DISTRIBUZIONE DI CAMPO MAGNETICO IN MATERIALI SUPERCONDUTTORI SOGGETTI A MAGNETIZZAZIONE IMPULSATA

M. Fabbri, A. Morandi, F. Negrini, P.L. Ribani
Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Università di Bologna,
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna

I superconduttori (SC) ad alta temperatura critica, preparati mediante tecniche QMG, presentano elevati valori di densità di corrente critica e possono quindi essere utilizzati per realizzare magneti permanenti criogenici ad elevato campo. Il processo di magnetizzazione dei corpi superconduttivi può avvenire secondo due modalità: il raffreddamento sotto campo (Field Cooling, FC) e la magnetizzazione impulsata (Pulsed Field Magnetization, PFM). La tecnica FC richiede l'utilizzo di grandi elettromagneti, spesso superconduttivi, per produrre su lunghi intervalli di tempo un campo magnetico stazionario di elevato valore. Essa risulta quindi piuttosto dispendiosa. La tecnica PFM invece, richiede l'utilizzo di piccoli avvolgimenti in rame alimentati mediante impulsi di corrente. Essa è ideale per processi di magnetizzazione veloci ed "in situ".

Questa memoria presenta un modello per l'analisi del processo di magnetizzazione impulsata. In esso i superconduttori sono schematizzati come materiali magnetizzabili con conducibilità elettrica nulla. La dipendenza locale tra i vettori **M** e **B** è espressa mediante un modello vettoriale di isteresi *rate independent* del tipo Duhem. Questo modello consente di modellare i cicli di isteresi misurati sperimentalmente mediante l'utilizzo di cinque parametri di facile identificazione. In figura 1 è mostrato il comportamento monodimensionale del modello di isteresi quando il campo magnetico compie oscillazioni di ampiezza crescente con continuità.

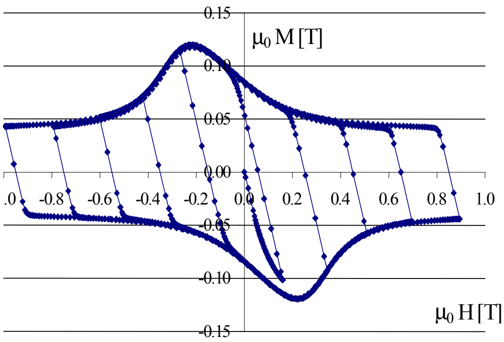


Fig. 1. – Curve di Isteresi di μ_0 M in funzione di μ_0 H.

Il campo magnetico totale **H** in ogni punto si può esprimere come somma di un campo magnetico $\mathbf{H_J}$, associato alle correnti $\mathbf{J}^{ext}$ che circolano nelle bobine in rame, e un campo $\mathbf{H_M}$, associato alla distribuzione di magnetizzazione **M** presente nella regione superconduttiva. $\mathbf{H_J}$ può essere espresso esplicitamente in funzione di $\mathbf{J}^{ext}$ mediante la legge di Biot e Savart generalizzata. $\mathbf{H_M}$ è un campo irrotazionale che deriva quindi da un potenziale scalare magnetico ψ. Il dominio superconduttivo viene suddiviso in un numero *NE* di elementi tridimensionali. Sia *NF* il numero totale di facce della suddivisione (NF_I interne e NF_B sulla superfice di contorno del volume occupato dal superconduttore). L'induzione magnetica $\mathbf{B}_i$ all'interno del generico elemento *i*, assunta costante, si può esprimere in funzione dei flussi magnetici attraverso le facce minimizzando l'errore quadratico tra questi ultimi e i flussi del vettore $\mathbf{B}_i$ [1]. Integrando il campo magnetico **H** su un percorso rettilineo che congiunge i centri di due elementi confinanti, e valutando l'integrale attraverso una formula di quadratura del primo ordine si perviene alla seguente equazione

$$
\begin{aligned}
&\frac{\left[\sum_{l=1}^{N_{F,h}} S_{l,h}^2 \mathbf{n}_{l,h}\mathbf{n}_{l,h}^T\right]^{-1} \sum_{j=1}^{NF_h} S_{j,h}\Phi_{j,h}\mathbf{n}_{j,h} + \left[\sum_{l=1}^{N_{F,k}} S_{l,k}^2 \mathbf{n}_{l,k}\mathbf{n}_{l,k}^T\right]^{-1} \sum_{j=1}^{NF_k} S_{j,k}\Phi_{j,k}\mathbf{n}_{j,k}}{2\mu_0}\cdot\left(\mathbf{x}_k-\mathbf{x}_h\right)+\\
&-\frac{\mathbf{M}\left(\Phi_{1,h},\ldots,\Phi_{NF_h,h}\right)+\mathbf{M}\left(\Phi_{1,k},\ldots,\Phi_{NF_k,k}\right)}{2}\cdot\left(\mathbf{x}_k-\mathbf{x}_h\right)=\left(\psi_h-\psi_k\right)+ \qquad (1)\\
&+\frac{\left(\mathbf{x}_k-\mathbf{x}_h\right)}{2\mu_0}\cdot\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V_\infty}\frac{\mathbf{J}^{ext}\left(\mathbf{x}',t\right)\times\left(\mathbf{x}_h-\mathbf{x}'\right)}{\left\|\mathbf{x}_h-\mathbf{x}'\right\|^3}d^3x'+\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V_\infty}\frac{\mathbf{J}^{ext}\left(\mathbf{x}',t\right)\times\left(\mathbf{x}_k-\mathbf{x}'\right)}{\left\|\mathbf{x}_k-\mathbf{x}'\right\|^3}d^3x'\right)
\end{aligned}
$$

