relazione alle attese, talvolta contrastanti, del fornitore di energia elettrica e dell'utente.

È pressoché intuitivo comprendere che sarebbe opportuno definire la "qualità della fornitura" (che interessa in particolare all'utente) e la "qualità del prelievo" (che interessa al fornitore).

Per un lungo periodo, il concetto di "qualità dell'energia", dal punto di vista dell'utente, ha sostanzialmente fatto riferimento alle continuità di servizio; mentre la qualità del prelievo (qualità dal punto di vista del fornitore) è stata ed è tuttora misurata dal cosφ . È noto infatti che, al di sopra di una certa potenza impegnata, è contrattualmente prevista una penale per "bassa qualità" del prelievo.

La rilevanza delle problematiche riconducibili alla "compatibilità elettromagnetica" è attualmente tale che la "qualità della fornitura" non può essere solo riferita a numero e durata delle interruzioni della alimentazione ma, più in generale, deve tener conto dell'influenza che i disturbi condotti hanno sulle caratteristiche della tensione fornita nel punto di consegna.

Per questo motivo la Norma CEI EN 50160 [1] ha definito e descritto le caratteristiche che la tensione fornita da una rete pubblica di alimentazione deve rispettare in termini di frequenza, ampiezza, forma d'onda e simmetria delle tensioni trifasi. Nel normale funzionamento della rete tali caratteristiche sono soggette a variazioni (causate da eventi esterni, da manovre e dai carichi degli utenti) che hanno carattere aleatorio nel tempo per uno specifico punto di consegna e, nell'insieme dei punti di consegna, per un dato istante. Perciò la EN 50160 fissa dei limiti statistici per alcune caratteristiche; ne sono un esempio le prescrizioni relative alla frequenza[1]:

"La frequenza nominale della tensione fornita deve essere di 50Hz. In condizioni normali di esercizio il valore medio della frequenza fondamentale misurato in un intervallo di 10 secondi

- per i sistemi con collegamento sincrono ad un sistema interconnesso deve essere compresa nell'intervallo:

  50Hz±1% (per esempio 49.5...50.5Hz) durante il 95% di una settimana,

  50Hz+4%/-6% (per esempio 47...52Hz) durante il 100% di una settimana,

- per i sistemi senza collegamento sincrono ad un sistema interconnesso (ad esempio sistemi di alimentazione di talune isole):

  50Hz±2% (per esempio 49...51Hz) durante il 95% di una settimana,

  50Hz±15% (per esempio 42.5...57.5Hz) durante il 100% di una settimana."

[1] Se dal punto di vista concettuale risulta un'astrazione parlare di regime sinusoidale, nella pratica gli effetti delle variazioni aleatorie della frequenza possono essere trattati (almeno per il tipo di misure considerate in questa tesi) come delle sorgenti di incertezza.

In presenza di disturbi periodici, la misura della qualità del prelievo pone però problemi sia teorici sia operativi. Si va affermando la consapevolezza che il fattore di potenza è inadeguato a misurare la qualità del prelievo. D'altra parte, condensare in indici le informazioni contenute nelle forme d'onda distorte comporta inevitabilmente una perdita di informazione.

La EN 50160 non indica metodologie per la caratterizzazione, mediante misure in linea, della qualità della fornitura separatamente da quella del prelievo in un certo punto di consegna. Rimanda, per taluni problemi specifici, ad altre norme che però non li trattano in maniera esaustiva.

Benché in un impianto elettrico le tensioni e le correnti siano affette da disturbi periodici, armonici e non (per quest'ultimi, basta ricordare quelli che danno luogo al fenomeno del flicker), ed aperiodici (transitori di regolazione o di inserzione, buchi di tensione, microinterruzioni, eccetera) in questo capitolo si farà sostanzialmente riferimento a disturbi di tipo armonico.

Si è ritenuto opportuno svolgere una parte dedicata alle definizioni di grandezze in regime non sinusoidale. Si evidenzierà che sono anche in uso metodi di misura inaffidabili basati su definizioni non corrette.

2.2 Alcuni aspetti della Norma EN 50160

Come già detto la Norma EN 50160 descrive le principali caratteristiche della tensione ai terminali di alimentazione degli utenti nei sistemi pubblici di distribuzione di energia elettrica a media e bassa tensione in condizioni di esercizio normale in termini di: frequenza; ampiezza; forma d'onda; simmetria delle tensioni trifase.

Queste caratteristiche sono soggette a variazioni durante il normale esercizio di un sistema di alimentazione a seguito di variazioni di carico, di disturbi generati da determinate apparecchiature e di eventi esterni (principalmente guasti). Le caratteristiche variano in modo aleatorio sia nel tempo, con riferimento ad uno specifico terminale di consegna, sia nella posizione, con riferimento a qualunque istante assegnato. A causa di queste variazioni ci si può aspettare il superamento dei livelli delle caratteristiche in un ridotto numero di casi. Alcuni dei fenomeni che incidono sulla tensione sono particolarmente imprevedibili, cosicché è impossibile dare valori specifici per le caratteristiche corrispondenti. I valori dati nella Norma per tali fenomeni, ad esempio buchi di tensione e interruzioni, devono essere interpretati di conseguenza.

Il flusso di energia agli apparecchi dell'utente determina delle correnti elettriche che sono più o meno proporzionali ai prelievi degli utenti. Quando queste correnti passano nei conduttori del sistema di alimentazione provocano delle cadute di tensione. L'ampiezza della tensione di alimentazione fornita ad un utente in qualunque istante è funzione delle cadute di tensione cumulate in tutti i componenti del sistema attraverso i quali l'utente è alimentato, ed è determinata sia dalla sua domanda specifica, sia dai simultanei prelievi di altri utenti. Poiché il prelievo di ogni utente varia costantemente, ed esiste u ulteriore variazione nel grado di contemporaneità tra i prelievi dei vari utenti, anche la tensione di alimentazione è variabile. Per tale ragione la tale Norma tratta le caratteristiche della tensione in termini statistici e probabilistici.

L'elettricità raggiunge l'utente attraverso un sistema di componenti di produzione, di trasporto e di distribuzione. Ogni componente del sistema è soggetto a danni o guasti dovuti a sollecitazioni determinate da diverse cause che possono influenzare o addirittura interrompere l'alimentazione ad uno o più utenti.

Per mantenere la frequenza costante, è necessario disporre di una generazione di elettricità adattabile ad ogni istante alla domanda simultanea di tutti gli utenti. Poiché sia la capacità di generazione che la domanda possono variare considerevolmente, specialmente in caso di guasti nei sistemi di generazione, trasmissione o distribuzione, esiste sempre un rischio di squilibrio, da cui risulta un aumento o una diminuzione della frequenza. Questo rischio, tuttavia, è ridotto collegando

diversi sistemi in un'ampia rete interconnessa, la cui capacità di generazione è molto grande in rapporto alle variazioni che potrebbero prodursi.

La Norma infine nota come, rispetto ad alcune caratteristiche, la qualità dell'elettricità dipende più dall'utente che dal produttore o dal distributore. In questi casi, l'utente è un collaboratore essenziale del fornitore al fine di mantenere la qualità dell'elettricità. Questa affermazione non trova però traduzioni operative nella Norma in termini di misura di grandezze o indici, né rimandi esaustivi ad altri documenti normativi. In questo capitolo viene affrontato il problema della separazione della responsabilità dei contributi alla distorsione della tensione. Nel successivo capitolo 3 viene trattato il problema della corretta caratterizzazione del fenomeno del flicker luminoso causato da fluttuazioni della tensione di rete.

2.3 Analisi di Fourier per la rappresentazione completa di un segnale

La figura 2.1 mostra che quando un carico non lineare D assorbe una corrente non sinusoidale, anche la tensione nella sezione di misura M-M risulta distorta per effetto dell'impedenza equivalente Z_S della rete. La stessa figura mostra come a causa di Z_S (che è ovviamente funzione della frequenza) la tensione in M-M possa essere distorta anche per effetto di "sorgenti" D_O distorcenti non controllabili dall'utente in questione. La tensione in M-M può inoltre essere affetta anche da disturbi non periodici dovuti o ai carichi schematizzati con D e D_0 o a vicende operative della rete, per effetto di regolazioni, distacco di grossi carichi, guasti, ecc. In ogni caso i disturbi vengono condotti dalla rete di alimentazione costituendo un problema sia per il distributore che per il singolo utente al quale è fornita una tensione a vuoto non sinusoidale.

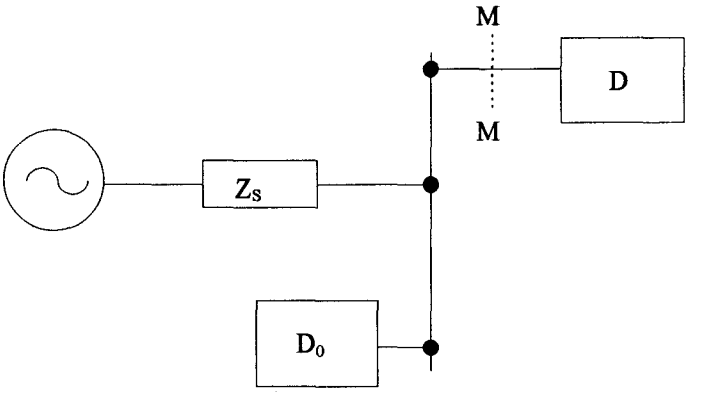

Figura 2.1 Schema semplificato che mostra come la tensione nel punto di consegna e misura MM possa essere distorta sia dal carico D sia da sorgenti di distorsione D_0 non direttamente controllabili dall'utente che gestisce D.

