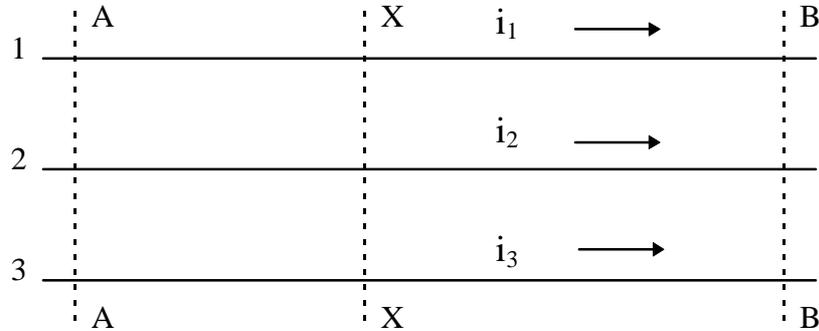


## SISTEMI TRIFASE

### Definizioni principali.

I sistemi trifase sono schematizzabili come nella figura 1. Non si fa nessuna ipotesi né sul generatore di alimentazione situato prima della sezione A-A, né sull'utilizzatore situato dopo la sezione B-B.



*Figura 1. - Schema di linea trifase*

Per una generica sezione X-X valgono le seguenti relazioni:

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0 \quad (1)$$

$$v_{12}(t) + v_{23}(t) + v_{31}(t) = 0 \quad (2)$$

Le equazioni (1) e (2) sono relative ai valori istantanei delle **correnti di linea**  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$  e delle **tensioni concatenate**  $v_{12}(t)$ ,  $v_{23}(t)$ ,  $v_{31}(t)$  avendo posto  $v_{hk}$  = tensione tra il filo h ed il filo k. Utilizzando la notazione simbolica di Steinmetz le (1), (2) si scrivono come:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \quad (3)$$

$$\underline{V}_{12} + \underline{V}_{23} + \underline{V}_{31} = 0 \quad (4)$$

Casi particolari di notevole importanza sono i seguenti:

- **Sistemi trifase simmetrici** :  $|\underline{V}_{12}| = |\underline{V}_{23}| = |\underline{V}_{31}| = V$  .

- **Sistemi trifase equilibrati** :  $|\underline{I}_1| = |\underline{I}_2| = |\underline{I}_3| = I$  .

Nei sistemi trifase simmetrici le tensioni concatenate, rappresentate sul piano di Gauss, formano un triangolo equilatero e risultano sfasate, l'una rispetto alla precedente (nell'ordine  $\underline{V}_{12}$ ,  $\underline{V}_{23}$ ,  $\underline{V}_{31}$ ) di un angolo pari a  $2/3\pi$ . A seconda che lo sfasamento sia negativo (rotazione in senso orario) o positivo (rotazione in senso antiorario), si parla rispettivamente di sistema simmetrico diretto (vedi figura 2) oppure di sistema simmetrico inverso (vedi figura 3). Invertendo l'ordine dei fili 2 e 3 è possibile trasformare un sistema diretto in un sistema inverso e viceversa. Se si indica con  $\alpha$  il numero complesso  $e^{j\frac{2\pi}{3}}$  risulta:

- sistema di tensioni concatenate simmetrico e diretto:  $\underline{V}_{12}, \alpha^2 \underline{V}_{12}, \alpha \underline{V}_{12}$  ;

- sistema di tensioni concatenate simmetrico e inverso:  $\underline{V}_{12}, \alpha \underline{V}_{12}, \alpha^2 \underline{V}_{12}$  .

Nel seguito, tranne precisazione contraria, supporremo sempre che:

1. - I sistemi trifase siano simmetrici e diretti;
2. - La linea di trasmissione tra generatore ed utilizzatore non dia luogo a cadute di tensione in modo da potere considerare in ogni sezione della linea la stessa terna di tensioni concatenate.

**Sistema trifase simmetrico diretto**

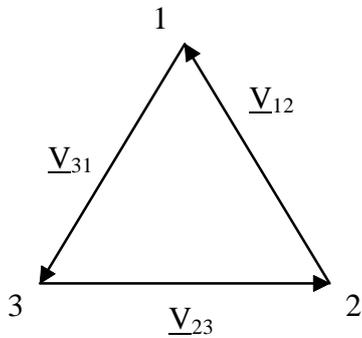


Figura 2

$$\underline{V}_{23} = \underline{V}_{12} e^{-j2\pi/3}$$

$$\underline{V}_{31} = \underline{V}_{12} e^{-j4\pi/3}$$

**Sistema trifase simmetrico inverso**

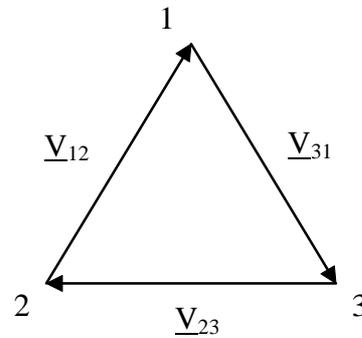


Figura 3

$$\underline{V}_{23} = \underline{V}_{12} e^{j2\pi/3}$$

$$\underline{V}_{31} = \underline{V}_{12} e^{j4\pi/3}$$

L'ipotesi 1 è dovuta al fatto che il generatore trifase può essere schematizzato come tre generatori di tensione monofase isofrequenziali con lo stesso valore efficace ma sfasati di  $2\pi/3$  (vedi figura 4). Se lo sfasamento è negativo, come indicato nella figura 4, le tensioni concatenate risultano essere una terna diretta.

