

TEORIA DEI CIRCUITI

1. DEFINIZIONI E LEGGI DI KIRCHHOFF

La carica elettrica, indicata con q , è la proprietà intrinseca della materia responsabile dei fenomeni elettrici e magnetici. L'unità di misura della carica elettrica è il Coulomb [C]. La carica elettrica è, sperimentalmente, sempre associata a portatori di carica dotati di massa. Questo significa che è possibile porre in movimento la carica elettrica (infatti, se la massa è non nulla, applicando una forza esterna al portatore di carica questo subirà una accelerazione, e quindi una velocità, non nulla). Il moto, o meglio lo spostamento, della carica elettrica richiede quindi energia (corrispondente al lavoro della forza esterna). Queste osservazioni giustificano le seguenti definizioni di corrente (elettrica) e tensione (elettrica):

La **corrente**, indicata con i , che passa attraverso una data superficie orientata è definita dalla carica elettrica che attraversa quella superficie nell'unità di tempo. L'unità di misura della corrente è l'Ampere [A]; un ampere è pari ad un coulomb al secondo. Il verso della corrente è quello della superficie orientata (indicato da una freccia). Si può dunque esprimere la corrente come:

$$i = dq/dt \quad (1)$$

La **tensione**, indicata con v_{BA} , tra due terminali A e B in un circuito è il lavoro richiesto per muovere una carica positiva unitaria da A (terminale $-$) a B (terminale $+$). L'unità di misura della tensione è il Volt [V]. Si può dunque esprimere la tensione come:

$$v_{BA} = dw_{A \rightarrow B}/dq \quad (2)$$

Un **componente** (o elemento) **elettrico** è una regione di spazio accessibile soltanto tramite terminali. È quindi possibile classificare i componenti sulla base del numero di terminali. Come mostrato nelle figure 1 e 2, un componente a due terminali è detto bipolo, uno a tre terminali è detto tripolo, etc., uno a N terminali è detto N -polo.

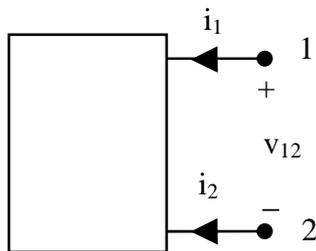


Figura 1. Componente a due terminali (bipolo).

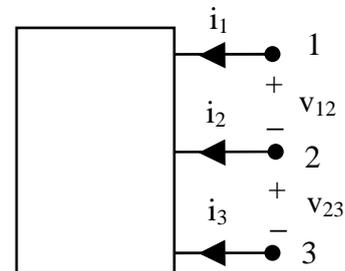


Figura 2. Componente a tre terminali (tripolo).

A ciascun terminale è associata una corrente che è univocamente definita, in valore e segno, una volta che sia stato arbitrariamente scelto il suo verso positivo (indicato dalla freccia): una corrente $i_1 = 5$ A significa che una corrente di intensità pari a 5 Ampere entra nel componente attraverso il terminale 1, viceversa, una corrente $i_1 = -5$ A significa che una corrente di intensità pari a 5 Ampere esce dal componente attraverso il terminale 1.

Ad ogni coppia di terminali è associata una tensione che è univocamente definita, in valore e segno, una volta che sia stato arbitrariamente scelto il terminale di riferimento (indicato col segno $-$): una tensione $v_{12} = 5$ V significa che il terminale 1 si trova ad un potenziale superiore di 5 Volt rispetto a quello del terminale 2, viceversa una tensione $v_{12} = -5$ V significa che il terminale 1 si trova ad un potenziale inferiore di 5 Volt rispetto a quello del terminale 2. Spesso l'indicazione del $-$ e del $+$ viene sostituita da una freccia che indica il terminale positivo.

In particolare, se la tensione tra i terminali di un bipolo è nulla ($v_{12} = 0$), essi sono collegati tramite una connessione ideale (o cortocircuito) il cui simbolo è mostrato in figura 3. Pertanto, per definizione, non è richiesto lavoro per spostare una carica tra i terminali di un cortocircuito.