Se assumiamo come regime ideale di riferimento quello sinusoidale di frequenza industriale con correnti in fase con la tensione (e, in trifase, con terne di tensione e corrente di sequenza diretta e in fase tra loro) la caratterizzazione del regime effettivo richiede:

- a frequenza industriale, la stima di valori efficaci, di potenze o di loro integrali, di sfasamenti (in trifase anche la determinazione dei componenti simmetrici);
- la caratterizzazione dei disturbi classificabili come non periodici o periodici; questi ultimi possono essere asincroni o sincroni con la frequenza di rete.

In accordo con questa ampia casistica, le problematiche relative ai metodi e agli strumenti per l'estrazione, dalle grandezze di rete, delle informazioni utili a caratterizzare il regime elettrico effettivo coprono un ambito assai vasto: caratterizzazione di eventi aleatori, analisi di segnali

modulanti, analisi armonica, analisi di segnali non armonici. La tesi si occupa prevalentemente di misure su impianti con tensioni e correnti affette da soli disturbi periodici.

Nella rappresentazione $w(t)$ di un segnale w come funzione reale della variabile reale t sono contenute tutte le informazioni relative al segnale medesimo. Tuttavia, quando occorre procedere all'elaborazione o all'analisi del segnale, la funzione $w(t)$ non è un supporto molto efficace. L'analisi di Fourier fornisce lo spettro di ampiezza e fase del segnale, restituendo tutta l'informazione contenuta in $w(t)$ in una forma più utile per le misure. Infatti, se un segnale passa per un sistema lineare tempo-invariante, lo spettro del segnale viene modificato in ampiezza e fase ma non in frequenza. L'effetto del sistema sullo spettro in frequenza del segnale w è poi più facile da interpretare che non l'effetto sulla funzione $w(t)$. Avendo utilizzato l'analisi di Fourier per descrivere il segnale, i coefficienti di Fourier contengono inoltre informazioni più compatte e in una forma più utile in pratica.

La serie di Fourier stabilisce una relazione tra una funzione nel dominio del tempo e quella stessa funzione nel dominio delle frequenze. Più in generale, la trasformata di Fourier e la sua inversa sono usate per mappare qualunque funzione nell'intervallo da -∞ a +∞, sia nel dominio del tempo che della frequenza, in una funzione continua nel dominio inverso. La serie di Fourier rappresenta quindi il caso speciale della trasformata di Fourier applicata ad un segnale periodico. Dato un segnale $w(t)$ periodico non sinusoidale, il suo sviluppo in serie di Fourier può essere così rappresentato:

$$w = W_0 + \sum_{n=1}^{N_V} w_n = W_0 + \mathrm{Re}\left[\sum_{n=1}^{N_V} \sqrt{2} W_n e^{j\Phi_n} e^{jn\omega_1 t}\right]; \qquad (2.1)$$

dove W_0 è la componente continua del segnale (cioè il valore medio in un periodo che, ovviamente, nullo se la grandezza è alternata); ω_1 è la pulsazione alla frequenza industriale; ϕ_n è l'angolo di fase delle armoniche, N_W è il più elevato ordine di armonica che ancora influenza sensibilmente il segnale (convenzionalmente, per le misure della distorsione armonica, la EN 50160 pone N_w=40.

2.3.1 Trasformata di Fourier per un segnale aperiodico

La generalizzazione dello sviluppo di Fourier per funzioni aperiodiche fu suggerita dallo stesso Fourier è può essere dedotta, in modo intuitivo, dallo sviluppo in serie di una funzione periodica di

durata limitata nella ipotesi che il periodo T tenda all'infinito. Supponendo che esso sia finito e tenendo presente che $\omega_0=2\pi/T$ per tale segnale $w(t)$ si può scrivere

$$w(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}W_n e^{j\frac{2\pi}{T}nt}$$

con

$$W_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}w(t)e^{-j\frac{2\pi}{T}nt}dt\,.$$

Facendo riferimento ad una particolare armonica a frequenza $f=n/T_0$, queste espressioni possono essere così riscritte:

$$W_nT=\int_{-T/2}^{T/2}w(t)e^{-j2\pi ft}dt=W(f))$$

$$w(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}W_nTe^{j\frac{2\pi}{T_0}nt}\frac{1}{T}=\sum_{-\infty}^{+\infty}W(f)e^{j2\pi ft}\frac{1}{T}$$

Si osservi che, integrando nel periodo la funzione $w(t)e^{-j2\pi ft}$, si ottiene una funzione della frequenza, che è stata indicata con $W(f)$.

All'aumentare di T_0 lo spettro si infittisce e, al tendere di T_0 all'infinito, tende a diventare continuo. In tali condizioni la quantità $1/T_0$ che compare nella espressione della $w(t)$ diventa infinitesima, per cui si può scrivere:

$$w(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}W(f)e^{j2\pi ft}df\,, \tag{2.2}$$

$$W(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}w(t)e^{-j2\pi ft}dt\,. \tag{2.3}$$

Si sono così dedotti così, sia pure in modo intuitivo, gli spettri di un segnale aperiodico. Va fatto notare che $W(f)$ è una *densità di ampiezza* poiché l'ampiezza della generica sinusoide di frequenza f è infinitesima e vale $W(f)df$. La (2.3) definisce una equazione matematica, chiamata *trasformata di Fourier*, che associa ad una funzione del tempo $w(t)$, definita nell'intervallo $(-\infty, +\infty)$, una funzione

W(f) della frequenza. L'operazione inversa, rappresentata dalla (2.2) è definita *antitrasformata di Fourier*. Se è nota una delle due ultime equazioni, l'altra è automaticamente determinata. Ovviamente, affinché esista la trasformata di Fourier di un generico segnale è necessario, tra l'altro, che sia finito l'integrale fra $-\infty$ e $+\infty$ del valore assoluto della funzione:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |w(t)| dt < \infty$$

anche se tale condizione è sufficiente ma non necessaria, in quanto è possibile estendere l'integrale di Fourier a funzioni che non soddisfano a tale condizione, quali ad esempio tutte le funzioni periodiche.

2.4 Definizioni di grandezze in presenza di distorsione armonica

In questo paragrafo consideriamo circuiti monofase.

2.4.1 Valore efficace

Applicando la definizione (1.1) di valore efficace e utilizzando la (2.1), ricordando che il secondo membro è formato da termini tra loro mutuamente ortogonali, cioè di termini il cui prodotto mutuo ha valore medio nullo sul periodo T, si può scrivere per la tensione v e la corrente i:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt} = \sqrt{\sum_0^N V_n^2}\,; \qquad I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\sum_0^N I_n^2}\,; \tag{2.4}$$

pertanto il valore efficace di una grandezza periodica dipende dal suo solo spettro di ampiezza.

2.4.2 Fattore di distorsione armonica totale

La distorsione di un segnale non sinusoidale w viene misurata fornendo il valore efficace del *residuo*, cioè $\sqrt{\sum_{n\neq 1} W_n^2}$ in valore relativo rispetto al valore efficace della fondamentale. Questo indice viene chiamato fattore di distorsione armonica totale e indicato con l'acronimo THD (*Total Harmonic Distortion*):

$$\mathrm{THD_V} = \frac{\sqrt{\sum_{n\neq 1} V_n^2}}{V_1}\,; \qquad \mathrm{THD_I} = \frac{\sqrt{\sum_{n\neq 1} I_n^2}}{I_1} \tag{2.5}$$

Il THD di un segnale è pertanto una misura della non conformità della sua forma d'onda rispetto alla sinusoide.

La misura del THD della tensione nel punto di consegna (se si esclude la misura del THD della tensione a vuoto, non proponibile in generale come metodo di indagine) caratterizza l'effetto globale della fornitura e del prelievo e non consente di dedurre informazioni sulle responsabilità della distorsione della tensione fornita.

Viene spesso utilizzato, nella pratica, il criterio di confrontare i valori di $\mathrm{THD_V}$ e $\mathrm{THD_I}$ determinati nella stessa sezione di misura. Secondo tale criterio, un $\mathrm{THD_I}$ significativamente

superiore al THD_V implica che la responsabilità della distorsione è prevalentemente da attribuire ai carichi dell'utente. Ma tale criterio, come mostrato dall'esempio seguente [20], può indurre a conclusioni errate. Infatti la figura 2.1 fa riferimento alla tensione di alimentazione e alla corrente assorbita da un circuito con carico lineare, ohmico-induttivo sul quale è stato effettuato il rifasamento in modo da portare a uno il fattore di potenza alla fondamentale. Per tali grandezze sono stati calcolati i seguenti valori: THD_V=0.048, THD_I=0.18. Ciò dunque conferma che un THD_I sensibilmente superiore al THD_V non implica necessariamente che la distorsione sia determinata dall'utente.