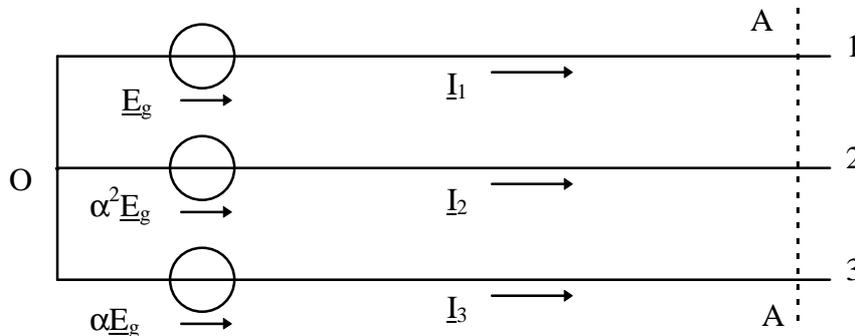


Figura 4. - Schema di generatore trifase

In generale, data una terna qualsiasi di tensioni concatenate  $\underline{V}_{12}$ ,  $\underline{V}_{23}$ ,  $\underline{V}_{31}$ , si definiscono le tensioni principali di fase, o tensioni stellate, le tensioni  $\underline{E}_{10}$ ,  $\underline{E}_{20}$ ,  $\underline{E}_{30}$  che soddisfano le seguenti relazioni

$$\begin{aligned} \underline{E}_{10} - \underline{E}_{20} &= \underline{V}_{12} \\ \underline{E}_{20} - \underline{E}_{30} &= \underline{V}_{23} \\ \underline{E}_{10} + \underline{E}_{20} + \underline{E}_{30} &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Se la terna di tensioni concatenate è simmetrica e diretta anche la terna delle tensioni principali di fase risulta simmetrica e diretta (vedi figura 5):

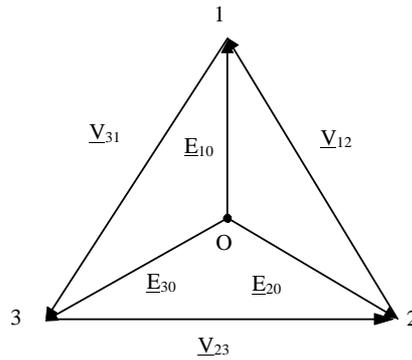


Figura 5 Tensioni principali di fase per un sistema simmetrico e diretto

Il valore efficace  $E$  delle tensioni principali di fase risulta in questo caso ridotto di un fattore pari a  $\sqrt{3}$  rispetto al valore efficace  $V$  delle tensioni concatenate:

$$E = \frac{V}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

Nel seguito si supporrà sempre il sistema delle tensioni concatenate simmetrico e diretto.

### Potenza nei sistemi trifase

La potenza istantanea assorbita da un utilizzatore trifase  $U$  qualsiasi (vedi figura 6) ha la seguente espressione:

$$p(t) = v_{10}(t)i_1(t) + v_{20}(t)i_2(t) + v_{30}(t)i_3(t) \quad (7)$$

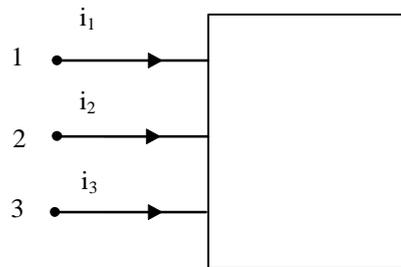


Figura 6

dove  $v_{10}$ ,  $v_{20}$  e  $v_{30}$  sono rispettivamente le tensioni dei terminali 1, 2 e 3 rispetto ad un qualsiasi terminale  $O$  preso come riferimento. Si dimostra infatti che, dato che le correnti  $i_1$ ,  $i_2$  ed  $i_3$  soddisfano la L.K.C ( $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ ) e le tensioni  $v_{10}$ ,  $v_{20}$  e  $v_{30}$  soddisfano la L.K.T. ( $v_{12} = v_{10} - v_{20}$ ,  $v_{23} = v_{20} - v_{30}$ ,  $v_{31} = v_{30} - v_{10}$ ), la potenza  $p(t)$  data dalla espressione (7) non dipende dal particolare terminale  $O$  preso come riferimento:

$$\begin{aligned}
p(t) &= e_{10}(t)i_1(t) + e_{20}(t)i_2(t) + e_{30}(t)i_3(t) \\
p(t) &= v_{10}(t)i_1(t) + v_{20}(t)i_2(t) + v_{30}(t)(-i_1(t) - i_2(t)) = v_{13}(t)i_1(t) + v_{23}(t)i_2(t) \\
p(t) &= v_{10}(t)i_1(t) + v_{30}(t)i_3(t) + v_{20}(t)(-i_1(t) - i_3(t)) = v_{12}(t)i_1(t) + v_{32}(t)i_3(t) \\
p(t) &= v_{20}(t)i_2(t) + v_{30}(t)i_3(t) + v_{10}(t)(-i_2(t) - i_3(t)) = v_{21}(t)i_2(t) + v_{31}(t)i_3(t)
\end{aligned} \tag{8}$$

Il valore medio in un periodo della potenza assorbita prende il nome di **potenza attiva** e viene indicato normalmente col simbolo P:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt \tag{9}$$

