

# LE COSTANTI DI TEMPO NEI CAVI SUPERCONDUTTORI MULTIFILAMENTARI

M. Breschi, M. Fabbri, F. Negrini, P.L. Ribani

*Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Università di Bologna  
Viale Risorgimento 2, 40136 Bologna*

I conduttori progettati e costruiti per le applicazioni su larga scala della superconduttività (magneti per SMES, acceleratori di particelle, impianti per la fusione termonucleare controllata) sono cavi realizzati avvolgendo “strand” o nastri in strati concentrici. Gli strand realizzati con superconduttori a bassa temperatura critica consistono di migliaia di filamenti superconduttivi con diametri tipici da 5 a 50  $\mu\text{m}$ , estrusi in una matrice di rame. I nastri di materiali superconduttori ad alta temperatura sono strisce di materiale conduttore con funzione stabilizzante contenenti migliaia di filamenti con una dimensione tipica da 10 a 100  $\mu\text{m}$ . Per la maggior parte delle applicazioni gli strand e i nastri hanno una dimensione tipica molto inferiore alla dimensione del cavo, cosicché la loro struttura interna può essere ignorata. Gli strand e i nastri sono avvolti e trasposti per ridurre le perdite AC generate da campi magnetici variabili nel tempo. Lo studio della elettrodinamica di questi sistemi consente la analisi degli effetti di distribuzioni di correnti non uniformi tra gli strand del sistema e il calcolo delle perdite ac, essenziale per una corretta progettazione dell’impianto criogenico di raffreddamento.

L’unità di Bologna ha sviluppato, in collaborazione con il CERN e l’EFDA, un modello circuitale a costanti distribuite per il calcolo della distribuzione di corrente in questi cavi [2-4]. L’equazione che descrive l’evoluzione della corrente negli strand del cavo in questo modello è la seguente:

$$[G] [M] \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial t} (x, t) + [G] [R] \mathbf{i} (x, t) + \frac{\partial^2 \mathbf{i}}{\partial x^2} (x, t) = [G] \mathbf{v}^{ext} (x, t) \quad (1)$$

dove  $\mathbf{i}$  è il vettore delle correnti negli strand,  $[R]$ ,  $[M]$  e  $[G]$  le matrici contenenti rispettivamente le resistenze longitudinali, le conduttanze trasversali e le induttanze per unità di lunghezza e  $\mathbf{v}^{ext}$  un vettore contenente le f.e.m. indotte sugli strand dalla variazione del campo magnetico applicato al cavo e  $x$  e  $t$  sono la posizione e l’istante in cui si calcola la distribuzione di corrente.

La soluzione analitica generale del sistema (1) è ottenibile in forma chiusa qualora sia possibile formulare alcune ipotesi di simmetria e circolarità sulle matrici di induttanza e conduttanza. Le ipotesi di circolarità sono rispettate nei cavi in cui i diversi strand hanno la stessa geometria, a parte una traslazione rigida lungo il cavo. Questo si verifica rigorosamente nei cavi avvolti in un solo stadio con pochi strand (tripletti, quadrupletti, ecc.), e nei cavi piatti di tipo Rutherford, e si verifica *in media* sulla lunghezza del cavo nel caso di cavi CIC (Cable in Conduit Conductor) a più stadi. Dalla analisi degli autovalori del sistema è possibile individuare lo spettro di costanti di tempo dei cavi superconduttori multistrand a seguito di diverse sollecitazioni. La conoscenza delle costanti di tempo del sistema è utile per l’analisi del suo comportamento elettrodinamico, e per lo studio del suo accoppiamento con il sistema fluidodinamica di raffreddamento. La soluzione tipica del sistema alla sollecitazione dovuta ad una rampa di campo localizzato a metà del cavo per un tratto di lunghezza  $\delta$  è la seguente:

$$\mathbf{i}(x, t) = \frac{2}{L} \int_{(L-\delta)/2}^{(L+\delta)/2} d\xi [K^*(x, \xi, t)] \mathbf{V} \quad (2)$$

