METODI PER LO STUDIO DELLA DISTRIBUZIONE DI CORRENTE NEI CAVI SUPERCONDUTTORI

M. Breschi, A. Cristofolini, M. Fabbri, F. Negrini, P. L. Ribani
Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Università di Bologna,
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna, Italy

Un notevole problema tecnico nell'utilizzo dei magneti superconduttori avvolti con cavi superconduttori multifilamentari è la "ramp rate limitation", ovvero la diminuzione della corrente critica trasportabile dai cavi stessi rispetto a quella di progetto, in presenza di rampe di corrente o di campo magnetico esterno. Tale fenomeno riduce notevolmente le potenzialità di utilizzo di tali magneti in presenza di correnti o campi variabili.

La causa di questo fenomeno è la disuniforme distribuzione della corrente tra i vari strands che costituiscono il cavo superconduttore, per la quale alcuni di essi, essendo attraversati da una corrente superiore a quella critica, subiscono il "quench", cioè transiscono allo stato normale, prima che nel cavo si raggiunga la densità di corrente critica. Il "quench" dei primi sottocavi si può poi estendere a tutto il cavo provocandone la transizione dallo stato superconduttivo a quello normale, con la conseguente necessità di interrompere il funzionamento del magnete.

Al fine di determinare le condizioni di maggiore omogeneità possibile di distribuzione, sono allo studio due approcci, basati su una diversa modellizzazione del sistema fisico, per la valutazione delle correnti nei diversi sottocavi e delle perdite in corrente alternata.

Un primo approccio è di tipo circuitale a costanti distribuite, fondato su una descrizione della geometria dei diversi sottocavi avvolti ad elica come nei cavi in condotto a circolazione forzata di elio (Cable In Conduit Conductors, CICC), oppure disposti su due strati sovrapposti come nei cavi piatti utilizzati per i magneti degli acceleratori di particelle (Rutherford cables). Con questo tipo di modellizzazione si ottiene un sistema di N (numero degli strands) equazioni differenziali alle derivate parziali nello spazio e nel tempo, in cui le incognite sono le differenze delle correnti nei diversi strands (δi_h) rispetto al valore che si avrebbe nel caso di distribuzione uniforme:

$$-\left(\sum_{\substack{k=1\\k\neq h}}^{N} g_{h,k}\right) r_h\, i_h + \sum_{\substack{k=1\\k\neq h}}^{N} g_{h,k}\, r_k\, i_k + \frac{\partial^2 \delta i_h}{\partial \xi^2} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq h}}^{N} g_{h,k} \left\{ -\sum_{j=1}^{N_{ext}} \left(m_{ext,j,h} - m_{ext,j,k}\right) \frac{di_{ext,j}}{dt} - \left(m_{coil,h} - m_{coil,k}\right) \frac{dI}{dt} - \sum_{l=1}^{N} \left(m_{h,l} - m_{k,l}\right) \frac{\partial\, \delta i_l}{\partial t} \right\} = 0 \tag{1}$$

dove $g_{h,k}$ è la conduttanza trasversale, per unità di lunghezza del cavo, tra gli strands h e k; r_h è la resistenza longitudinale per unità di lunghezza dello strand h; $m_{h,l}$ è il coefficiente di mutua induzione per unità di lunghezza tra lo strand h e lo strand l; $m_{ext,j,h}$ è il coefficiente di mutua induzione per unità di lunghezza tra l'avvolgimento del cavo (dove si suppone distribuzione di corrente uniforme) e lo strand h; $i_{ext,j}$ è la corrente nell'avvolgimento esterno di indice j.

Si considerano solo N −1 equazioni del tipo (1), poiché le N differenze di corrente devono soddisfare la seguente equazione:

$$\sum_{h=1}^{N} \delta i_h(\xi, t) = 0 \tag{2}$$

Il vantaggio di questa modellizzazione è l'elevata quantità di informazioni che si possono ottenere sulle correnti in ciascun sottocavo e sulla loro variazione spaziale e temporale. Lo svantaggio principale è costituito dall'onere computazionale che cresce con il numero di sottocavi, in quanto il numero di equazioni è pari al numero di sottocavi.

Per ovviare a questa difficoltà, quando il numero dei sottocavi eccede le capacità computazionali disponibili si pensa di utilizzare un approccio diverso: si suppone che il cavo superconduttore sia costituito da un materiale omogeneo fittizio caratterizzato da una permeabilità magnetica pari a quella del vuoto ed una relazione costitutiva tra il campo elettrico e la densità di corrente non - lineare ed anisotropa:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x},t) = \mathbf{F_E}(\mathbf{J}(\mathbf{x},t),\mathbf{x}) \tag{3}$$

Considerando il campo di induzione totale come somma di un campo prodotto da una densità di corrente esterna al cavo superconduttore e di un autocampo, il modello quasi magneto - statico delle equazioni di Maxwell conduce al seguente sistema di equazioni integro-differenziali per la densità di corrente nel cavo:

$$\begin{cases} \nabla \times (\mathbf{B} + \mathbf{B_{ext}}) = \mu_0 \, \mathbf{J} \\ \nabla \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{B_{ext}}) = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\dfrac{\partial(\mathbf{B} + \mathbf{B_{ext}})}{\partial t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{E} = -\nabla V - \dfrac{\partial \mathbf{A_{ext}}}{\partial t} - \dfrac{\mu_0}{4\pi} \displaystyle\iiint_{V_C} \dfrac{\frac{\partial \mathbf{J}(\mathbf{x}',t)}{\partial t}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \, d^3\mathbf{x}' \\ \displaystyle\oint\!\!\!\oint_{\partial V_C} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \, dS = 0 \\ \mathbf{A_{ext}} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \displaystyle\iiint_{V_A} \dfrac{\mathbf{J}_{ext}(\mathbf{x}',t)}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \, d^3\mathbf{x}' \end{cases} \tag{4}$$

È in fase di sviluppo un codice per la soluzione del sistema di equazioni (3) – (4) che utilizza una discretizzazione spaziale del cavo superconduttore mediante elementi tetraedrici. Le incognite del problema sono le correnti attraverso le facce laterali degli elementi ed i potenziali scalari elettrici nei centri degli elementi. Il processo di discretizzazione spaziale del sistema (4) consente di ottenere un sistema di equazioni algebrico-differenziali non lineare, del tipo:

$$\begin{cases} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{I}(t) = 0 \\ \mathbf{M} \cdot \dfrac{d\mathbf{I}}{dt} + \mathbf{N} \cdot \mathbf{V}(t) + \mathbf{G}(t, \mathbf{I}(t)) = \mathbf{E}(t) \end{cases} \tag{5}$$

Il sistema (5), formalmente simile al sistema risolutivo di un circuito non - lineare, viene risolto con una discretizzazione (temporale) alle differenze finite ed applicando al sistema algebrico risultante un metodo iterativo di tipo Newtoniano.

BIBLIOGRAFIA

[1] L. Bottura, M. Breschi, F. Negrini, P.L. Ribani, "Electromagnetic model of current distribution in superconducting cables", *Proc. EUCAS'99*, Barcellona, 1999.

[2] L. Krempasky, C. Schmidt, "Experimental verification of 'supercurrents' in superconducting cables exposed to AC fields", *Cryogenics*, vol. 39, pp. 23-33, 1999.

[3] L. Bottura, "Modelling stability in superconducting cables", *Physica C*, vol. 310, pp. 316-326, 1998.