La potenza complessa assorbita dal carico viene definita, con riferimento ad un terminale O arbitrario, dalla seguente relazione:

$$\underline{N} = \underline{V}_{10} \underline{I}_1^* + \underline{V}_{20} \underline{I}_2^* + \underline{V}_{30} \underline{I}_3^* \tag{10}$$

Analogamente a quanto precedentemente fatto, si dimostra che tale definizione non dipende dal terminale O assunto come riferimento, per cui risulta:

$$\underline{N} = \underline{E}_{10} \underline{I}_1^* + \underline{E}_{20} \underline{I}_2^* + \underline{E}_{30} \underline{I}_3^* = \underline{V}_{13} \underline{I}_1^* + \underline{V}_{23} \underline{I}_2^* = \underline{V}_{12} \underline{I}_1^* + \underline{V}_{32} \underline{I}_3^* = \underline{V}_{21} \underline{I}_2^* + \underline{V}_{31} \underline{I}_3^* \tag{11}$$

Si dimostra che la parte reale della potenza complessa coincide con la potenza attiva assorbita. Si da invece il nome di potenza reattiva assorbita alla parte immaginaria della potenza complessa:

$$\underline{N} = P + jQ \tag{12}$$

Il modulo della potenza complessa assume il nome di potenza apparente:

$$A = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{13}$$

Il fattore di potenza  $\cos(\varphi)$  del carico è definito dalla seguente relazione :

$$\cos(\varphi) = \cos\left(a \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)\right) \tag{14}$$

Risulta perciò, tenendo conto della (13):

$$P = A \cos(\varphi); \quad Q = A \sin(\varphi) \tag{15}$$

### Utilizzatore equilibrato

Nel caso particolare, di notevole interesse tecnico, che l'utilizzatore U sia equilibrato, come già visto le correnti di linea hanno lo stesso valore efficace e risultano sfasate l'una rispetto all'altra di un angolo pari a  $2/3\pi$  (vedi figura 7).

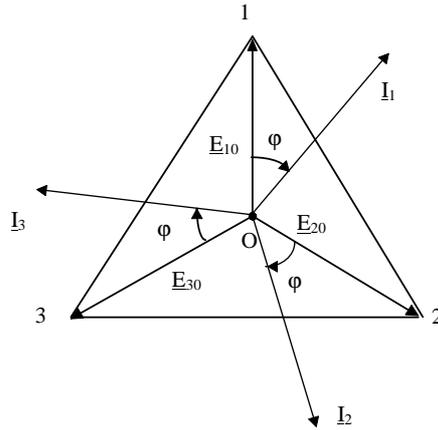


Figura 7

Sia  $\varphi$  lo sfasamento tra tensione principale di fase e la corrispondente corrente di linea, dalla (11), risulta:

$$\underline{N} = \underline{E}_{10} \underline{I}_1^* + \underline{E}_{20} \underline{I}_2^* + \underline{E}_{30} \underline{I}_3^* = 3 \underline{E}_{10} \underline{I}_1^* = 3(EI \cos(\varphi) + jEI \sin(\varphi)) \quad (16)$$

Tenendo conto della (6) infine:

$$\underline{N} = \sqrt{3}VI \cos(\varphi) + j\sqrt{3}VI \sin(\varphi) \Rightarrow \begin{cases} P = \sqrt{3}VI \cos(\varphi) \\ Q = \sqrt{3}VI \sin(\varphi) \\ A = \sqrt{3}VI \end{cases} \quad (17)$$

E' rilevante osservare che la potenza istantanea nei sistemi simmetrici ed equilibrati non è funzione del tempo, contrariamente a quanto accade per i sistemi monofase o per il generico carico trifase non simmetrico o non equilibrato

### Misura delle potenze - Inserzione Aron

Si consideri il problema della misura della potenza attiva  $P$  assorbita da un generico utilizzatore trifase (considerazioni analoghe possono essere fatte per la misura della potenza reattiva. Sfruttando l'arbitrarietà del terminale  $O$  di riferimento è possibile misurare la potenza attiva del generico utilizzatore trifase facendo ricorso a due soli wattmetri, inseriti nel circuito come illustrato nella figura 8 (vedi eq. 11). La potenza attiva  $P$  assorbita dal carico risulta essere pari (a meno delle correzioni da apportare per tenere conto della dispersione degli strumenti) alla somma delle due letture degli strumenti:  $P = W_a + W_b$ .

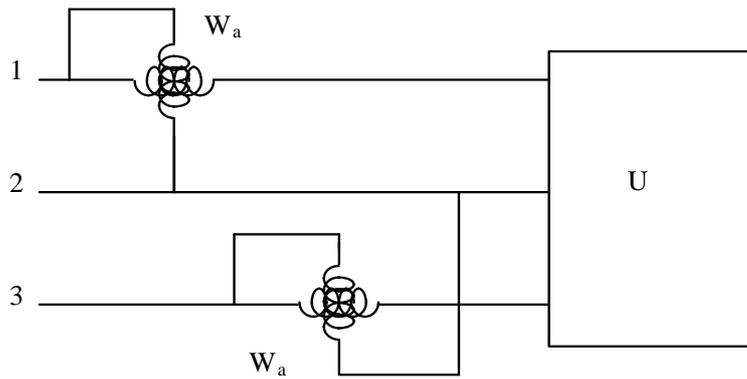


Figura 8. - Misura della potenza attiva - inserzione Aron

Se il carico è equilibrato allora è possibile, dalla lettura dei due strumenti, ottenere anche il valore della potenza reattiva ssorbita. Risulta infatti :

$$W_b + W_a = \sqrt{3}VI \cos(\varphi) = P$$

$$W_b - W_a = VI \sin(\varphi) = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