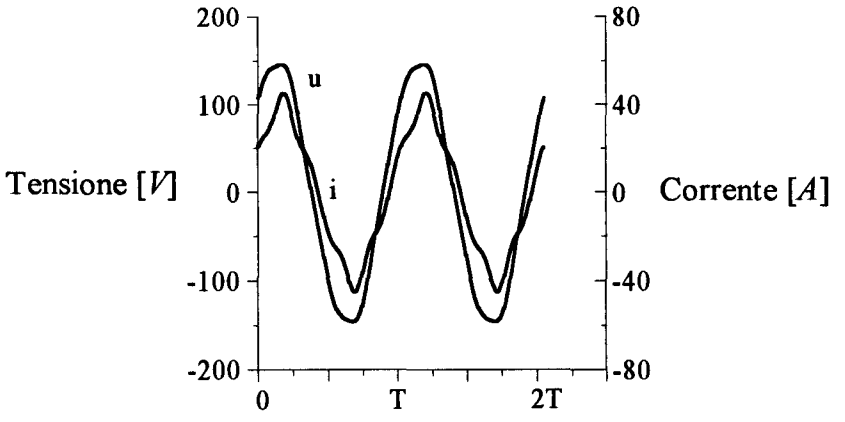

Figura 2.1 Esempio di carico totalmente rifasato e con THD_I >>THD_V

Maggiori informazioni possono derivare misurando la distorsione armonica della tensione separando il contributo della rete da quello dei carichi. Si può dimostrare [11] che vale:

$$THD = \sqrt{(THD_S)^2 + (THD_L)^2}$$

In tale relazione i fattori di distorsione THD_S e THD_L misurano i contributi, sostenuti rispettivamente dalla rete e dai carichi dell'utente, al fattore di distorsione armonica totale THD della tensione. A questo scopo, THD_S tiene conto delle sole componenti armoniche associate a potenze attive positive, mentre THD_L tiene conto delle sole componenti armoniche associate a potenze attive negative (il segno delle potenze attive armoniche è un problema più diffusamente trattato nel paragrafo 2.4.7). L'attendibilità delle stime separate di THD_S e THD_L è fortemente condizionata dai ritardi introdotti dai trasduttori di tensione e corrente. Le potenze attive armoniche, specie quelle negative, possono essere associate a fasori di tensioni armoniche prossimi alla quadratura rispetto ai

corrispondenti fasori di corrente; le incertezze di fase introdotte dai trasduttori possono causare una indeterminazione del segno di tali potenze.

2.4.3 Potenza attiva

La potenza attiva può essere espressa come:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T vi\,dt = \sum_{n=0}^{N}\frac{1}{T}\int_0^T v_n i_n\,dt = P_1 + \sum_{n\neq 1}^{N} P_n \tag{2.6}$$

La somma è relativa ai soli indici *n* appartenenti all'intersezione tra gli insiemi delle armoniche di tensione e corrente. La (2.6) esprime la potenza come somma tra potenza attiva associata alle componenti di tensione e corrente a frequenza industriale e potenza attiva alle frequenze armoniche.

2.4.4 Generalizzazione della definizione di potenza apparente

La condizione di Cauchy-Schwartz per gli integrali applicata a tensione e corrente periodiche fornisce:

$$\left[\frac{1}{T}\int_0^T vi\,dt\right]^2 \leq \left(\frac{1}{T}\int_0^T v^2\,dt\right)\left(\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt\right) \tag{2.7}$$

da cui, ricordando le definizioni (2.4), si ha la disuguaglianza:

$$P^2 \leq V^2 I^2 \tag{2.8}$$

che fornisce:

$$(P+VI)(P-VI) \leq 0.$$

Ricordando che *P, V, I* sono positivi si ha infine questa relazione:

$$P \leq VI \tag{2.9}$$

valida per qualunque regime periodico.

Nella (2.7), e quindi nella (2.9), l'uguaglianza vale quando il rapporto tra le due grandezze v e i è una costante reale, cioè tensione e corrente hanno stesso spettro di ampiezza e fase.

La (2.9) ha suggerito l'estensione ai regimi non sinusoidali della definizione di potenza apparente:

$$S = VI = \sqrt{\sum_{n=0}^{N_V} V_n^2} \sqrt{\sum_{n=0}^{N_I} I_n^2} \tag{2.10}$$

Per la (2.9) la S risulta il valore limite della potenza attiva che può essere trasmessa se V ed I vengono mantenuti costanti. Al di fuori di tale significato, la generalizzazione della definizione ha solo base matematica; il prodotto tra valori efficaci di tensione e corrente non può essere utilizzato come in regime sinusoidale. Il valore efficace di una grandezza distorta fornisce una informazione parziale; dipende infatti dal solo suo spettro di ampiezza; si perdono dunque informazioni se di una forma d'onda distorta se ne stima il solo valore efficace. Esso, ad esempio, non è più in una relazione definita con il valore massimo; si pensi allora alle conseguenze sul dimensionamento di macchine o impianti. Ancora, si consideri il seguente strumento, riportato in figura 2.2, che implementa la (1.7).

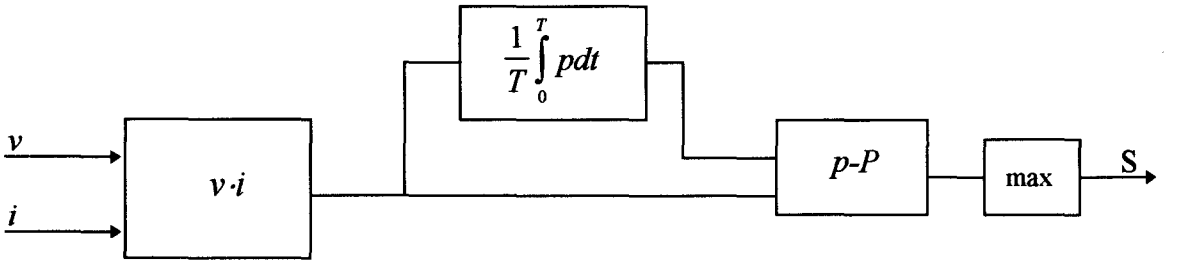

Figura 2.2 Strumento che implementa la (1.7) per la misura della potenza apparente S

In condizioni di regime non sinusoidale il al massimo della potenza fluttuante non corrisponde alla potenza apparente definita dalla (2.10) e l'indicazione dello strumento è errata.

2.4.5 Fattore di potenza

Dalla generalizzazione della definizione di potenza apparente consegue anche quella del fattore di potenza λ; in monofase si pone convenzionalmente:

$$\lambda = \frac{P}{VI} \,. \tag{2.11}$$

Il fattore di potenza fornisce dunque una stima normalizzata della relazione (2.9); Quando v ed i hanno stesso spettro di ampiezza e fase, λ vale uno. Il fattore di potenza (2.11) misura dunque la conformità della forma d'onda della corrente rispetto a quella della tensione, ma non consente di attribuire la responsabilità della non conformità.

2.4.6 Potenza reattiva o potenza attiva?

In regime non sinusoidale la relazione:

$$Q_{na} = \sqrt{(VI)^2 - P^2} \tag{2.12}$$

ha significato puramente matematico; essa può essere usata per definire la potenza non attiva. Si ricordano le seguenti proposte di definizione di "potenza reattiva" per il loro valore storico:

$$Q = \sum_{n=1}^{N} Q_n \; ; \qquad Q_n = V_n I_n \sin\varphi_n \tag{2.13}$$

$$Q = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n} Q_n \; . \tag{2.14}$$

La prima, dovuta a Budeanu [8], pur ricevendo immediate critiche da Someda [6], ebbe una certa fortuna fino alla critica definitiva di [9].

Tali definizioni non giustificano l'aumento della corrente rispetto a quella necessaria a trasmettere, in condizioni non sinusoidali, la sola potenza attiva richiesta dal carico.

Qualora le misure siano volte alla compensazione degli effetti dei disturbi armonici causati dal funzionamento di carichi non lineari o tempo-varianti, è stato osservato che sarebbe preferibile parlare di "potenza compensabile" [10]. Di essa non si può dare una definizione di carattere generale in quanto la parte di potenza non attiva che può essere annullata dipende dalla particolare strategia di compensazione.

L'esistenza della grandezza Q_{na}, (così come anche delle altre) non è necessariamente associata a fenomeni di scambio ciclico di energia, al contrario della potenza reattiva in regime sinusoidale. In circuiti con elementi non lineari o tempo-varianti possono esservi sfasamenti tra componenti di

tensione e corrente anche in assenza di elementi passivi capaci di immagazzinare energia, come esemplificato dal carico non lineare di fig. 2.3-a. Infatti, quando è alimentato con tensione sinusoidale esso assorbe una corrente distorta (vedi figura 2.3-b) la cui componente fondamentale è sfasata e in ritardo (dovendo passare per lo zero all'istante t*) rispetto alla tensione. A frequenza industriale è pertanto definibile e misurabile una potenza reattiva induttiva totalmente compensabile con un'adatta capacità in parallelo al carico che è tuttavia privo di elementi reattivi. Riportando la componente fondamentale della corrente in fase con la tensione mediante l'inserzione della suddetta capacità la (2.10) fornisce ancora una grandezza non nulla.

