

# SOLUZIONI ANALITICHE PER LA VALIDAZIONE DI CODICI NUMERICI DI CALCOLO DELLA DISTRIBUZIONE DI CORRENTE NEI CAVI SUPERCONDUTTORI MULTIFILAMENTARI

L. Bottura\*, M. Breschi, M. Fabbri, F. Negrini

Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Università di Bologna  
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna

\* MTA Group, LHC Division, CERN, Ginevra, Svizzera

I conduttori progettati e costruiti per le applicazioni su larga scala della superconduttività (magneti per SMES, acceleratori di particelle, impianti per la fusione termonucleare controllata) sono cavi realizzati avvolgendo “strand” o nastri in strati concentrici. Gli strand realizzati con superconduttori a bassa temperatura critica consistono di migliaia di filamenti superconduttivi con diametri tipici da 5 a 50  $\mu\text{m}$ , estrusi in una matrice di rame. I nastri di materiali superconduttori ad alta temperatura sono strisce di materiale conduttore con funzione stabilizzante contenenti migliaia di filamenti con una dimensione tipica da 10 a 100  $\mu\text{m}$ . Per la maggior parte delle applicazioni gli strand e i nastri hanno una dimensione tipica molto inferiore alla dimensione del cavo, cosicché la loro struttura interna può essere ignorata. Gli strand e i nastri sono avvolti e trasposti per ridurre le perdite AC generate da campi magnetici variabili nel tempo. In genere la trasposizione è incompleta per le due seguenti motivazioni:

- come per i filamenti avvolti negli strand, gli strand e i sottocavi nel cavo avvolto sono ancora accoppiati con l'autocampo generato dalla corrente di trasporto
- nella maggior parte dei casi le diverse coppie di strand non concatenano lo stesso flusso, come per esempio nel caso di un cavo ideale sottoposto ad un campo con variazioni longitudinali, o nel caso di deviazioni dalla geometria ideale perfettamente trasposta

Numerosi gruppi di ricerca hanno sviluppato negli ultimi anni codici numerici per il calcolo della distribuzione di corrente e delle perdite AC nei cavi superconduttori multistrand [1,2]. La validazione di tali codici tramite il confronto con i dati sperimentali è naturalmente fondamentale, ma può essere inficiata da approssimazioni nel modello elettromagnetico o da errori nella valutazione dei parametri del modello. Per distinguere le diverse sorgenti di errore è utile una validazione preliminare dei modelli con una soluzione analitica del problema.

L'unità di Bologna ha sviluppato, in collaborazione con il CERN e l'EFDA, un modello circuitale a costanti distribuite per il calcolo della distribuzione di corrente in questi cavi [3,6].

L'equazione che descrive l'evoluzione della corrente negli strand del cavo in questo modello è la seguente:

$$[G] [M] \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial t} (x, t) + [G] [R] \mathbf{i} (x, t) + \frac{\partial^2 \mathbf{i}}{\partial x^2} (x, t) = [G] \mathbf{v}^{ext} (x, t) \quad (1)$$

dove  $\mathbf{i}$  è il vettore delle correnti negli strand,  $[R]$ ,  $[M]$  e  $[G]$  le matrici contenenti rispettivamente le resistenze longitudinali, le conduttanze trasversali e le induttanze per unità di lunghezza e  $\mathbf{v}^{ext}$  un vettore contenente le f.e.m. indotte sugli strand dalla variazione del campo magnetico applicato al cavo e  $x$  e  $t$  sono la posizione e l'istante in cui si calcola la distribuzione di corrente.

La soluzione analitica generale del sistema (1) è ottenibile in forma chiusa qualora sia possibile formulare alcune ipotesi di simmetria e circolarità sulle matrici di induttanza e conduttanza. Le ipotesi di circolarità sono rispettate nei cavi in cui i diversi strand hanno la stessa geometria, a parte una traslazione rigida lungo il cavo. Questo si verifica rigorosamente nei cavi avvolti in un solo stadio con pochi strand (tripletti, quadrupletti, ecc.), e nei cavi piatti di tipo Rutherford, e si verifica *in media* sulla lunghezza del cavo nel caso di cavi CIC (Cable in Conduit Conductor) a più stadi. La soluzione generale del sistema (1) è tuttavia molto complessa matematicamente e risulta difficile da utilizzare per l'analisi di cavi a molti strand di larga scala [7].

Si è quindi individuato un insieme di casi semplici in cui la soluzione analitica può essere più facilmente utilizzata per la validazione di codici numerici. In particolare è stata determinata la soluzione analitica in forma chiusa per cavi di pochi strand (da 2 a 4), analizzando l'influenza di diverse condizioni al contorno, gli effetti di flussi magnetici localizzati variabili nel tempo agenti sul cavo e l'effetto di una resistenza localizzata in una posizione generica del cavo come nel caso di un quench.