### Stella di impedenze

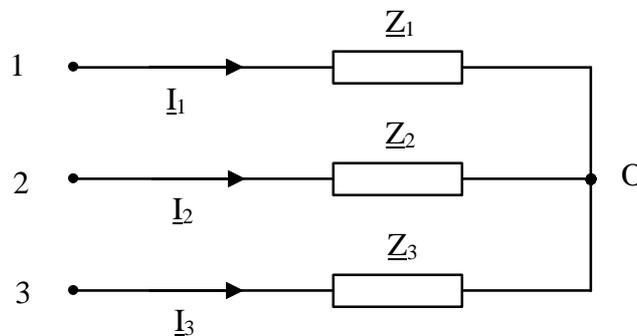


Figura 9.

Il calcolo delle correnti nei rami di una stella di impedenze (vedi figura 9) si può eseguire con vari metodi. Facendo riferimento allo schema circuitale illustrato nella figura 10, dove l'alimentazione dell'utilizzatore viene rappresentata da tre generatori indipendenti di tensione connessi a stella, ciascuno dei quali eroga una f.e.m. pari ad una tensione principale di fase, risulta:

$$V_{-oc} = \frac{Y_1 E_{-10} + Y_2 E_{-20} + Y_3 E_{-30}}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad (18)$$

$$I_1 = Y_1 (E_{-10} - V_{-oc}); I_2 = Y_2 (E_{-20} - V_{-oc}); I_3 = Y_3 (E_{-30} - V_{-oc}) \quad (19)$$

dove le  $Y_1, Y_2, Y_3$  sono le ammettenze dei tre rami dell'utilizzatore.

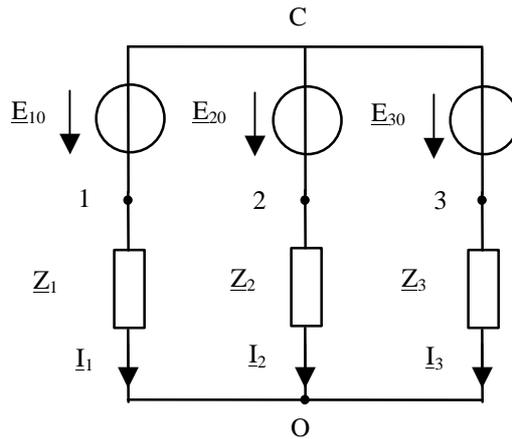


Figura 10.

### Stella equilibrata

Le stelle equilibrate sono formate da tre impedenze uguali  $Z_1=Z_2=Z_3= Z = R +jX$  (e quindi  $Y_1=Y_2=Y_3=Y$ ). In questo caso la (18) fornisce  $\underline{V}_{OC}=0$  e quindi dalle (19) si ottiene:

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \underline{E}_{10}; \underline{I}_2 = \underline{Y}_2 \underline{E}_{20}; \underline{I}_3 = \underline{Y}_3 \underline{E}_{30} \quad (20)$$

da cui si deduce che il sistema è anche equilibrato ( $|\underline{I}_1|=|\underline{I}_2|=|\underline{I}_3|$ ). L'angolo di sfasamento fra tensione principale di fase e corrente in ogni singola fase è quindi lo stesso, e la potenza complessa assorbita dall'utilizzatore può essere espressa tramite la (16) o la (17). Inoltre, per la proprietà di additività delle potenze complesse, la potenza complessa  $\underline{N}$  totale assorbita dall'utilizzatore è uguale alla somma delle potenze complesse assorbite dai suoi tre rami:

$$\underline{N} = \underline{N}_1 + \underline{N}_2 + \underline{N}_3 = 3\underline{Z} I^2 \quad (21)$$

Segue quindi che il fattore di potenza di una stella equilibrata di impedenze coincide con il fattore di potenza di ciascuna impedenza  $\underline{Z}$ :

$$P = 3 R I^2, \quad (22.a)$$

$$Q = 3 X I^2, \quad (22.b)$$

$$\varphi = \arctan(Q/P) = \arctan(X/R) \quad (22.c)$$

### Triangolo di impedenze

Il calcolo delle correnti nei rami di un triangolo di impedenze (vedi figura 11) si esegue direttamente se sono note le impedenze dei rami e le tensioni concatenate. Dalle correnti  $\underline{I}_{12}, \underline{I}_{23}, \underline{I}_{31}$  (correnti di fase) si deducono immediatamente le correnti assorbite dalla linea  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ , vedi eq. (23)

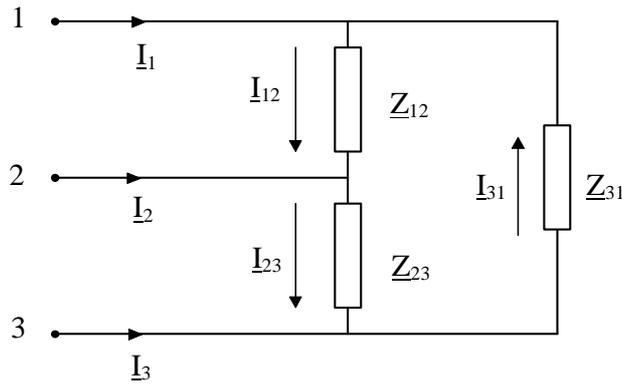


Figura 11.