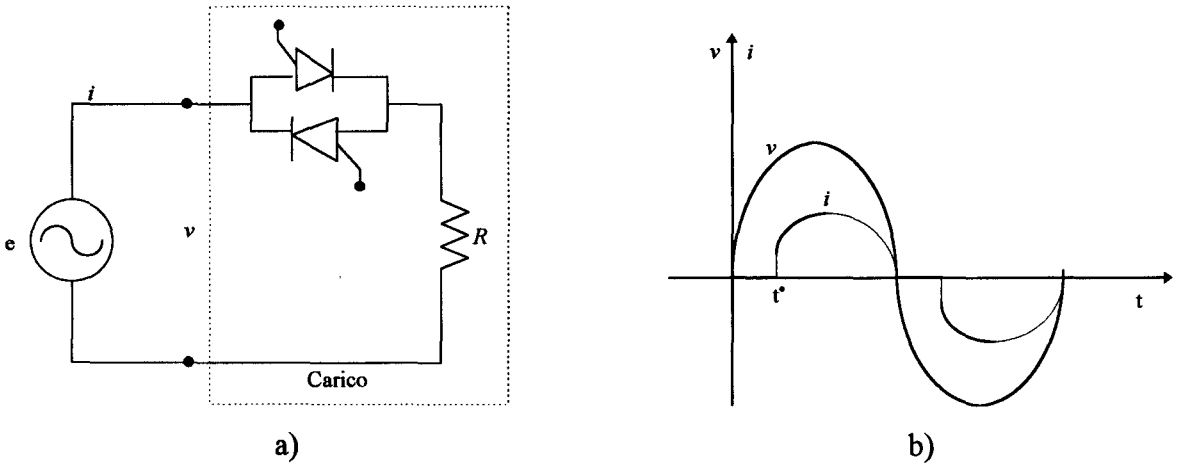

Figura 2.3 Corrente *i* assorbita da un carico non lineare alimentato con la tensione *v*

2.4.7 Sui segni delle potenze attive armoniche

Le potenze armoniche attive possono avere segno positivo, se misurano potenze consegnate al carico, o negativo, se misurano potenze dissipate sull'impedenza equivalente Z_S della rete "vista" dalla sezione di misura.

La figura 2.4, nella quale il carico è costituito da un diodo ideale, e dunque senza perdite, aiuta a mostrare come un flusso di potenze armoniche negative possa essere associato al funzionamento di un carico non lineare [21]. Le forme d'onda di tensione e corrente, figura 2.5, sono così caratterizzabili:

$$v = 0 \quad \text{per: } 0 + kT \le t \le \frac{T}{2} + kT; \quad v = \sqrt{2}V\sin\omega t \quad \text{per: } \frac{T}{2} + kT \le t \le T + kT; \quad V = \frac{E}{\sqrt{2}} \tag{2.15}$$

$$i = \sqrt{2}\frac{E}{R_S}\sin\omega t \quad \text{per: } 0 + kT \le t \le \frac{T}{2} + kT; \quad i = 0 \quad \text{per: } \frac{T}{2} + kT \le t \le T + kT; \quad I = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{E}{R_S} \tag{2.16}$$

avendo supposto la resistenza R_S interna del generatore indipendente dalla frequenza. Tutta la potenza fornita dal generatore è dissipata sulla R_S e vale:

$$P_S = R_S I^2 = \frac{E^2}{2R_S} \tag{2.17}$$

come si ricava usando il valore efficace della corrente.

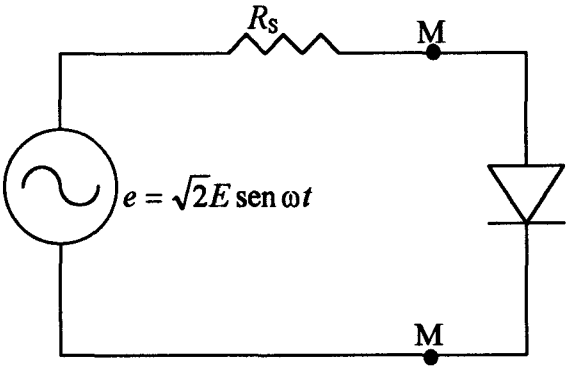

Figura 2.4 Esempio di flusso di potenze armoniche negative associato al funzionamento di un carico non lineare

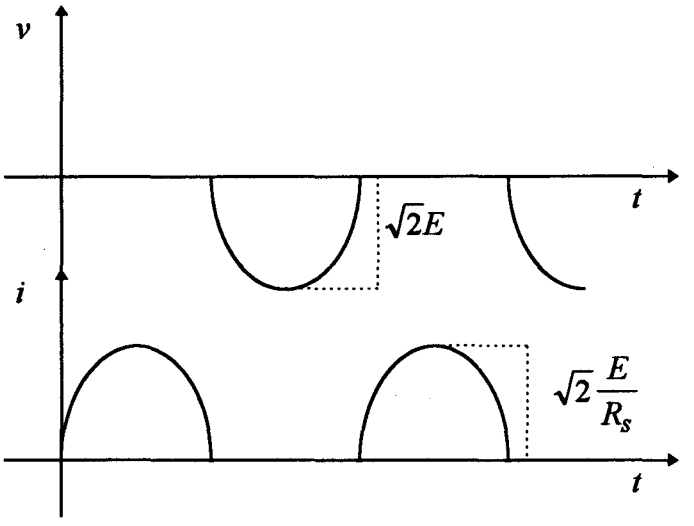

Figura 2.5 Forme d'onda di tensione e corrente relative al circuito di figura 2.4.

Giacché nella sezione di consegna e misura M-M la potenza istantanea è nulla per ogni t, la potenza attiva consegnata al carico è nulla, in accordo con il fatto che il diodo è senza perdite. Tuttavia, la figura 2.5 mostra che la tensione nella sezione di misura e la corrente hanno componenti continue V_0 e I_0, che valgono rispettivamente:

$$V_o = -\frac{\sqrt{2}E}{\pi}, \tag{2.18}$$

$$I_o = \frac{\sqrt{2}E}{\pi R_s}. \tag{2.19}$$

Pertanto un wattmetro inserito con un adatto filtro passa-basso misura una potenza continua negativa, che cioè apparentemente fluisce dal carico al generatore. Se consideriamo il comportamento del circuito alla frequenza del generatore di fem, i valori efficaci di tensione e corrente valgono:

$$V_1 = \frac{E}{2}, \tag{2.20}$$

$$I_1 = \frac{E}{2R_s}. \tag{2.21}$$

In fig. 2.6-a appare il circuito equivalente, a frequenza fondamentale (cioè a quella del generatore) a quello di figura 2.4: il generatore eroga una potenza P_S che per metà viene dissipata sulla sua resistenza interna R_S e per metà è consegnata a un carico fittizio di resistenza $R = R_S$ il quale, come modellizzato in figura 2.6-b (in cui non compare il generatore di f.em, essendo tale circuito relativo a frequenze armoniche), semplicemente converte a frequenze armoniche la potenza ricevuta "riflettendola" poi sulla resistenza della sorgente.

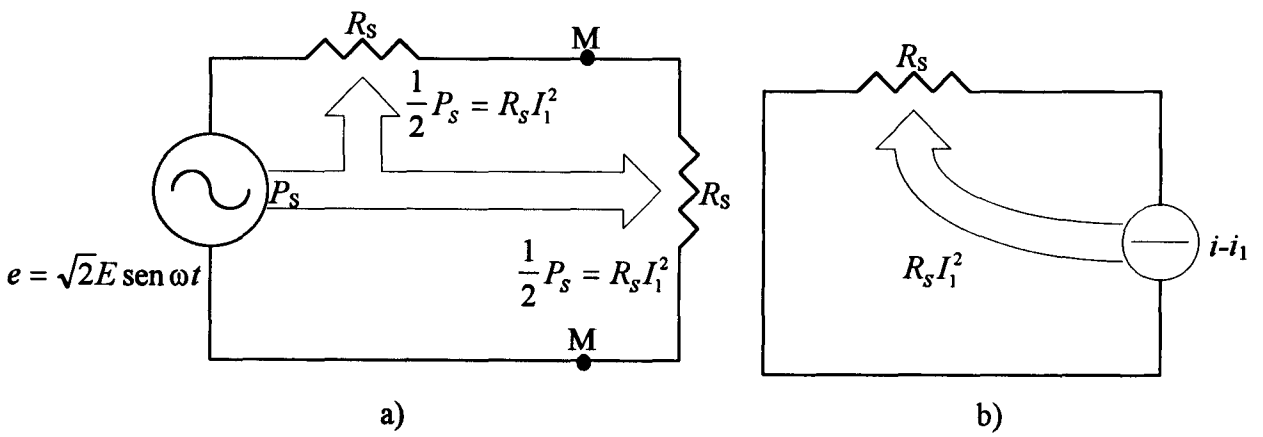

Figura 2.6 a) Circuito equivalente, a frequenza fondamentale, al circuito di figura 2.4; b) Stesso circuito equivalente relativo alle frequenze armoniche.