I risultati dell'applicazione di un flusso magnetico variabile nel tempo (rampa di campo seguita da fase di campo costante) localizzato a metà di un cavo a due e tre strand sono mostrati in Fig. 1. L'evoluzione temporale della corrente nel punto centrale del cavo mostra che la corrente cresce durante la rampa di campo, per poi diffondere durante la fase di campo costante (eccitazione nulla). Si può osservare un ottimo accordo tra risultati analitici (linea continua) e numerici (simboli) ottenuti con un codice agli elementi finiti.

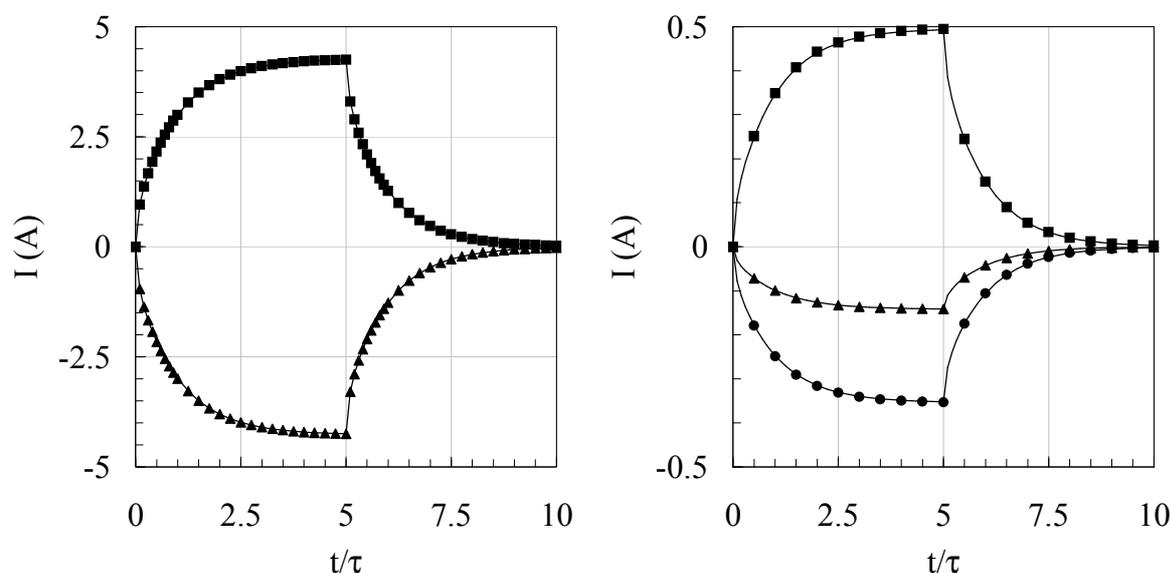


Fig. 1 – Evoluzione temporale delle correnti nel punto centrale di un cavo a 2 (a) e 3 (b) strand soggetto ad una sorgente di tensione localizzata nel punto stesso.  $\tau$  è la costante di tempo del sistema.

## Bibliografia

- [1] N. Amemiya, O. Tsukamoto, "Stability Analysis of Multi Strand Superconducting Cables", *IEEE Trans. Appl. Sup.* 5, (2), 1995.
- [2] N. Mitchell, "Modelling of non uniform current diffusion coupled with thermohydraulic effects in superconducting cables", *Cryogenics* (40), 8, pp. 637-653, 2000.
- [3] M. Breschi, "Current Distribution in Multistrand Superconducting Cables", Ph.D. Thesis, Università di Bologna, Marzo 2001.
- [4] A. Akhmetov, L. Bottura, M. Breschi, P.L. Ribani, "A Theoretical Investigation on Current Imbalance in Flat Two Layer Superconducting Cables", *Cryogenics* (40), pp. 627-635, 2000.
- [5] A. Akhmetov, L. Bottura, M. Breschi, "A Continuum Model for Current Distribution in Rutherford Cables", *IEEE Trans. Appl. Sup.*, (11), 2000, pp. 2138-2141.
- [6] L. Bottura, C. Rosso, M. Breschi, "A General Model for Thermal, Hydraulic, and Electric Analysis of Superconducting Cables", *Cryogenics* (40), pp. 617-626, 2000.
- [7] L. Bottura, M. Breschi, M. Fabbri, "Analytical Solution for Current Distribution in Multistrand Superconducting Cables, sottoposto per pubblicazione a *Jour. Appl. Phys.*, Aprile 2002.