$$\begin{cases} \underline{I}_{12} = \frac{V_{12}}{\underline{Z}_{12}} \\ \underline{I}_{23} = \frac{V_{23}}{\underline{Z}_{23}} \\ \underline{I}_{31} = \frac{V_{31}}{\underline{Z}_{31}} \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} \\ \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} \\ \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} \end{cases} \quad (23)$$

### Triangolo equilibrato

Il triangolo di impedenze è equilibrato quando le tre impedenze che lo costituiscono sono tutte uguali:  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z} = R + jX$ . In questo caso, dalle (23) si ottiene:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \frac{V_{12} - V_{31}}{\underline{Z}} \\ \underline{I}_2 = \frac{V_{23} - V_{12}}{\underline{Z}} = \frac{V_{12} e^{-j\frac{2}{3}\pi} - V_{31} e^{-j\frac{2}{3}\pi}}{\underline{Z}} = \underline{I}_1 e^{-j\frac{2}{3}\pi} \\ \underline{I}_3 = \frac{V_{31} - V_{23}}{\underline{Z}} = \frac{V_{23} e^{-j\frac{2}{3}\pi} - V_{12} e^{-j\frac{2}{3}\pi}}{\underline{Z}} = \underline{I}_2 e^{-j\frac{2}{3}\pi} \end{cases} \quad (24)$$

da cui si deduce che il sistema è anche equilibrato ( $|\underline{I}_1| = |\underline{I}_2| = |\underline{I}_3|$ ). Inoltre le correnti di fase  $I_{12}$ ,  $I_{23}$ ,  $I_{31}$ , risultano ridotte di un fattore  $\sqrt{3}$  rispetto alle tensioni di linea, come si può vedere dalla figura 12.

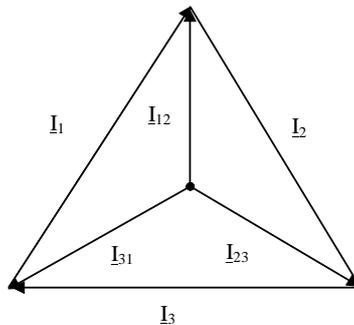


Figura 12. Rappresentazione nel piano di Gauss delle correnti di fase e delle correnti di linea nel caso di un triangolo di impedenze equilibrato

La potenza complessa assorbita dall'utilizzatore può essere espressa ancora tramite la (16) o la (17). Applicando la proprietà di additività delle potenze complesse, la potenza complessa  $\underline{N}$  assorbita dall'utilizzatore è uguale alla somma delle potenze complesse assorbite dai suoi tre rami. Detto  $I_f$  il modulo della corrente tre correnti di fase, risulta:

$$\underline{N} = \underline{N}_1 + \underline{N}_2 + \underline{N}_3 = 3 \underline{Z} I_f^2 \quad (25.a)$$

$$\underline{N} = \underline{N}_1 + \underline{N}_2 + \underline{N}_3 = \underline{V}_{12} \underline{I}_{12}^* + \underline{V}_{23} \underline{I}_{23}^* + \underline{V}_{31} \underline{I}_{31}^* = 3 \underline{V} I_f (\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi) \quad (25.b)$$

Segue quindi che, anche nel caso di triangolo equilibrato di impedenze, il fattore di potenza coincide con il fattore di potenza di ciascuna impedenza  $\underline{Z}$ :