dove con  $\mathbf{V}$  si è indicata la tensione esterna applicata e con  $L$  la lunghezza del cavo. Al kernel di integrazione  $K^*$  contribuiscono diversi termini legati ai diversi possibili modi di “vibrazione” del sistema:

$$[K^*(x, \xi, t)] = \sum_{\forall k \neq 0} \Gamma_k^*(x, \xi, t) \frac{\mathbf{b}_k \mathbf{b}_k^T}{\lambda_k} \quad (3)$$

dove con  $\mathbf{b}_k$  si sono indicati gli autovettori relativi alla matrice delle conduttanze e delle mutue induttanze coincidenti per la ipotesi di circolarità. Dalla conoscenza degli autovalori di tali matrici si possono derivare le costanti di tempo principali del sistema che costituiscono uno spettro simmetrico dato dalla seguente espressione:

$$\tau_k = \frac{(\lambda_k L)(-\gamma_k L)}{\pi^2} \quad (4)$$

dove  $\lambda_k$  e  $\gamma_k$  con  $k = 1, N$  sono gli autovalori delle matrici  $[M]$  e  $[G]$  rispettivamente. I termini  $\Gamma_k^*$  della soluzione (3) sono a loro volta forniti dalla somma di una serie nella quale compaiono le costanti di tempo principali del sistema divise per  $n^2$  con  $n$  indice della serie:

$$\Gamma_k^*(x, \xi; t) = \int_0^t \Gamma_k(x, \xi; \tau) d\tau = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_k / n^2}}}{n^2 / \tau_k} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi \xi}{L}\right) \quad (5)$$

Ne risulta che il sistema completo di costanti di tempo si può derivare dallo spettro principale (4), mostrato in Figura 1 per il caso di un cavo Rutherford di 28 strand per acceleratori di particelle. Tramite una matrice di induttanze semplificata equivalente alla matrice reale del sistema (tale da conservare l'energia immagazzinata nel cavo), è possibile individuare una costante di tempo media del sistema riportata nel grafico.

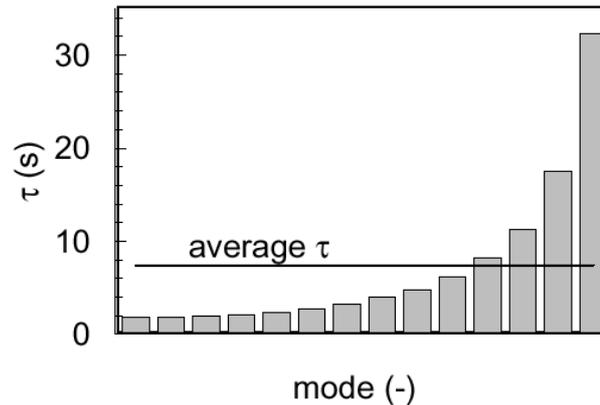


Figura 1. Spettro di costanti di tempo calcolate per un cavo Rutherford della classe LHC (Large Hadron Collider) della lunghezza di 2.3 m. Il cavo è costituito da 28 strand; nel grafico sono riportate solo i valori di 14 modi per simmetria.

È possibile mostrare che queste costanti di tempo costituiscono una buona approssimazione o sono identiche allo spettro di costanti di tempo che si ottiene quando il sistema viene sollecitato in modi diversi da quello analizzato (ad esempio nel caso di un quench, con variazione della resistenza longitudinale degli strand, o di uno sbilanciamento delle condizioni al contorno del sistema).

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Mitchell, "Modelling of non uniform current diffusion coupled with thermodynamic effects in superconducting cables", *Cryogenics* (40), 8, pp. 637-653, 2000.
- [2] M. Breschi, "Current Distribution in Multistrand Superconducting Cables", Ph.D. Thesis, Università di Bologna, Marzo 2001.
- [3] A. Akhmetov, L. Bottura, M. Breschi, "A Continuum Model for Current Distribution in Rutherford Cables", *IEEE Trans. Appl. Sup.*, (11), pp. 2138-2141, 2000.
- [4] L. Bottura, M. Breschi, M. Fabbri, "Analytical Solution for Current Distribution in Multistrand Superconducting Cables", *Jour. Appl. Phys.*, Vol. 92, 12, pp. 7571-7580, 2002.