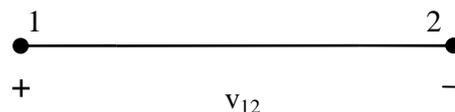


Figura 3. Connessione ideale ($v_{12} = 0$)

Un **circuito elettrico** (o rete elettrica) a **costanti concentrate** è un insieme di componenti elettrici collegati tramite connessioni ideali e soggetto ai vincoli [definiti nel seguito] noti come Leggi di Kirchhoff. Nel seguito, per semplicità, con il termine circuito elettrico si intenderà circuito elettrico a costanti concentrate^(o). Inoltre, si supporrà che i circuiti in esame siano costituiti di soli bipoli; se ciò non fosse vero, si può pensare di ricondursi a tale ipotesi sostituendo i componenti con più di due terminali con opportuni circuiti equivalenti costituiti da soli bipoli: ciò è sicuramente possibile mediante l'introduzione di generatori pilotati [vedi seguito].

Un **nodo** di un circuito elettrico è un punto a cui sono collegati due o più terminali, oppure è un terminale isolato. Il circuito mostrato nella figura 4 è costituito da cinque bipoli; collegati a 4 nodi (A, B, C, D).

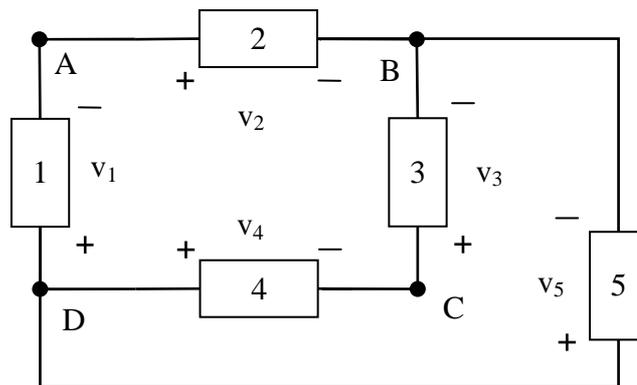


Figura 4. Circuito costituito da 5 bipoli e 4 nodi.

La **LEGGE DI KIRCHHOFF DELLE TENSIONI (LKT)** afferma che per una qualsiasi sequenza chiusa di nodi la somma delle tensioni tra coppie ordinate di nodi successivi è nulla.

Con riferimento al circuito della figura 4, applicando la LKT alla sequenza chiusa di nodi ABCA si ottiene la seguente equazione^(*):

$$v_{AB} + v_{BC} + v_{CA} = 0 \quad (4)$$

Le **tensioni di nodo** (o potenziali di nodo) di un circuito sono le tensioni di tutti i nodi rispetto ad un nodo assunto come riferimento, la cui scelta è arbitraria. La LKT permette di esprimere la tensione tra una qualsiasi coppia di nodi del circuito come differenza delle relative tensioni di nodo: con riferimento alla figura 4, supponendo di scegliere il nodo A come nodo di riferimento (e posto dunque $e_A = v_{AA} = 0$), ed indicando con e_B ed e_C le tensioni di nodo dei nodi B e C ($e_B = v_{BA}$; $e_C = v_{CA}$) la equazione (4) permette di scrivere:

$$v_{BC} = e_B - e_C \quad (5)$$

La sequenza chiusa di nodi ABCDA individua un percorso chiuso attraverso i componenti del circuito: i tratti di tale percorso all'interno di ciascun componente vengono detti **rami** ed il percorso,

^(o) Nei circuiti a costanti concentrate le proprietà elettriche del circuito, come resistenza, induttanza, capacità [vedi seguito] si considerano tutte contenute (concentrate) nei relativi componenti circuitali ed i collegamenti tra componenti sono realizzati tramite connessioni ideali prive di resistenza, induttanza e capacità. Una rappresentazione più accurata di ogni dispositivo reale mostra tuttavia come tali proprietà siano distribuite all'interno del dispositivo e quali siano i limiti di applicazione del modello circuitale a costanti concentrate (passaggio dalla teoria dei circuiti alla teoria dei campi).

^(*) Si noti che applicando la LKT alla sequenza chiusa di nodi AA si ottiene $v_{AA} = 0$, qualunque sia il nodo A. Inoltre, applicando la LKT alla sequenza chiusa di nodi ABA si ottiene $v_{AB} + v_{BA} = 0$, ovvero $v_{BA} = -v_{AB}$. Quindi scambiare i terminali cambia segno alla tensione.

maglia. Applicando la LKT alla maglia ABCDA, tenendo conto dei versi positivi scelti per le tensioni ai terminali dei componenti (tensioni di ramo) e del verso di circuitazione della maglia, si ottiene la seguente relazione:

$$v_2 - v_3 - v_4 + v_1 = 0 \quad (6)$$

La LKT applicata ad una maglia del circuito afferma che la somma algebrica delle tensioni di ramo (sui rami che compongono la maglia) è nulla.