$$P = 3 R I_f^2, \quad (26.a)$$

$$Q = 3 X I_f^2, \quad (26.b)$$

$$\varphi = \arctan(Q/P) = \arctan(X/R) \quad (26.c)$$

### Sistemi a quattro fili (trifase con neutro)

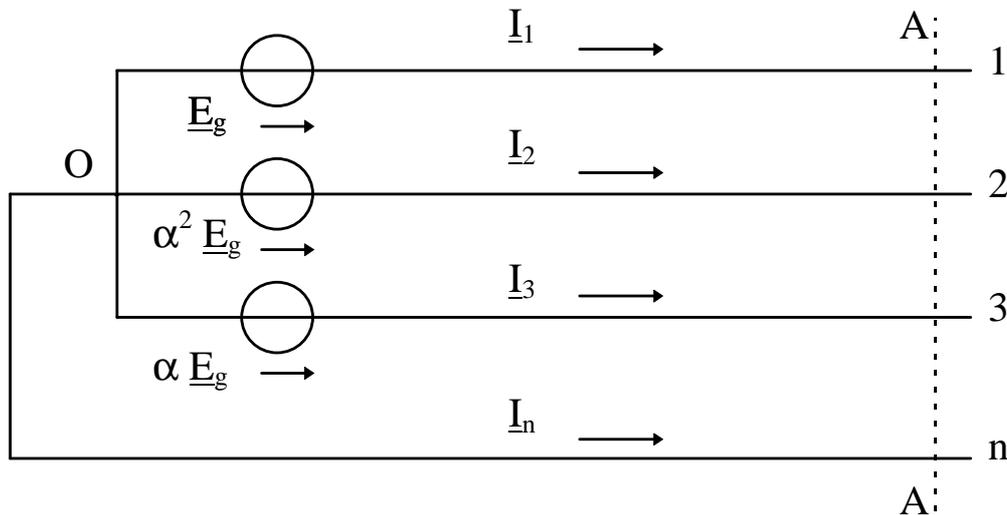


Figura 13. - Schema del generatore per sistemi trifase con neutro

La presenza di un quarto filo n (**neutro**), porta a considerare sistemi del tipo indicato nella figura 13. Se si alimenta il sistema con tre generatori disposti a stella aventi f.e.m. simmetriche disposte in terna diretta ( $\underline{E}_g, \alpha^2 \underline{E}_g, \alpha \underline{E}_g$ ) si stabilisce fra i fili 1,2,3 una terna di tensioni concatenate simmetrica (a meno delle eventuali cadute), le cui tensioni principali di fase sono le f.e.m. suddette. Oltre a ciò si rende disponibile fra ciascuna fase ed il neutro una tensione di modulo E. In nessun caso ci sono particolari problemi di calcolo in quanto, trascurando le cadute di tensione sulla linea, è sempre nota a priori la tensione applicata a ciascuna impedenza.

Il collegamento è adatto per carichi aventi una certa probabilità di squilibrio: in tal modo si assicurano tensioni con lo stesso valore efficace su tutte le impedenze di carico a stella, anche se sono diverse tra loro. Infatti, trascurando le cadute di tensione sul neutro, la tensione tra i centri stella è nulla e le correnti assorbite dalla linea sono calcolabili come  $\underline{I}_k = \underline{E}_{k0} / \underline{Z}_k$ ,  $k = 1,2,3$ . La corrente nel neutro sarà tanto maggiore quanto più è pronunciato lo squilibrio dei carichi, come risulta dalla seguente formula:

$$\underline{I}_n = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3) = -\left( \frac{\underline{E}_{10}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{E}_{20}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{E}_{30}}{\underline{Z}_3} \right) \quad (27)$$

### Rifasamento di un utilizzatore trifase

Si consideri un utilizzatore U di tipo induttivo che assorba dalla linea la potenza reattiva Q e la potenza attiva P e sia caratterizzato da un fattore di potenza  $\cos(\varphi)$ . Analogamente al caso dei sistemi monofase, aumentare il fattore di potenza del carico, a parità di potenza attiva assorbita, permette di ridurre le correnti di linea assorbite, a cui seguono una riduzione delle cadute di tensione sulla linea e della potenza dissipata per effetto Joule sulla linea stessa. Se il fattore di potenza dell'utilizzatore è troppo basso, è quindi necessario rifasare tale utilizzatore, ponendo in parallelo ad esso un banco di condensatori, collegati a stella (vedi figura 14) od a triangolo (vedi figura 15). Sia  $\cos \varphi'$  il fattore di potenza che si vuole ottenere per il carico costituito dall'utilizzatore U con in parallelo il banco di condensatori. Facendo riferimento alla figura 14, la potenza reattiva assorbita dalla linea a destra della sezione B'B' è data da:

$$Q_i = Q + Q_c = P \tan(\varphi) + Q_c$$

avendo indicato con  $Q_c$  la potenza reattiva assorbita dalle batteria di condensatori. Si ha quindi :

$$\tan(\varphi') = \frac{Q_i}{P} = \tan(\varphi) + \frac{Q_c}{P} \Rightarrow Q_c = P [\tan(\varphi') - \tan(\varphi)] \quad (28)$$

L'ultima relazione esprime la potenza reattiva che deve essere assorbita dalla batteria di condensatori per portare il fattore di potenza da  $\cos(\varphi)$  a  $\cos(\varphi')$ .

#### ◆ Condensatori a stella

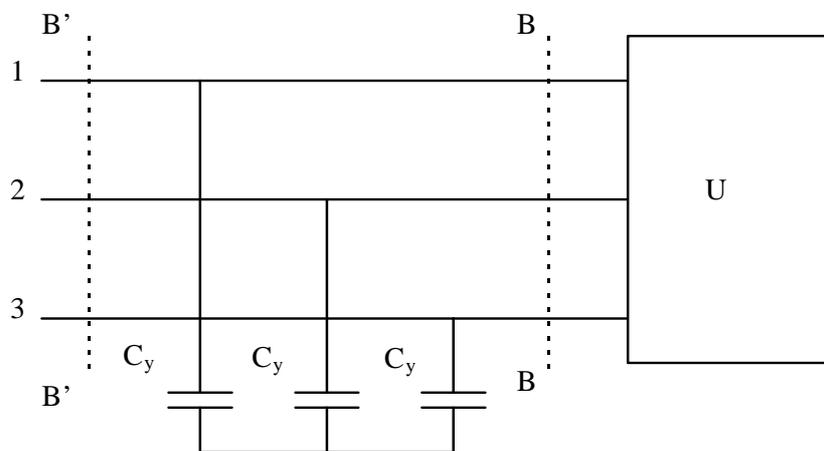


Figura 14.

Se, come nel caso di figura 14, i condensatori sono disposti a stella, si ha:

$$Q_c = 3X_c I_c^2 = 3 \left( -\frac{1}{\omega C_y} \right) \left( \frac{\left( \frac{V}{\sqrt{3}} \right)}{\left( \frac{1}{\omega C_y} \right)} \right)^2 = -\omega C_y V^2$$

da cui:

$$C_y = \frac{P(\tan(\varphi) - \tan(\varphi'))}{\omega V^2} \quad (29)$$

Questa relazione esprime il valore comune delle capacità dei condensatori, disposti a stella, atti a rifasare l'impianto.