Queste considerazioni sono generalizzabili, nel senso che qualunque carico non lineare si comporta come un dispositivo che converte a frequenze armoniche parte della potenza ricevuta "riflettendola" sulla impedenza equivalente del generatore sulla cui parte reale è infine dissipata.

Per avere un'idea di quale sia, nella (2.6), l'ordine di grandezza di $\sum_{n\neq 1} P_n$ consideriamo un carico non lineare che sia alimentato, tramite un trasformatore, da un generatore di f.em sinusoidale e di potenza infinita. In tale situazione la Z_S è solo quella del trasformatore; inoltre sappiamo che, per qualunque $n\neq 1$, P_n è negativa. Facciamo l'ipotesi che il carico assorba un'onda quadra di corrente; per essa è pertanto $I_n=I_1/n$, con n dispari. Inoltre, dette R_{S1} e R_{Sn} le parti reali dell'impedenza equivalente del trasformatore a frequenza industriale e all'armonica di ordine n, risulta $R_{Sn} \approx nR_{S1}$, in quanto si può ritenere che tale impedenza abbia fattore di merito circa costante con la frequenza. Si ha pertanto:

$$P_n = R_{sn} I_n^2 \approx nR_{s1} \frac{I_1^2}{n^2} \approx \frac{P_{s1}}{n}$$

Effettuando quella sommatoria si arriva a circa uguagliare le perdite P_{S1} a frequenza industriale su Z_S. Sulla base di risultati sperimentali si può affermare che l'ordine di grandezza del complesso delle potenze armoniche misurabili in un punto di consegna vale $(1.10^{-3} \div 1.10^{-2}).P$, essendo P la potenza consegnata all'utente.

2.5 Alcune definizioni per i sistemi trifase

2.5.1 Fattore di distorsione armonica

Si consideri una generica terna trifase di segnali w_a, w_b, w_c. In presenza di dissimmetria e/o squilibrio, il fattore di distorsione armonica può essere generalizzato ad altre forme, tra le quali in particolare [22,23]:

$$GTHD = \sqrt{\frac{\sum_{k=a,b,c} W_k^2}{\sum_{k=a,b,c} W_{1k}^2} - 1}, \tag{2.22}$$

$$GTHD_+ = \sqrt{\frac{\sum_{k=a,b,c} W_k^2}{3W_{1+}^2} - 1} \tag{2.23}$$

Il pedice 1 si riferisce alla frequenza fondamentale, mentre il pedice + si riferisce alla sequenza diretta. L'indice (2.22) quantifica la conformità delle forme d'onda di w_a, w_b, w_c rispetto a una qualunque terna di sinusoidi; l'indice (2.23) la conformità rispetto ad una terna di sequenza diretta.

2.5.2 Potenza Apparente

In sistemi trifasi in regime sinusoidale la potenza apparente, come già osservato in precedenza, viene definita convenzionalmente e le definizioni più comuni, già riportate nel capitolo 1 sono state denominate come: S_e, S_a, S_c. Occorre però notare che in regime non sinusoidale, la potenza apparente S_e, definita dalla (1.6), non è generalizzabile in quanto la definizione di potenza reattiva non ha più alcun significato fisico. Le altre due definizioni, invece, continuano a valere perché basate su misure di valore efficace. Si ricorda che, per evitare ambiguità, le tensioni di fase vanno riferite al neutro, se esiste, altrimenti al centro stella teorico.

2.5.3 Fattore di potenza

Per quanto appena detto, il fattore di potenza λ può essere definito in accordo con le definizioni di potenza apparente S_a ed S_e.

In entrambi i casi il fattore di potenza misura la conformità delle forme d'onda delle correnti rispetto a quelle delle tensioni riferite al centro teorico.

2.6 Effetto delle armoniche sulle misure di energia

I contatori di energia sono progettati per fornire, in linea di principio, l'integrale della potenza attiva:

$$\int P dt = \int \left(P_1 + \sum_{n \neq 1} P_n \right) dt \tag{2.24}$$

o della potenza reattiva. In quest'ultimo caso i contatori operano l'integrale di una grandezza Q_{mis} che risulta, ad esempio:

$$Q_{mis} = Q_1 + \sum_{n \neq 1} \frac{1}{n} Q_n \tag{2.25}$$

oppure

$$Q_{mis} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i\left(t + \frac{T}{4}\right) dt . \tag{2.26}$$

a seconda che essi siano basati su tecniche analogiche o digitali. Come è noto la potenza reattiva ha senso fisico solo in regime sinusoidale.

Si è già visto in 2.4.7 che la generica potenza P_n risulta positiva o negativa a seconda che sia consegnata o riflessa sulla impedenza del generatore equivalente a monte della sezione di misura. Nella (2.13) l'ordine di grandezza di $\sum_{n \neq 1} P_n$ risulta molto inferiore a P_1. Il segno della generica Q_n dipende invece dalla posizione, rispetto alla sezione di misura, della reattanza e dal suo segno.

C'è che afferma che la distorsione di tensione e corrente può essere ragionevolmente trattata come una fonte di incertezza che non altera sostanzialmente la precisione nominale dei contatori impiegati per la fatturazione. In effetti, i tradizionali contatori ad induzione presentano una risposta fortemente attenuata alle armoniche (vedi figura 2.7 basata su [24]) e operano dunque sostanzialmente l'integrale o della P_1 o, rispettivamente, della Q_1. Sulla base di queste considerazioni, si continua a ritenere questa stima del fattore di potenza λ:

$$\lambda = \frac{P_{mis}}{\sqrt{P_{mis}^2 + Q_{mis}^2}} \tag{2.27}$$

come una misura sufficientemente corretta del fattore di potenza λ_1 alla frequenza fondamentale. Si noti però che nel caso di un sistema trifase la definizione di potenza apparente implicita nella (2.16) è valida solo in regime sinusoidale, simmetrico ed equilibrato.

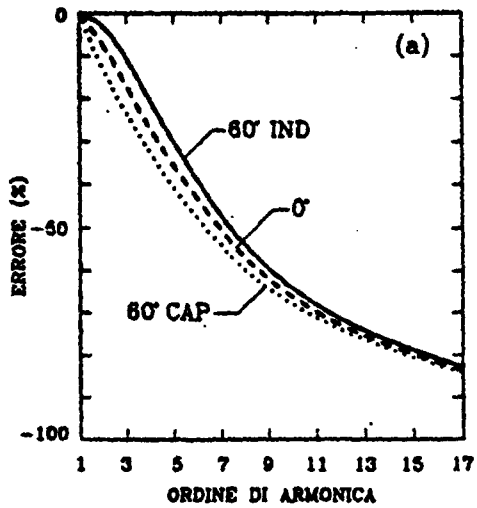

Figura 2.7 Risposta in frequenza di un tradizionale contatore ad induzione

Al di la dei problemi che ci sono nel fornire una definizione corretta di λ in sistemi trifase in regime non sinusoidale, e di una sua misura corretta, rimane il fatto che in tale regime λ è sensibile alla qualità sia della tensione fornita dal distributore, che al prelievo da parte dell'utente.

Proposte e definizioni di grandezze o indici per la misura della qualità della fornitura e del prelievo sono attualmente solo argomento di ricerca.

2.7 Indice per la qualità della fornitura e del prelievo

Per una valutazione globale della qualità della fornitura e del prelievo (SLQ, Supply and Loading Quality) è stata proposta [25] la misura di un indice che in trifase è definito da:

$$SLQ = \frac{P}{P_{+1}}$$

cioè come il rapporto tra la potenza attiva P e la potenza attiva alla fondamentale e sequenza diretta P_{+1}. I suoi valori possono variare nell'intorno di una banda centrata nell'unità, essendo minore di uno quando i carichi dell'utente sono la causa prevalente di distorsione, asimmetria e/o squilibrio; è maggiore di uno invece se la tensione di alimentazione è la sorgente prevalente di deformazione. Naturalmente se il sistema è caratterizzato da terne di tensione e corrente sinusoidali e simmetriche , l'indice SLQ è uguale ad 1.

La valutazione della qualità della fornitura e del prelievo può essere operata durante misure di energia per la tariffazione. In questo caso l'indice è misurato dal rapporto degli integrali delle potenze P e P_{+1}. In questo modo vengono mediati gli effetti delle variazioni della configurazione della rete di alimentazione e delle caratteristiche dei carichi.

2.8 Alcune considerazioni sulla precisione nelle misure con tecniche di DSP

La moderna strumentazione per misure su impianti elettrici è sostanzialmente costituita da tre blocchi. Il primo effettua il condizionamento dei segnali delle grandezze dalle quali dipende la misura dei parametri incogniti; nel secondo si effettua il campionamento e la conversione analogico-digitale; il terzo effettua l'elaborazione dei dati quantizzati.