La **LEGGE DI KIRCHHOFF DELLE CORRENTI (LKC)** afferma che per ogni superficie chiusa (che non interseca i componenti) la somma algebrica delle correnti che la attraversano è nulla.

È sufficiente definire una sola corrente in ogni ramo. Infatti, si consideri la superficie chiusa S che racchiude al suo interno un solo bipolo (vedi figura 5a). La corrente i_1 entra in S , mentre la corrente i_2 esce da S . Assumendo positive le correnti uscenti e negative quelle entranti, la LKC afferma quindi che $i_2 - i_1 = 0$, da cui segue che: $i_2 = i_1$. Tenendo conto di ciò, con riferimento alla figura 5b si consideri la superficie chiusa S_1 che racchiude al suo interno il ramo 1.

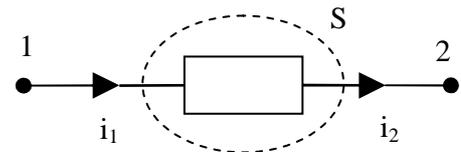


Figura 5.a

Le correnti che attraversano S_1 sono i_2 e i_4 , che entrano nella superficie, e la corrente i_5 , che ne esce, per cui la LKC applicata a S_1 permette di scrivere la seguente equazione:

$$-i_2 - i_4 + i_5 = 0 \quad (7)$$

Si noti che la corrente i_1 , essendo all'interno di S_1 , non compare nella (7).

Si consideri ora la superficie chiusa S_2 che racchiude al suo interno solo il nodo B. La LKC applicata a S_2 permette di scrivere:

$$i_2 - i_3 - i_5 = 0 \quad (8)$$

che si può interpretare come LKC nel nodo B.

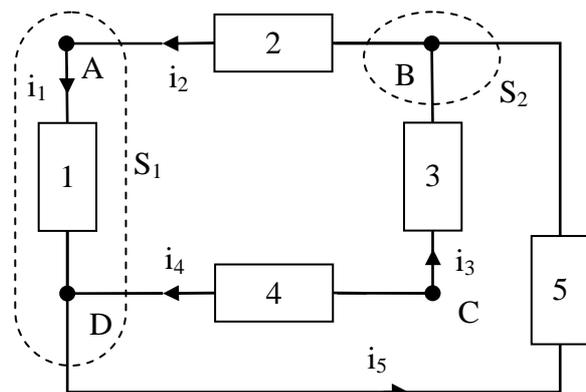


Figura 5.b

Le LKC applicate a tutti i nodi di un circuito non sono indipendenti.^(#) Ad esempio, applicando la LKC a tutti i quattro nodi del circuito di figura 5.b si ottengono le quattro equazioni a lato. Come è immediato verificare, la somma delle equazioni porta ad una identità ($0 = 0$). Tale risultato generale è dovuto al fatto che ogni corrente di ramo i_k compare esattamente due volte, con segni opposti, nelle LKC relative ai nodi che sono i terminali del ramo k .

$$\begin{array}{rccccrc} +i_1 & -i_2 & & & & = 0 \\ & +i_2 & -i_3 & & -i_5 & = 0 \\ & & +i_3 & +i_4 & & = 0 \\ -i_1 & & & -i_4 & +i_5 & = 0 \\ \hline +0 & +0 & +0 & +0 & +0 & = 0 \end{array}$$

Una delle equazioni è dunque una combinazione lineare delle altre $N - 1 = 3$, e si può omettere. Le rimanenti $N - 1 = 3$ equazioni sono chiaramente indipendenti in quanto, qualunque sia l'equazione omessa (ad esempio la quarta, nodo D), tutte le correnti di ramo presenti nell'equazione eliminata compaiono *una sola volta* nelle restanti equazioni (ad esempio i_1 , i_4 ed i_5). Le equazioni LKC indipendenti sono quindi $N - 1$.

^(#) Un insieme di n equazioni lineari in m variabili ($m \geq n$) sono linearmente indipendenti se la matrice dei coefficienti è di rango massimo (ovvero esiste una sottomatrice quadrata $n \times n$ con determinante non nullo). Ovviamente, l'indipendenza delle equazioni è essenziale per poter ottenere un sistema di equazioni univocamente solubile [vedi seguito] la cui soluzione permette di determinare i valori delle variabili circuitali, cioè tensioni e correnti.

