

METODI ANALITICI PER LO STUDIO DELLA DISTRIBUZIONE DI CORRENTE NEI CAVI SUPERCONDUTTORI MULTIFILAMENTARI

M. Breschi, A. Cristofolini, M. Fabbri, F. Negrini, P.L. Ribani

Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Università di Bologna
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna

I cavi utilizzati per la costruzione di magneti superconduttori in applicazioni ad elevato campo magnetico sono costituiti da numerosi strand avvolti in stadi successivi con diversi passi di avvolgimento. Gli strand sono fili conduttori costituiti da un elevato numero di filamenti superconduttivi estrusi in una matrice di metallo normale. Gli strand vengono trasposti al fine di ridurre le perdite in corrente alternata dovute alla circolazione di correnti indotte durante rampe di campo o di corrente. La trasposizione è generalmente incompleta, in particolare quando sono presenti forti gradienti longitudinali del campo magnetico applicato al cavo.

La sovrapposizione delle correnti indotte alla corrente di trasporto e gli effetti resistivi dovuti a diverse resistenze degli strand ai giunti determinano una distribuzione di corrente non uniforme tra i diversi strand del cavo, che può causare la transizione dallo stato superconduttivo allo stato normale (quench) di uno strand prima che la corrente complessiva raggiunga il valore della corrente critica teorica del cavo. Questo fenomeno prende il nome di “ramp rate limitation”, essendo particolarmente rilevante durante le rampe di corrente. Un ulteriore fenomeno indesiderato dovuto alla distribuzione non uniforme di corrente è la distorsione del campo magnetico generato dal cavo, che deve essere compensata per un corretto funzionamento degli acceleratori di particelle.

Per studiare il fenomeno della distribuzione di corrente nei cavi superconduttori multifilamentari, si è sviluppato un modello a parametri distribuiti [1,4] che, grazie ad una notevolissima riduzione del numero di incognite rispetto ai modelli a costanti concentrate solitamente utilizzati, consente di calcolare la distribuzione di corrente in cavi reali costituiti da alcune decine di strand e della lunghezza di decine o centinaia di metri utilizzati per avvolgere i magneti superconduttori.

Un notevole vantaggio di questa formulazione rispetto all’analisi mediante circuiti a parametri concentrati è costituito dalla possibilità di calcolare la soluzione analitica del sistema di equazioni alle derivate parziali nel tempo e nello spazio che descrivono il sistema fisico. Lo studio della distribuzione di corrente tramite metodi analitici è stato affrontato da altri autori per l’analisi di cavi costituiti da due soli strand. In particolare Turck [5] ha analizzato la ridistribuzione di corrente tra due strand in presenza di corto circuiti locali fra i due strand o difetti di uno dei due strand, mentre Krempasky e Schmidt [6] hanno valutato le “supercorrenti” indotte da variazioni longitudinali del campo magnetico applicato al cavo.

La novità della presente ricerca consiste nel calcolo della distribuzione di corrente in un cavo costituito da un numero generico di strand in seguito all’applicazione di un campo esterno con generica distribuzione spaziale. Le equazioni che descrivono gli strand del cavo nel modello a costanti distribuite sono le seguenti:

$$[G][M] \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial t}(\mathbf{x}, t) + [G][R] \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial^2 \mathbf{i}}{\partial x^2}(\mathbf{x}, t) = [G] \mathbf{v}^{\text{ext}}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

dove \mathbf{i} è il vettore delle correnti negli strand, $[R]$, $[M]$ e $[G]$ le matrici contenenti rispettivamente le resistenze longitudinali, le conduttanze trasversali e le induttanze e per unità di lun-

ghezza e \mathbf{v}^{ext} un vettore contenente le f.e.m. indotte sugli strand dalla variazione del campo magnetico applicato al cavo e x e t sono la posizione e l'istante in cui si calcola la distribuzione di corrente. La soluzione del sistema (1) è la seguente:

$$\mathbf{i}(x, t) = \frac{1}{L} \int_0^L d\xi [\mathbf{K}^{(0)}(x, \xi, t)] \mathbf{i}^{(0)}(\xi) + \frac{1}{L} \int_0^L d\xi \int_0^t d\tau [\mathbf{K}(x, \xi, t - \tau)] \mathbf{v}^{\text{ext}}(\xi, \tau) \quad (2)$$

dove $[\mathbf{K}]$ è un opportuno kernel di integrazione ed L è la lunghezza del cavo. La soluzione (2) è stata confrontata in diverse situazioni con la soluzione numerica agli elementi finiti delle equazioni del sistema (1), ottenendo un buon accordo. Un esempio di tale confronto è presentato in Fig. 1, per l'applicazione di una rampa di campo magnetico con distribuzione spaziale a gradino ($dB/dt = 0$ per $x < L/2$ e $dB/dt = 0.01$ T/s per $x > L/2$) ad un cavo piatto di tipo Rutherford costituito da 16 strand.

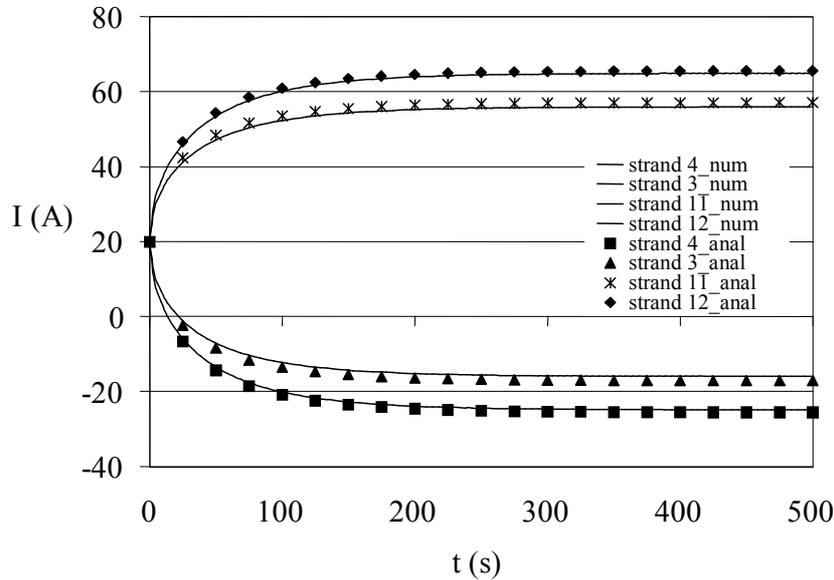


Fig. 1 – Confronto fra soluzione numerica ed analitica del sistema (1) per l'andamento nel tempo delle correnti negli strand di un cavo piatto a 16 strand durante una rampa di corrente.

- [1] L. Bottura, M. Breschi, F. Negrini, P.L. Ribani, "Electromagnetic analysis of current distribution in superconducting cables", *EUCAS'99*, Special Issue of the Institute of Physics, Conference Series N. 167, pp. 1191, Bristol, Giugno 2000.
- [2] L. Bottura, C. Rosso, M. Breschi, "A General Model for Thermal, Hydraulic and Electric Analysis of Superconducting Cables", *Cryogenics* (40), 8, pp 627-635, 2001.
- [3] A. Akhmetov, L. Bottura, M. Breschi, P.L. Ribani, "A Theoretical Investigation on Current Imbalance in Flat Two Layer Superconducting Cables", *Cryogenics* (40), 8, pp. 617-626, 2001.
- [4] A. Akhmetov, L. Bottura, M. Breschi, "A Continuum Model for Current Distribution in Rutherford Cables", accettato per la pubblicazione su *IEEE Trans. Appl. Supercond.*
- [5] B.K. Turck, "Influence of a transverse conductance on current sharing in a two-layer superconducting cable", *Cryogenics*, pp. 448-454, Agosto 1974.
- [6] L. Krempasky, C Schmidt, "Influence of a longitudinal variation of dB/dt on the magnetic field distribution of superconducting accelerator magnets", *Appl. Phys. Lett.*, 66, pp. 1545, 1995.