L'impiego di tecniche può condurre a un miglioramento della precisione nella misura di determinate grandezze rispetto al caso in cui si usino tecniche tradizionali.

Questo, ad esempio, succede quando la grandezza incognita è data dal rapporto o dalla differenza di altre grandezze tutte calcolabili elaborando i medesimi campioni estratti.

È intuitivo che ciò porta intrinsecamente ad una riduzione degli effetti delle incertezze rispetto al caso in cui le grandezze, dalla cui conoscenza dipende la misura dell'incognita, siano note ciascuna dalla lettura di un diverso strumento.

In un sistema di misura digitale, le cause di incertezza sono localizzate nei circuiti analogici di condizionamento del segnale, nelle strategie di campionamento, nella conversione analogico-digitale; gli effetti delle incertezze dovute alle approssimazioni introdotte dalla elaborazione numerica sono da ritenersi trascurabili.

Se si operano scelte opportune le incertezze sono causate dai soli circuiti di condizionamento dei segnali. L'incertezza nella misura degli indici di qualità dipende dalla propagazione delle incertezze da cui sono affetti i campioni del segnale attraverso gli algoritmi usati per il calcolo degli indici stessi.

Si consideri un segnale tempo-continuo $w(t)$ di periodo T; sia w_s il generico valore campionato al tempo t_s, $w_s=w(t_s)$.

Per effetto dei circuiti di condizionamento del segnale tale valore risulta affetto da una incertezza Δw che include:

- una incertezza di 'guadagno', costante in termini relativi: $k_w w_s$;
- una incertezza dovuta allo scostamento dalla linearità che dà luogo ad un 'offset' δW_0, se con W_0 si indica il valore medio in un periodo T di $w(t)$, definito dalla:

$$W_0 = \frac{1}{T}\int_0^T w(t)\mathrm{d}t \tag{2.28}$$

nel dominio tempo-continuo o dalla

$$W_0 = \frac{1}{N_s}\sum_{s=0}^{N_s-1} w_s \tag{2.29}$$

nel dominio tempo-discreto.

Ovviamente W_0 è nullo se $w(t)$ è alternato.

L'incertezza complessiva Δw_s risulta somma di tali due contributi: $\Delta w_s = k_w w_s + \delta W_0$, se si fa l'ipotesi che l'incertezza di non linearità sia costante in valore assoluto.

Esiste inoltre una ulteriore causa di incertezza dovuta al ritardo Δt introdotto dai blocchi di condizionamento e di conversione A/D; a causa di esso, il campione acquisito all'istante t_s non ha il valore $w(t_s)$, ma quello corrispondente all'istante $t_s - \Delta t$.

Quest'ultima causa di incertezza influenza la misura delle grandezze che dipendono anche dallo spettro di *fase* dei segnali acquisiti, come ad esempio la misura della potenza P. In tale caso, infatti, i due canali di tensione e corrente introducono ritardi diversi; a causa di ciò lo sfasamento fra i due segnali di tensione e corrente è affetto da una incertezza di fase e come risultato finale il valore della P è affetto anche da questo tipo di incertezza.

Se ad esempio attribuiamo tale incertezza tutta alla misura della corrente, la corrente misurata all'istante t_s non sarà i_s ma il valore all'istante $t_s - \Delta t$ che indichiamo con $i_{s-\Delta}$. Se si suppone che i sia lineare all'interno del periodo di campionamento, l'incertezza risultante può essere espressa come:

$$i_{s-\Delta} - i_s = \left(i_{s-1} - i_s\right)\frac{\Delta t}{T_s}$$

dove T_s è il periodo di campionamento. L'incertezza globale sulla corrente, considerando anche le altre due incertezze, di guadagno e di offset, viste precedentemente è data da:

$$\Delta i_s \approx K_i i_s + \delta I_o + \left(i_{s-1} - i_s\right)\frac{\Delta t}{T_s}. \qquad (2.30)$$

Nel dominio della frequenza, ogni componente armonica di ordine n e di pulsazione ω_n, a causa del ritardo Δt, risulta sfasata della quantità

$$\varepsilon_n = \omega_n \Delta t \qquad (2.31)$$

Per la (2.31) l'incertezza di fase ε_n aumenta proporzionalmente con l'ordine di armonica, cioè con la frequenza. In realtà ciò costituisce un'ipotesi pessimistica.

2.8.1 Misura della componente continua W_0 di un segnale periodico w.

Utilizzando la (2.29) e nella ipotesi che i singoli campioni siano affetti dalle incertezze di 'guadagno' $k_w w_s$ e di 'offset' δW_0, si può scrivere per la componente continua W_0 nel dominio tempo-discreto:

$$W_0 + \Delta W_0 = \frac{1}{N_s}\sum_{s=0}^{N_s-1}\left[(1+k_w)w_s + \delta W_0\right] = (1+k_w)W_0 + \delta W_0 .$$

$$\Delta W_0 = k_w W_0 + \delta W_0 . \qquad (2.32)$$

Se il segnale è alternato esso sembra comunque presentare una componente continua che vale δW_0 e che è l'effetto delle incertezze di non linearità.

2.8.2 Misura del Valore Efficace W di un segnale periodico tempo-discreto w_s.

Essendo il valore efficace W di una grandezza w nel dominio tempo discreto definito come:

$$W = \frac{1}{N_s}\sum_{s=0}^{N_s-1} w_s^2$$

le incertezze di 'guadagno' $k_w w_s$ e di 'offset' δW_0 influenzano la misura di W ottenendo:

$$W + \Delta W = \sqrt{\frac{1}{N_s}\sum_{s=0}^{N_s-1}\left[(1+k_w)w_s + \delta W_0\right]^2} = \sqrt{(1+k_w)^2 W^2 + \delta W_0^2 + 2(1+k_w)W_0\delta W_0} .$$

Se il segnale è alternato e se si trascurano quei termini che appaiono come infinitesimi di ordine superiore, si ha:

$$\Delta W \cong k_w W . \qquad (2.33)$$

Dunque l'incertezza sulla misura del valore efficace è prevalentemente determinata dalla incertezza di 'guadagno' sul singolo campione.

2.8.3 Misura del Valore Efficace complesso

Nel dominio tempo-discreto, data una successione di N_S campioni w_s (k=0,1,...N-1), si definisce Trasformata Discreta di Fourier (DFT) di w_s la successione di termini (complessi) $\bar{W}_q$ (q=0,1,...N_S-1) dati da:

$$\bar{W}_q = \Im_d[w_s] = \frac{\sqrt{2}}{N_S}\sum_{k=0}^{N-1} w_s e^{-j\frac{2p}{N_S}sq} \tag{2.34}$$

I termini $\bar{W}_q$ rappresentano il valore efficace complesso della componente frequenziale q-esima della successione w_s.

Utilizzando la definizione (2.34), il valore efficace complesso $\bar{W}_q$ di un segnale periodico tempo-discreto w_s, nella ipotesi che i singoli campioni siano affetti dalle sole incertezze di 'guadagno' $k_w w_s$ e di 'offset' δW_0 è:

$$\bar{W}_q + \Delta\bar{W}_q = \frac{\sqrt{2}}{N_s}\sum_{s=0}^{N_s-1}\left[(1+k_w)w_s + \delta W_0\right]e^{-j\frac{2\pi}{N_s}qs} = (1+k_w)\frac{\sqrt{2}}{N_s}\sum_{s=0}^{N_s-1} w_s e^{-j\frac{2\pi}{N_s}qs} = \bar{W}_q + k_w\bar{W}_q$$

$$\Delta\bar{W}_q = k_w\bar{W}_q \tag{2.35}$$

A questo risultato si è pervenuti non considerando il ritardo introdotto dai circuiti di condizionamento di $w(t)$. Questa conclusione può pertanto essere ritenuta valida quando ad esempio con l'analisi di Fourier si valutano valori efficaci di armoniche, ma non può essere estesa alla misura di potenze attive armoniche.

2.8.4 Propagazione delle incertezze nella misura del fattore di distorsione armonica

Per quello che riguarda il fattore di distorsione armonica totale (THD) di un generico segnale $w(t)$ di valore efficace W è misurato tramite la relazione THD=$\sqrt{W^2/W_1^2 - 1}$ è facile mostrare che la incertezza relativa sulla sua misura è data da:

$$\frac{\Delta THD}{THD} \approx A\cdot\left[\frac{1}{2}K_w^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta W_0}{W}\right)^2 + \frac{W_0\Delta W_0}{W^2}\right] \qquad A = 1 + \frac{1}{(THD)^2} \tag{2.36}$$

In trifase si ha:

$$\frac{\Delta GTHD}{GTHD} \approx B \cdot \left(\frac{1}{\sum_{k=a,b,c} W_k^2} \sum_k K_{wk} W_k^2 - \frac{1}{\sum_k W_{1k}^2} \sum_k K_{wk} W_{1k}^2 \right) \tag{2.37}$$

essendo GTHD definito dalla (2.13).

Il coefficiente B coincide con A sostituendo THD con GTHD; essi sono molto spesso vicini all'unità (fattore di distorsione della corrente) o dell'ordine di diverse centinaia (fattore di distorsione della tensione).