Le due leggi di Kirchhoff, delle tensioni e delle correnti, permettono di scrivere delle equazioni lineari tra le tensioni e le correnti che non dipendono dalla natura dei componenti presenti nel circuito, ma unicamente da come essi sono collegati tra di loro (topologia del circuito).

Sia dato un circuito caratterizzato da R rami ed N nodi (ad esempio per il circuito di figura 5.b, $N = 4$ ed $R = 5$). Per ciascun ramo si assumano versi positivi per la tensione di ramo e la corrente di ramo associati secondo la scelta dell'utilizzatore, ossia quando la corrente entra nel terminale positivo (vedi figura 6.a). I versi di riferimento associati secondo la scelta del generatore sono illustrati nella figura 6.b, in cui la corrente esce dal terminale positivo. Nel seguito, per semplicità, con il termine versi associati si intenderà associati secondo la scelta dell'utilizzatore.



Figura 6.a Versi di riferimento associati (secondo la scelta dell'utilizzatore) per la tensione e la corrente di ramo. A destra, l'indicazione del “-” e del “+” è sostituita da una freccia che indica il terminale positivo.



Figura 6.b Versi di riferimento associati (secondo la scelta del generatore) per la tensione e la corrente di ramo. A destra, l'indicazione del “-” e del “+” è sostituita da una freccia che indica il terminale positivo.

Preso arbitrariamente un nodo come nodo di riferimento del circuito, la LKT permette di scrivere R relazioni del tipo (5) linearmente indipendenti che in forma matriciale assumono la forma: ^(##)

$$\mathbf{v} = \mathbf{M} \mathbf{e} \tag{9}$$

dove \mathbf{v} è il vettore delle tensioni di ramo, \mathbf{e} è il vettore delle tensioni di nodo ed \mathbf{M} è una matrice avente R righe ed $(N - 1)$ colonne, il cui generico elemento M_{hk} risulta nullo se il ramo h non è collegato al nodo k, uguale a + 1 se la corrente del ramo h esce dal nodo k, - 1 se la corrente del ramo h entra nel nodo k. A titolo di esempio si consideri ancora il circuito di figura 5.b, utilizzando versi di riferimento associati secondo la scelta dell'utilizzatore per le tensioni e le correnti di ramo e prendendo D come nodo di riferimento ($e_D = 0$). Si ha quindi:

$$\begin{cases} v_1 = e_A \\ v_2 = e_B - e_A \\ v_3 = e_C - e_B \\ v_4 = e_C \\ v_5 = -e_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{cases} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & +1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{cases} e_A \\ e_B \\ e_C \end{cases} \Rightarrow \mathbf{M} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & +1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

La LKC applicata a tutti i nodi tranne quello di riferimento permette di scrivere $(N - 1)$ equazioni del tipo (8) che in forma matriciale assumono la forma:

^(##) Si noti che in questa forma, ossia definite su tutti i rami utilizzando le tensioni di ramo e le tensioni di nodo, le LKT sono indipendenti (le colonne della matrice dei coefficienti corrispondenti alle tensioni di ramo costituiscono la matrice identità $R \times R$, che ha determinante unitario). Per valutare invece quante siano le LKT indipendenti quando sono applicate alle maglie (ovvero quando sono formulate solo in termini di sole tensioni di ramo) si utilizzeranno i grafi orientati [vedi seguito].

$$\mathbf{A} \mathbf{i} = \mathbf{0} \quad (10)$$

dove \mathbf{i} è il vettore delle correnti di ramo ed \mathbf{A} è una matrice, chiamata matrice di incidenza ridotta, avente $(N - 1)$ righe ed R colonne, il cui generico elemento A_{hk} risulta nullo se il ramo k non è collegato al nodo h , uguale a $+1$ se la corrente del ramo k esce dal nodo h , -1 se la corrente del ramo k entra nel nodo h . A titolo di esempio si consideri ancora il circuito di figura 5.b. Si ha quindi:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 = 0 \\ i_2 - i_3 - i_5 = 0 \\ i_3 + i_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

Risulta quindi dalle definizioni che \mathbf{M} è la trasposta di \mathbf{A} , cioè:

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}^T \quad (11)$$

Facendo riferimento a versi di tensione e corrente associati secondo la scelta dell'utilizzatore, si definisce **potenza elettrica assorbita** da un bipolo in un generico istante t , il prodotto tra la tensione presente ai suoi terminali all'istante t e la corrente che lo attraversa in quell'istante:

$$p(t) = v(t) i(t) \quad (12)$$

Infatti, dalle definizioni di $i = dq/dt$ e di $v = dw/dq$, si ha $v i = (dw/dq)(dq/dt) = dw/dt = p$. Nel caso in cui i versi della tensione e della corrente siano associati secondo la scelta del generatore, il prodotto vi definisce la potenza elettrica erogata dal bipolo. La potenza erogata è l'opposto della potenza assorbita: $p_{(erogata)} = -p_{(assorbita)}$. Si noti che termini "assorbita" ed "erogata" indicano il verso di riferimento dello scambio energetico tra il bipolo ed il resto del circuito a cui è collegato. L'unità di misura della potenza è il Watt [W]. Ad esempio una potenza assorbita $p = 2 \text{ W}$ significa che il circuito a cui è collegato trasferisce nel bipolo una energia di 2 Joule al secondo. Viceversa, una potenza assorbita $p = -2 \text{ W}$ indica che è il bipolo a trasferire nel circuito una energia di 2 Joule al secondo, quindi in questo caso è più utile dire che la potenza erogata dal bipolo è 2 W.

Più in generale, facendo riferimento ad un generico componente con N terminali, la potenza elettrica assorbita da tale componente in un generico istante t è data dalla seguente espressione:

$$p(t) = \sum_{k=1}^{N-1} v_{kN}(t) i_k(t)$$

dove si è preso il terminale N come terminale di riferimento per le tensioni ed i versi positivi delle correnti sono tutti entranti nell'elemento. Si può dimostrare che la potenza elettrica assorbita non dipende dalla scelta del terminale di riferimento.

Dalle equazioni (9), (10) ed (11) segue il **Teorema di Tellegen** che afferma che, per un dato circuito, presi un qualsiasi vettore di tensioni di ramo \mathbf{v} , che soddisfi le LKT, ed un qualsiasi vettore di correnti di ramo \mathbf{i} , che soddisfi le LKC, vale la relazione:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{i} = 0 \quad (13)$$

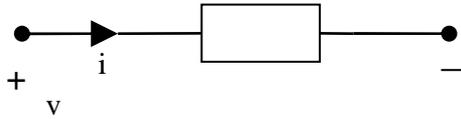
$$\text{Infatti, si ha: } \mathbf{v}^T \mathbf{i} = (\mathbf{M} \mathbf{e})^T \mathbf{i} = \mathbf{e}^T \mathbf{M}^T \mathbf{i} = \mathbf{e}^T \mathbf{A} \mathbf{i} = \mathbf{e}^T \mathbf{0} = 0$$

Se si applica la (13) considerando i vettori delle tensioni e delle correnti effettivamente presenti nel circuito, si ottiene la relazione (14) che, sulla base della definizione (12), mostra come la somma delle potenza assorbita da tutti i rami di un circuito è in ogni istante nulla (bilancio delle potenze).

$$\mathbf{v}^T \mathbf{i} = \sum_k v_k i_k = \sum_k p_k = 0 \quad (14)$$

2. COMPONENTI IDEALI

Nel seguito vengono descritte e discusse le caratteristiche e le proprietà di alcuni tra i componenti ideali di impiego più diffuso in elettrotecnica. In generale i componenti a due terminali (bipoli) sono caratterizzati da una relazione (caratteristica o equazione costitutiva) tra la corrente che li attraversa e la tensione tra i loro terminali^(o):



Caratteristica di un bipolo:

$$f(i, v) = 0$$

Un bipolo in cui sia determinabile la tensione nota la corrente si dice controllato in corrente (cioè, è possibile alimentarlo con un generatore di corrente con corrente impressa qualsiasi [definito nel seguito] e ad ogni valore della corrente corrisponde un solo valore della tensione); analogamente, un componente in cui sia determinabile la corrente nota la tensione si dice controllato in tensione (cioè, è possibile alimentarlo con un generatore di tensione con tensione impressa qualsiasi [definito nel seguito] e ad ogni valore della tensione corrisponde un solo valore della corrente). Infine, due bipoli sono equivalenti se le loro caratteristiche sono uguali (anche se hanno una struttura interna differente). I componenti con N terminali sono definiti da N-1 caratteristiche (funzione in generale di tutte le tensioni e le correnti). Due componenti sono equivalenti quando hanno le stesse caratteristiche^(*).

2.1 Resistore lineare

Il simbolo del resistore lineare è indicato nella figura 7.