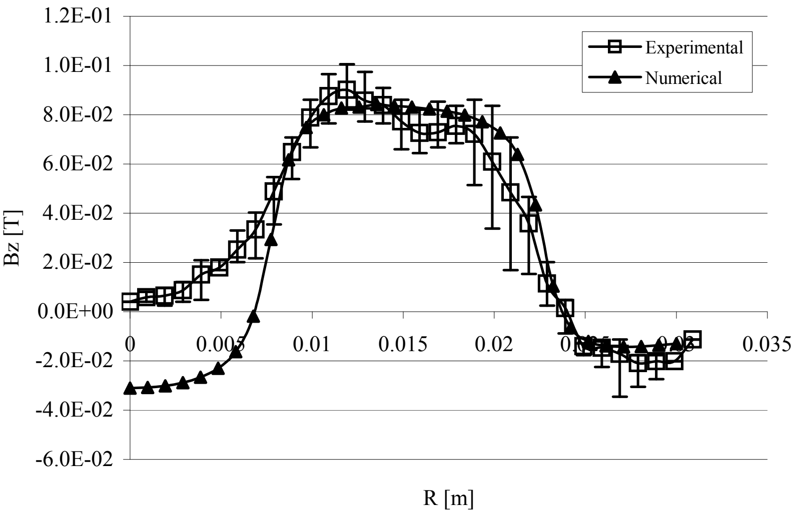
dove $N_{F,i}$ è il numero di facce dell'elemento i-esimo, $\boldsymbol{n}_{j,i}$ è il versore normale alla j-esima faccia dell'elemento i-esimo (di area $S_{j,i}$), e $\Phi_{j,i}$, con $j = 1, \ldots, N_{F,i}$, è l'insieme dei flussi attraverso le facce dell'elemento i. Questa equazione può essere interpretata come la relazione di bilancio delle tensioni magnetiche di un ramo di circuito in cui sono presenti, nell'ordine, un termine di riluttanza lineare, un termine di riluttanza non lineare e un generatore di forza magnetomotrice nota.

Considerando la generica faccia Σ_j posta sul contorno del dominio SC e utilizzando la proprietà di additività del potenziale vettore magnetico e alcune identità vettoriali, è inoltre possibile esprimere il flusso magnetico attraverso di essa come somma di un termine legato alle correnti esterne e un termine non lineare legato ai flussi,

$$\Phi_{\Sigma_j} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\partial\Sigma_j}\left(\int_{V_\infty}\frac{\mathbf{J}^{ext}(\mathbf{x}',t)}{\|\mathbf{x}_l-\mathbf{x}'\|}d^3x'\right)\cdot d\mathbf{l} + \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{NE}\mathbf{M}_i\left(\Phi_{1,i},\ldots,\Phi_{NF_i,i}\right)\cdot\oint_{\partial\Sigma_j}\left(\int_{V_i}\frac{(\mathbf{x}_l-\mathbf{x}')}{\|\mathbf{x}_l-\mathbf{x}'\|^3}d^3x'\right)\times d\mathbf{l} \qquad (2)$$

L'equazione (2) permette di interpretare il flusso attraverso ogni faccia esterna come risultante dal parallelo tra un generatore di flusso indipendente e uno controllato, connessi al centro dell'elemento a cui la faccia di contorno appartiene e ad un nodo esterno fittizio. Essi rappresentano il contributo delle linee di campo di induzione magnetica associate alle correnti esterne e alla magnetizzazione rispettivamente, che si richiudono all'infinito attraversando la faccia Σ_j. È possibile assumere per tutte le facce di contorno il medesimo nodo esterno in quanto la somma dei flussi di tutti i generatori indipendenti e controllati, coincidendo con il flusso totale attraverso la superficie chiusa di contorno del dominio SC, è sempre nulla. Essendo raggiungibile esclusivamente attraverso generatori di flusso il suo potenziale magnetico è indeterminato.

L'intero volume superconduttivo può essere quindi schematizzato mediante un circuito magnetico avente *NE* nodi e *NF* rami, le cui $NF + NE - 1$ incognite sono i flussi magnetici attraverso tutte le facce e i potenziali magnetici in tutti i nodi meno quello assunto come riferimento. Il suo sistema risolvente si ottiene applicando l'equazione (1) ad ogni faccia interna (NF_I equazioni), l'equazione (2) ad ogni faccia al contorno (NF_B equazioni) e la proprietà di solenoidalità del campo **B** ad ogni centro di elemento meno quello assunto come riferimento ($NE - 1$ equazioni).



In figura 2 sono riportati il profilo sperimentale e quello calcolato della componente assiale del campo magnetico presente su un piano posto ad 1 mm di distanza da un anello di YBCO [2] al termine di un impulso di campo di durata 6 *ms* e valore di picco 0.9 *T*. In ascissa compare la distanza dal centro dell'anello. Le barre d'errore tengono conto delle variazioni del campo durante la misura.

BIBLIOGRAFIA

[1] A. Morandi, A. Cristofolini, M. Fabbri, F. Negrini, P. L. Ribani, "Current distribution in a composite superconducting system by means of an equivalent circuit model based on a smooth E-J characteristics", Presentato a "EUCAS2001", Copenhagen, 26-31 Agosto 2001. Accettato per la pubblicazione su *Physica C*.

[2] P. G. Albano, M. Fabbri, F. Negrini, H. Ohsaki, M. Pretelli, "Flux Trapping in a ring shaped YBCO Bulk by Pulsed Field Magnetization", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 11, NO. 4, December 2001