2.8.5 Propagazione delle incertezze nelle misure di potenza

Consideriamo due campioni di tensione e corrente v_s ed i_s, affetti da incertezze di guadagno e di offset; il campione di corrente sia anche affetto dalla incertezza di fase. Per la potenza $p_s = v_s \cdot i_s$ si può scrivere:

$$p_s + \Delta p_s = p_s + (K_i + K_v + K_i \cdot K_v) p_s + (1 + K_v) v_s \delta I_o + (1 + K_i) i_s \delta V_o + \delta V_o I_o + \frac{\Delta t}{T_s} (p_s - v_s i_{s-\Delta}) \cong$$

$$p_s + (K_i + K_v) p_s + v_s \delta I_o + i_s \delta V_o + \delta I_o \delta V_o + \frac{\Delta t}{T_s} (p_s - v_s i_{s-\Delta}) \tag{2.38}$$

dove il termine $K_v K_i$ può essere considerato un infinitesimo di ordine superiore.

L'incertezza $\Delta P = \frac{1}{N_s} \sum_{s=0}^{N_s-1} \Delta p_s$ sulla potenza attiva vale:

$$\Delta P \cong (K_i + K_v) P + \delta I_0 V_0 + \delta V_0 I_0 + \delta V_0 \delta I_0 - \frac{\Delta t}{T_s} \left(P - \frac{1}{N_s} \sum_{s=0}^{N_s-1} v_s i_{s-\Delta} \right) \tag{2.39}$$

dove N_s è il numero di campioni considerati per calcolare la potenza attiva, e V_0, I_0 sono le componenti continue di v ed i rispettivamente, ammesso che esse esistano.

Nella ipotesi, peraltro ragionevole, che tali componenti continue siano, nella sezione di misura, trascurabili, la (2.39) diventa:

$$\Delta P = \left(K_i + K_u\right)P + \delta V_0 \delta I_0 + \frac{\Delta t}{T_s}\left(P - \frac{1}{N_s}\sum_{s=0}^{N_{s-1}} v_s i_{s-\Delta}\right). \tag{2.40}$$

L'ultimo termine della (2.40) esprime il contributo alla incertezza ΔP della incertezza di fase, cioè del ritardo temporale Δt. Il significato di tale contributo può essere descritto molto più semplicemente nel dominio delle frequenze.

Se si indica con P_n la potenza attiva associata ai fasori armonici $\bar{V}_n$ ed $\bar{I}_n$ di tensione e corrente, rispettivamente, si può scrivere che:

$$P = \sum_n P_n = \sum_n \mathrm{Re}\left\{\bar{V}_n \bar{I}_n^*\right\}$$

essendo $\bar{I}_n^*$ il complesso coniugato di $\bar{I}_n$. Si può scrivere che:

$$P_n + \Delta P_n = \mathrm{Re}\left\{\left[\bar{V}_n + \Delta\left(\bar{V}_n\right)\right]\cdot\left[\bar{I}_n^* + \Delta\left(\bar{I}_n^*\right)\right]\right\} = \mathrm{Re}\left\{\left(1+K_v\right)\bar{V}_n\cdot\bar{I}_n^*\left[1 + K_i + \frac{\Delta t}{T_s}\left(1 - e^{j\frac{2\pi n}{N_s}}\right)\right]\right\} \cong$$

$$\mathrm{Re}\left\{\left(P_n + jQ_n\right)\left(1 + K_v + K_i - j\frac{\Delta t}{T_s}\frac{2\pi n}{N_s}\right)\right\} = P_n\left(1 + K_v + K_i\right) + \varepsilon_n Q_n = P_n\left(1 + K_v + K_i\right) + \varepsilon_n P_n \tan\varphi_n$$

che porta a:

$$\Delta P_n \cong P_n\left(K_v + K_i\right) + \varepsilon_n P_n \tan\varphi_n. \tag{2.41}$$

dove φ_n è lo sfasamento fra armonica n-esima di tensione e corrente e dove:

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta t}{T_s}\frac{2\pi n}{N_s} \tag{2.42}$$

Se N_s è il numero di campioni in un periodo, ε_n è pari a $1/(N_S T_S)=f_1$, essendo f_1 la frequenza fondamentale. Sotto tale condizione la (2.42) coincide con la (2.31).

Le considerazioni fin qui fatte portano a concludere che l'incertezza sulla potenza attiva alla fondamentale è data da:

$$\Delta P_1 \cong \left(K_v + K_i + \varepsilon_1 \tan\varphi_1\right) P_1 \tag{2.43}$$

e la incertezza sulla potenza attiva totale è data da:

$$\Delta P \cong \left(K_v + K_i\right) P + \delta V_0 \delta I_0 \sum_n \varepsilon_n \tan\varphi_n \tag{2.44}$$

sotto l'ipotesi di grandezze alternate.

Per i sistemi trifase è necessario prendere in considerazione il diverso comportamento dei trasduttori di tensione e corrente nelle tre fasi. Trasduttori della stessa grandezza possono infatti fornire valori affetti da incertezze diverse per ciascun trasduttore. Per tale motivo quando si considerano, ad esempio, trasduttori di tensione per una linea trifase, occorre considerare che il loro contributo alla incertezza totale sia determinato da differenti incertezze di guadagno, una per ciascun trasduttore: K_{va}, K_{vb}, K_{vc} e da diverse incertezze di offset: δV_{0a}, δV_{0b}, δV_{0c}, dove *a, b, c* indicano le tre fasi. Analogamente, per le correnti si avranno le tre incertezze K_{ia}, K_{ib}, K_{ic} di guadagno dei tre trasduttori e δI_{0a}, δI_{0b}, δI_{0c}, le tre incertezze di offset. Inoltre si dovranno considerare, le tre incertezze di fase (sempre nella ipotesi che tali incertezze siano attribuite tutte alla misura della corrente) che verranno indicate con ε_a, ε_b, ε_c. Le considerazioni sulla valutazione degli effetti delle incertezze di offset e di guadagno sulla potenza attiva totale P e sulla potenza attiva alla fondamentale e sequenza diretta P_{+1}, sono del tutto analoghe a quelle esposte per i sistemi monofase. Per la valutazione del contributo delle incertezze di guadagno e di fase, nel caso che queste siano diverse per ogni fase, occorre invece introdurre nuove considerazioni.

Si considerano due casi semplici per meglio comprenderne gli effetti..

Si consideri, come primo caso, un sistema trifase, con tensioni e correnti di linea sinusoidali e a sequenza positiva. Tale sistema presenta $P=P_{+1}$. A causa delle incertezze di guadagno, si ottengono due terne di tensioni e correnti non simmetriche, cioè: $K_{ia}\bar{I}_{1a}$, $K_{ib}\bar{I}_{1b}$, $K_{ic}\bar{I}_{1c}$, ed $K_{va}\bar{V}_{1a}$, $K_{vb}\bar{V}_{1b}$, $K_{vc}\bar{V}_{1c}$. Esse possono essere decomposte nelle terne dirette ed inverse di valore efficace

$K_v^+ V_{+1}$ ed $K_v^- V_{-1}$ rispettivamente per le tensioni, e analogamente $K_i^+ I_{+1}$ ed $K_i^- I_{-1}$ per le correnti. È facile mostrare che, se si considerano solo gli errori di guadagno, vale:

$$\Delta P = \Delta P_{+1} + K_v^- \cdot K_i^- \cdot P \tag{2.45}$$

dove

$$\Delta P_{+1} = \left(K_v^+ + K_i^+ + K_v^+ \cdot K_i^+\right) P_{+1}. \tag{2.46}$$

Nella (2.46) il prodotto $K_v^+ \cdot K_i^+$ può essere trascurato in quanto risulta un infinitesimo di ordine superiore.

La (2.45) differisce dalla (2.46) per il contributo alla potenza attiva delle componenti a sequenza negativa che compaiono solo per effetto delle diverse incertezze di guadagno dei trasduttori.

Come secondo esempio si consideri un sistema trifase in regime sinusoidale ma in condizioni di squilibrio del carico. Per tale sistema vale, naturalmente: $P=P_{+1}+P_{-1}$. Mediante considerazioni analoghe a quelle fatte per il primo caso, la equazione (2.45) diventa, per questo caso:

$$\Delta P = \sum_{k=a,b,c} \left(K_{vk} + K_{ik}\right) P_k . \tag{2.47}$$

Considerazioni simili si possono fare per le incertezze di fase.

2.8.6 Incertezza sulla misura del fattore di potenza

Per il fattore di potenza λ di un carico monofase, la incertezza relativa può essere espressa come:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{\sum P_n \varepsilon_n \tan\varphi_n}{P}; \tag{2.48}$$

Nei casi in cui la potenza reattiva alla fondamentale sia compensata, come usualmente accade, il contributo a frequenza fondamentale $\left(P_1/P\right)\varepsilon_1 \tan\varphi$ sulla incertezza di fase nella (2.41) è circa $0.5\varepsilon_1$; per quanto riguarda il contributo delle frequenze armoniche, di ordine basso, il termine $\left(P_n/P\right)\tan\varphi_n$ vale $10^{-1} \div 10^{-2}$ e tende a zero al crescere di n.