Con riferimento a versi associati di tensione e corrente, la caratteristica del resistore lineare è la seguente:

$$v = R i \quad (15.a)$$

(Legge di Ohm) o, alternativamente

$$i = G v \quad (15.b)$$

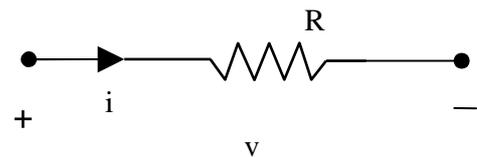


Figura 7. Resistore lineare.

dove R è una costante positiva chiamata resistenza (misurata in Ω [Ohm]), G è una costante positiva chiamata conduttanza (misurata in S [Siemens]) e risulta $G = 1/R$. L'espressione della potenza elettrica assorbita segue dalla (13) e risulta:

$$p = v i = (R i) i = R i^2 = i^2/G \quad (16.a)$$

o, alternativamente:

$$p = v i = v (v/R) = v^2/R = G v^2 \quad (16.b)$$

Se la resistenza R è positiva, la potenza elettrica assorbita risulta essere sempre positiva, o al più nulla quando la corrente è nulla; i componenti che godono di tale proprietà vengono detti **componenti passivi**. Come si vedrà nel seguito, un filo di rame (con resistività ρ) di lunghezza L e sezione S può essere modellato per mezzo di un resistore di resistenza $R = \rho L/S$, in cui la potenza elettrica assorbita viene trasformata in potenza termica per "effetto Joule".

Dalla (15.a) segue che, se R è positiva e finita, il resistore è un componente controllato in corrente (se è nota la corrente allora è nota anche la tensione). Inoltre dalla (15.b), se G è positiva e finita, il resistore è anche un componente controllato in tensione (se è nota la tensione allora è nota

^(o) Nella caratteristica compaiono tipicamente anche uno o più parametri, di solito costanti. Anche il tempo può comparire esplicitamente nella relazione caratteristica. In tal caso il componente è detto *tempo-variante*, altrimenti il componente è detto *tempo-invariante*. Tutti i componenti trattati nel seguito sono tempo-invarianti.

I versi di tensione e corrente sono definibili arbitrariamente (tuttavia spesso sono associati con la scelta dell'utilizzatore). A seconda del tipo di componente, la caratteristica può dipendere da tale scelta.

Per semplicità di notazione la caratteristica tensione-corrente è rappresentata come una funzione, ma in generale non lo è; ad esempio, può dipendere dalle derivate nel tempo di tensione e corrente (vedi induttore e condensatore, oppure ad un valore di corrente o tensione possono corrispondere infiniti valori di tensione o corrente (vedi il diodo ideale).

^(*) La nozione di equivalenza è particolarmente utile nel caso in cui il componente sia lineare. Per componente lineare si intende un componente con tutte le caratteristiche lineari, ovvero tale che le caratteristiche sono soddisfatte su tutta la linea congiungente due insiemi dati di variabili che soddisfano le caratteristiche. Ovvero, nel caso di un bipolo lineare, se $f(i_1, v_1) = 0$ ed $f(i_2, v_2) = 0$, allora $f(\lambda i_1 + (1 - \lambda)i_2, \lambda v_1 + (1 - \lambda)v_2) = 0$, per ogni λ costante.

anche la corrente). Pertanto, il resistore un resistore lineare di resistenza e conduttanza non nulle è controllato sia in tensione sia in corrente.

La connessione ideale, illustrata nella figura 3 ed anche chiamata cortocircuito, può essere considerata un resistore lineare di resistenza nulla (o conduttanza infinita). Come tale è un componente controllato in corrente, ma non in tensione; infatti ad un unico valore di tensione (zero) corrispondono infiniti valori possibili della corrente.

Analogamente, un circuito aperto (rappresentato in figura 8) può essere considerato come un resistore di conduttanza zero (o resistenza infinita) e come tale è un componente controllato in tensione, ma non in corrente: infatti all'unico valore possibile della corrente (zero) corrisponde una infinità di valori possibili della tensione.

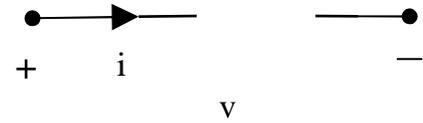


Figura 8. Circuito aperto ($i = 0$).