◆ **Condensatori a triangolo**

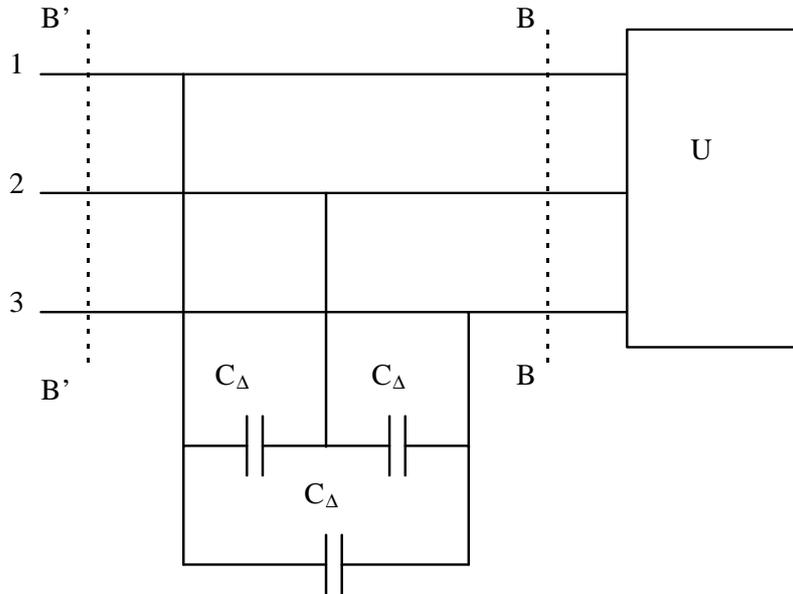


Figura 15.

Se, come nel caso della figura 15, i condensatori sono collegati a triangolo, risulta:

$$Q_c = 3X_c I_c^2 = 3 \left( -\frac{1}{\omega C_{\Delta}} \right) \left( \frac{V}{\left( \frac{1}{\omega C_{\Delta}} \right)} \right)^2 = -3\omega C_{\Delta} V^2$$

da cui:

$$C_{\Delta} = \frac{P(\tan(\varphi) - \tan(\varphi'))}{3\omega V^2} \quad (30)$$

Questa relazione esprime il valore comune delle capacità dei condensatori, disposti a triangolo, atti a rifasare l'impianto. Quindi se i condensatori sono disposti a triangolo si richiede che essi abbiano capacità tre volte inferiori di quelle di un collegamento a stella. Tuttavia con un collegamento a triangolo ciascun condensatore è sottoposto alla tensione di linea  $V$ , mentre con un collegamento a stella ciascun condensatore è sottoposto alla tensione di fase  $E = V/\sqrt{3}$ .

I morsetti dei condensatori sono fra loro collegati a due a due mediante resistenze di valore molto elevato, le quali, quando i condensatori sono in esercizio, dissipano una potenza molto piccola, in relazione al loro valore elevato, ma consentono ai condensatori di scaricarsi non appena venga interrotto il collegamento con la linea.

## Trasmissione e distribuzione dell'energia elettrica

In generale il trasferimento di energia elettrica tra due punti, nei sistemi elettrici di potenza (escludendo quindi il campo delle telecomunicazioni), può avvenire nei seguenti tre modi:

- corrente continua;
- corrente alternata monofase a frequenza industriale (50 Hz per l'Europa, 60 Hz per gli USA);
- corrente alternata trifase a frequenza industriale.

Il confronto tra i pesi di materiale conduttore è uno dei criteri che determina la convenienza economica della linea. Infatti, il peso del conduttore incide sia sul costo proprio dei conduttori che su quello dei sostegni, della posa in opera della linea, etc. Il confronto tra i tre sistemi di trasmissione deve essere effettuato rispettando le seguenti ipotesi:

- parità della potenza trasmessa  $P$  [W];
- parità della tensione di trasmissione  $V$  [V];
- parità della lunghezza della linea  $L$  [m];
- parità della potenza dissipata sulla linea  $\Delta p$  [W];
- parità di conduttore (quindi stesso peso specifico  $\gamma$  e stessa resistività  $\rho$ ).

- 1) **corrente continua:** Indicando con  $R_l$  la resistenza di linea relativa ad un conduttore e con  $I$  la corrente di linea, la potenza persa nei due conduttori è data da:

$$\Delta p = 2 R_l I^2$$

Sostituendo le espressioni  $R_l = \rho L/S$  e  $I = P/V$  si ottiene:  $\Delta p = \frac{2\rho L P^2}{S V^2} \Rightarrow S = \frac{2\rho L P^2}{\Delta p V^2}$

Essendo  $S$  e  $2LS$  rispettivamente la sezione ed il volume dei conduttori di linea, il peso totale dei conduttori di linea è dato da:

$$G_{cc} = 2LS\gamma = \frac{4\gamma\rho L^2 P^2}{\Delta p V^2} = 4k \quad (31)$$

dove si è definito il fattore costante  $k = \gamma\rho L^2 P^2 / (V^2 \Delta p)$ .