2.8.7 Misura dell'indice SLQ

Utilizzando le (2.44) (2.45) (2.46) si può valutare la incertezza relativa associata all'indice SLQ sia in monofase che in trifase.

In monofase essa vale:

$$\frac{\Delta(P/P_1)}{P/P_1} = \frac{\Delta P}{P} - \frac{\Delta P_1}{P_1}. \tag{2.49}$$

Sotto l'ipotesi di grandezze alternate ed utilizzando le (2.47) e (2.49) si ha:

$$\frac{\Delta(P/P_1)}{P/P_1} \cong \frac{\delta V_o \delta I_o + \sum_{n\neq 1} \varepsilon_n P_n \tan\varphi_n}{P}. \tag{2.50}$$

essendo δV_0 e δI_0 le incertezze di offset sulla componente continua V_0 e I_0 di tensione e corrente rispettivamente.

Molto spesso il contributo delle incertezze di offset è trascurabile e l'incertezza complessiva nella misura dell'SLQ dipende dalla incertezza di fase, per cui si può scrivere:

$$\frac{\Delta(P/P_1)}{P/P_1} \cong \frac{\sum_{n\neq 1} \varepsilon_n P_n \tan\varphi_n}{P} = \frac{\sum_{n\neq 1} \varepsilon_n V_n I_n \sin\varphi_n}{P}. \tag{2.51}$$

In generale è $P \approx P_1 = V_1 I_1 \cos\varphi_1$; in presenza di carichi rifasati da parte degli utenti si può ritenere in prima approssimazione $\cos\varphi \approx 1$. Per cui la (2.51), considerando $\operatorname{sen}\varphi_n \approx 1$, può essere riscritta come:

$$\frac{\Delta(P/P_1)}{P/P_1} \cong \sum_{n\neq 1} \varepsilon_n \frac{V_n}{V_1} \frac{I_n}{I_1}. \tag{2.52}$$

Nel caso limite in cui è $\varepsilon_n = n \cdot \varepsilon_1$ e $I_n = I_1/n$, la (2.52) diventa:

$$\frac{\Delta(P/P_1)}{P/P_1} \cong \sum_{n\neq 1} \varepsilon_1 \frac{V_n}{V_1}. \tag{2.53}$$

Per i sistemi trifase, analogamente si può scrivere:

$$\frac{\Delta(P/P_{+1})}{P/P_{+1}} = \frac{\Delta P}{P} - \frac{\Delta P_{+1}}{P_{+1}}. \tag{2.54}$$

e, poiché generalmente si ha che $P_{+1} \approx P$, si ha:

$$\frac{\Delta(P/P_{+1})}{P/P_{+1}} = \sum_{k=a,b,c} (K_{vk} + K_{ik}) \frac{P_k}{P} - (K_v^+ + K_i^+ + K_v^+ \cdot K_i^+) \tag{2.55}$$

2.8.8 Esempi numerici relativi al calcolo dell'indice SLQ

Sono state effettuate alcune simulazioni numeriche per valutare le incertezze nella misura dell'indice *SLQ*. Sono state riprodotte forme d'onda reali di tensione e corrente alle quali sono state aggiunte delle incertezze sistematiche per simulare l'effetto dei circuiti di condizionamento.

È stato assunto che un offset dell'1% del valore di picco fosse presente nei campioni di tensione e corrente, ed una incertezza di guadagno pari a 0.01, valori molto maggiori di quelli riscontrabili nei trasduttori commerciali. Come già fatto in precedenza, per semplicità si è considerata la sola corrente affetta dalla incertezza di fase. Questa è stata ottenuta assumendo un ritardo temporale Δt pari a T_s. Poiché sono stati considerati 1024 campioni per periodo, allora ciò comporta una incertezza di fase alla frequenza fondamentale di ε_1=6mrad. Si sono considerati i tre seguenti casi:

Sistema monofase con carico non lineare

La figura 2.8 mostra le forme d'onda di tensione e corrente.

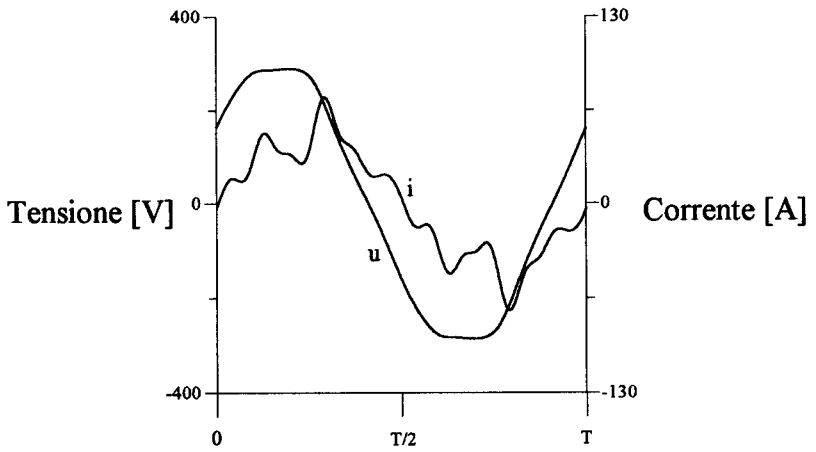

Figura 2.8 Forme d'onda di tensione e corrente con un carico non lineare.

Il sistema è caratterizzato da: P= 6.152 kW; P_1= 6.157 kW, quindi P/P_1= 0.9992; cosφ=0.91; λ = P/VI =0.78; THD_I=30%; THD_V=4.3%.

La tabella 2.1 confronta le incertezze calcolate mediante la (2.50) e quelle ottenute mediante elaborazione numerica.

Tabella 2.1 Incertezze (espresse in per cento) relative ad un sistema monofase con carico non lineare

Errori	$\Delta P/P_{1+}$ Calcolato	$\Delta P/P_{1+}$ dalla (2.50)
guadagno	0	0
fase	-0.044	-0.043
offset	+0.035	+0.035
tutti	-0.009	-0.008

Sistema trifase con carico lineare

È stato considerato un carico lineare equilibrato, realizzato mediante un induttore con un resistore in parallelo alimentato da una terna di tensioni moderatamente distorta e dissimmetrica. Si è supposto di avere operato un certo rifasamento del carico.

Il sistema è caratterizzato da: P=15.055 kW; P_{+1}=15.023 kW, quindi P/P_{+1}=1.0021; THD_I=13%; THD_V=4.5%; $\cos\varphi_1$=0.94; λ=0.93, $V_{-1}/V_{+1} \cong I_{-1}/I_{+1} \cong 1\%$.

Sono state introdotte diverse incertezze di guadagno per le tre fasi. Il loro valore medio è stato pari a 0.01. L'errore di offset era pari a 1% del valore di picco.

Sono state effettuate le simulazioni nelle seguenti condizioni: K_v[0.015,0.01,0.005], K_i[0.005,0.01,0.015]. Inoltre si è introdotta una incertezza di fase diversa per ogni fase e pari a ε[12,6,12]mrad alla frequenza fondamentale.

In tabella 2.2 sono confrontati i risultati ottenuti dalla simulazione numerica con quelli calcolati con la equazione (2.55)

Tabella 2.2 Incertezze (espresse in per cento) relative ad un sistema trifase con carico lineare equilibrato

Errori	$\Delta P/P_{1+}$ Calcolato	$\Delta P/P_{1+}$ dalla (2.55)
guadagno	0	0
fase	0.030	0.017
offset	0.025	0.025

Sistema trifase a tre conduttori con carico non lineare e non equilibrato

In tale sistema sono state considerate, nella simulazione armoniche dispari fino alla tredicesima.

Le caratteristiche del sistema sono:

P=15.055 kW; P_{+1}=15.023 kW, quindi P/P_{+1}=1.0021, $\cos\varphi_1$=0.94; λ=0.93; THD_I=13%; THD_V=4.5%; $V_{-1}/V_{+1} \cong I_{-1}/I_{+1} \cong 1\%$. Sono state considerate le stesse incertezze di offset e di guadagno del caso precedente. Inoltre è stata assunta per le tre correnti una incertezza di fase pari a 12mrad alla frequenza fondamentale. In tabella 2.3 sono confrontati i risultati della simulazione con quelli ottenuti dalla (2.55)

Tabella 2.3 Incertezze (espresse in per cento) relative ad un carico sistema con carico non lineare e squilibrato

Errori	$\Delta P/P_{1+}$ Calcolato	$\Delta P/P_{1+}$ dalla (2.55)
guadagno	0.002	0.001
fase	0.08	0.04
offset	0.03	0.03

Tutti gli esempi considerati mostrano che l'incertezza complessiva da attribuire al valore dell'indice SLQ sono del tutto soddisfacenti, anche quando l'indice differisce dall'unità di qualche

parte per mille. Questa conclusione è particolarmente interessante se si ricorda che sono state fatte ipotesi molto pessimistiche sull'entità delle varie incertezze attribuite ai valori campionati di tensione e corrente di linea.