Due bipoli si dicono collegati in serie quando sono percorsi dalla stessa corrente. In figura 9.a è illustrata la serie di due resistori. Confrontando le caratteristiche si ottiene l'equivalenza con un solo resistore avente una resistenza (equivalente) pari alla somma delle due resistenze. La relazione ottenuta è generalizzabile ad un numero qualsiasi di resistori in serie (per definizione tutti percorsi dalla stessa corrente): $R_{eq} = \sum_k R_k$.

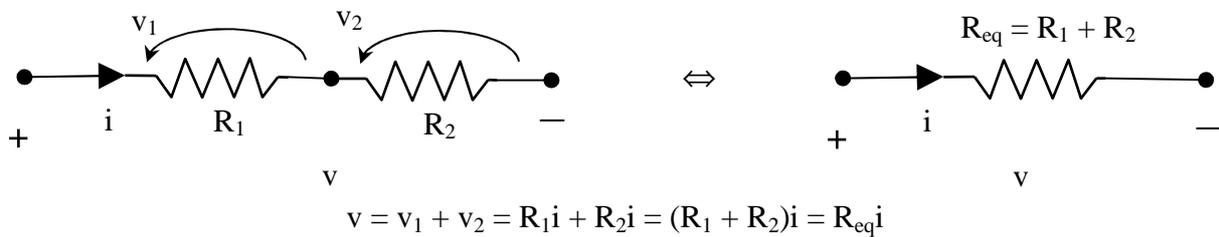


Figura 9.a Resistori collegati in serie.

Due bipoli si dicono collegati in parallelo quando sono soggetti alla stessa tensione. In figura 9.b è illustrato il parallelo di due resistori. Confrontando le caratteristiche si ottiene l'equivalenza con un solo resistore avente una conduttanza (equivalente) pari alla somma delle due conduttanze^(*). La relazione ottenuta è generalizzabile ad un numero qualsiasi di resistori in parallelo (per definizione tutti soggetti alla stessa tensione): $G_{eq} = \sum_k G_k$.

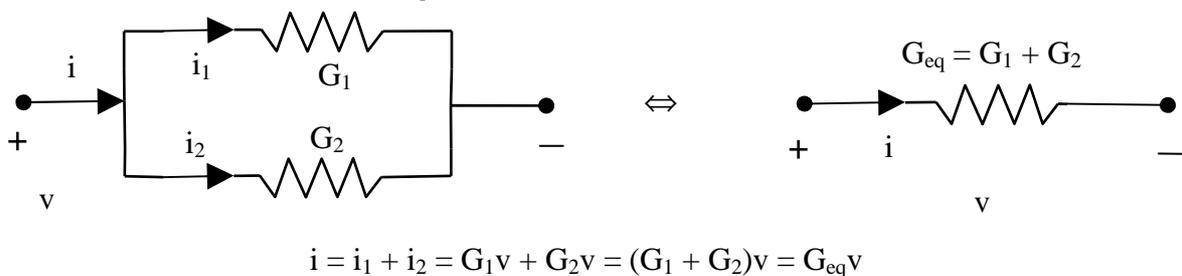


Figura 9.b Resistori collegati in parallelo.

Trasformazioni stella-triangolo e triangolo-stella

Oltre a serie e parallelo esistono altri schemi di connessione. Nella figura 10.a sono mostrati tre resistori collegati a stella; nella figura 10.b sono mostrati tre resistori collegati a triangolo. Entrambi i sistemi costituiscono un tripolo che viene collegato al circuito esterno attraverso i tre terminali 1, 2 e 3. Facendo uso delle Leggi di Kirchhoff e delle relazioni costitutive dei resistori è possibile dimostrare che, per quanto riguarda le tensioni e le correnti ai terminali (i_1 , i_2 e i_3), è possibile sostituire tre resistori collegati a stella con tre resistori, di resistenza opportuna, collegati a triangolo e viceversa. La sostituzione va intesa nel senso che qualunque sia il sistema di tensioni applicate ai terminali il sistema di correnti assorbito dai due carichi è lo stesso (i due tripoli sono equivalenti).

^(*) Se si utilizzano le resistenze si ottiene $R_{eq} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$

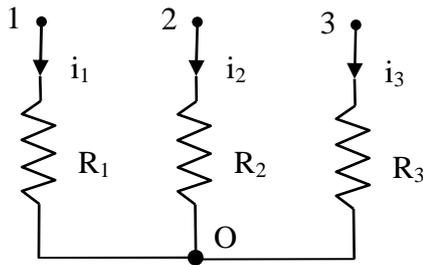


Figura 10.a – Stella di resistori.