- 2) **corrente alternata monofase:** rispetto al caso precedente cambia solo l'espressione della corrente che è  $I = P / (V \cos\varphi)$  e pertanto, nella formula del peso comparirà a denominatore il termine  $\cos^2\varphi$ , ottenendo:

$$G_{cam} = 2LS\gamma = \frac{4\gamma\rho L^2 P^2}{\Delta p V^2 \cos^2(\varphi)} = \frac{4k}{\cos^2(\varphi)} \quad (32)$$

- 3) **corrente alternata trifase:** essendo tre i conduttori si ha

$$\Delta p = 3 R_l I^2, \text{ dove } R_l = \frac{\rho L}{S} \text{ e } I = \frac{P}{\sqrt{3}V \cos(\varphi)}$$

Sostituendo si ottiene:

$$\Delta p = \frac{\rho L P^2}{S V^2 \cos^2(\varphi)} \Rightarrow S = \frac{\rho L P^2}{\Delta p V^2 \cos^2(\varphi)}$$

Il peso dei tre conduttori di linea è dato da:

$$G_{cat} = 3LS\gamma = \frac{3\gamma\rho L^2 P^2}{\Delta p V^2 \cos^2(\varphi)} = \frac{3k}{\cos^2(\varphi)} \quad (33)$$

Confrontando le espressioni (31), (32) e (33) e tenendo presente che  $\cos^2\varphi \leq 1$ , si possono trarre le seguenti conclusioni:

- i pesi in corrente alternata monofase e trifase dipendono dal fattore di potenza, tendendo all'infinito per  $\cos \varphi$  tendente a zero e assumendo i valori minimi per  $\cos \varphi = 1$ , valori che sono rispettivamente:  $(G_{cam})_{\min} = 4k$ ,  $(G_{cat})_{\min} = 3k$ ;
- per qualsiasi valore di  $\cos \varphi$ , essendo  $G_{cat} < G_{cam}$ , il peso della linea in corrente alternata trifase è sempre minore di quello in corrente alternata monofase;
- per qualsiasi valore di  $\cos \varphi$ , essendo  $G_{cc} < G_{cam}$ , il peso dei conduttori in corrente continua è sempre inferiore a quello in corrente alternata monofase, salvo che per  $\cos \varphi = 1$ , caso in cui i due pesi sono uguali;
- risolvendo la disequazione  $G_{cc} < G_{cat}$  si ottiene  $\cos^2(\varphi) \leq 3/4$  e quindi, considerando solo il valore positivo,  $\cos(\varphi) \leq \sqrt{3}/2 = 0.866$ . Quanto sopra porta alla conclusione che, per valori di  $\cos(\varphi) < 0.866$ , il peso in corrente alternata trifase è maggiore di quello in corrente continua e viceversa; per di  $\cos(\varphi) = 0.866$  i due pesi sono uguali.

In definitiva, per fattori di potenza maggiori di 0.866, il sistema di trasmissione più conveniente, per quanto concerne il peso dei conduttori, è quello in corrente alternata trifase, mentre per  $\cos(\varphi) < 0.866$  diventa più conveniente quello in corrente continua. Risulta anche evidente, nei casi di impiego della corrente alternata, la convenienza di un elevato valore del  $\cos \varphi$ , essendo il peso dei conduttori proporzionale al suo quadrato. Le considerazioni fatte possono essere sintetizzate nel grafico di figura 16.

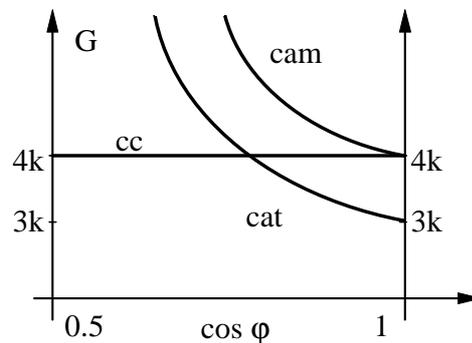


Figura 16.

Oltre al criterio precedente occorre considerare anche altri elementi di valutazione.

- La generazione di energia elettrica avviene quasi totalmente sotto forma di corrente alternata trifase, in quanto i relativi generatori (alternatori trifase) sono costruttivamente più semplici e robusti dei generatori in corrente continua; anche l'utilizzazione avviene prevalentemente in corrente alternata. Volendo effettuare la trasmissione in corrente continua occorre una stazione di conversione a monte ed una a valle della linea. Attualmente la conversione avviene mediante raddrizzatori statici.
- La trasmissione in corrente continua presenta il vantaggio, rispetto alle linee trifase, di un minore costo degli isolatori e dei sostegni, sia per il fatto di impiegare due conduttori (o anche uno se il ritorno è effettuato a terra) anziché tre, sia perché, a parità di valore efficace della tensione  $V$ , la linea a corrente alternata va costruita con un livello di isolamento proporzionato

al valore massimo  $V_M = \sqrt{2} V$ , mentre quella a corrente continua deve essere isolata solo per la tensione  $V$ ; questi vantaggi risultano particolarmente importanti per le linee lunghe ad altissima tensione;

- In corrente continua c'è una minore caduta di tensione di linea perché manca la caduta di tensione dovuta alla reattanza induttiva. Altro vantaggio, particolarmente sensibile nelle linee in cavo, è l'assenza di effetti capacitivi.

Attualmente la trasmissione di energia elettrica a tensione  $220 \text{ kV} - 380 \text{ kV}$  si effettua con linee aeree trifasi; la corrente continua è stata adottata, per esempio, per l'attraversamento di tratti di mare con cavo sottomarino (Toscana - Corsica - Sardegna a  $200 \text{ kV}$ , Inghilterra - Francia, fiordi norvegesi, etc.).