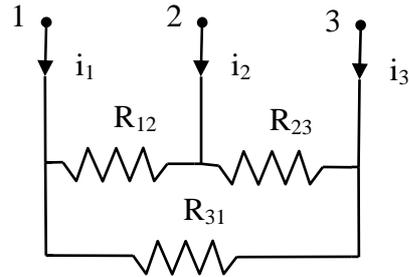


Figura 10.b – Triangolo di resistori.

Con riferimento alle figure 10.a e 10.b, le espressioni delle trasformazioni stella-triangolo e triangolo-stella sono le seguenti dove è indicata con G la conduttanza, cioè l'inverso della resistenza R . Si noti che nel caso particolare in cui i resistori a stella abbiano lo stesso valore di conduttanza, ovvero $G_1 = G_2 = G_3 = G_Y$, anche i resistori nel triangolo equivalente sono uguali fra loro, ovvero $G_{12} = G_{23} = G_{31} = G_{\Delta} = G_Y / 3$. Allo stesso modo, utilizzando le resistenze, si ha $R_Y = R_{\Delta} / 3$.

Trasformazione triangolo-stella

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Trasformazione stella-triangolo

$$G_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{23} = \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{31} = \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

2.2 Induttore lineare

Si definisce induttore lineare il bipolo, il cui simbolo è indicato nella figura 11, caratterizzato dalla seguente legge costitutiva:

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (17)$$

dove L è una costante positiva chiamata induttanza (misurata in H [Henry]). L'espressione della potenza elettrica assorbita segue dalla (13) e risulta:

$$p = vi = L \frac{di}{dt} i = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) \quad (18)$$

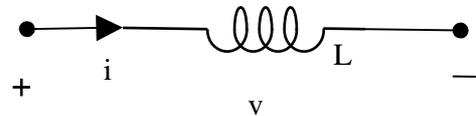


Figura 11. Induttore lineare.

La (18) mostra come tutta la energia elettrica assorbita dall'induttore vada ad incrementare il termine $W_m = Li^2/2$ che assume quindi il significato di energia magnetica immagazzinata nell'induttore; tale energia, una volta immagazzinata, può essere poi interamente restituita ai componenti del circuito cui è collegato l'induttore. Pertanto, la potenza elettrica assorbita dall'induttore può assumere valori sia positivi che negativi. Si noti che il valore della corrente individua univocamente lo stato energetico dell'induttore; la corrente dunque è la variabile di stato dell'induttore.

La (17) permette, se è noto il valore della tensione, di calcolare la derivata temporale della corrente lasciandone però completamente indeterminato il valore.

La corrente all'istante t si ottiene integrando la (17) nel tempo. Supponendo che all'istante $-\infty$, quando è stato assemblato il circuito, la corrente sull'induttore fosse nulla, si ottiene:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (19)$$

La (19) mostra che il valore della corrente all'istante t dipende dal valore della tensione in tutti gli istanti precedenti. Per indicare ciò si dice che l'induttore è un componente dotato di **memoria**.

L'induttore, se L è positiva, quindi è un componente non controllato in tensione né in corrente. Infine, se l'induttore è in regime stazionario⁽⁹⁾ (o se L è nulla) è equivalente ad un cortocircuito.

2.3 Condensatore lineare

Il simbolo del condensatore è indicato nella figura 12, la sua legge costitutiva è la seguente:

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (20)$$

dove C è una costante positiva chiamata capacità del condensatore (misurata in F [Farad]).

L'espressione della potenza elettrica assorbita segue dalla (13) e risulta:

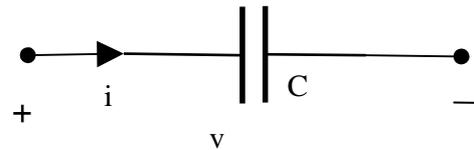


Figura 12. Condensatore lineare.

$$p = vi = vC \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cv^2 \right) \quad (21)$$

La (21) mostra come tutta la energia elettrica assorbita dall'induttore vada ad incrementare il termine $W_e = Cv^2/2$ che assume quindi il significato di energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore; tale energia, una volta immagazzinata, può essere successivamente restituita ai componenti del circuito cui è collegato il condensatore. La potenza elettrica assorbita dal condensatore può quindi assumere valori sia positivi che negativi. Si noti che il valore della tensione individua univocamente lo stato energetico del condensatore e perciò la tensione è la variabile di stato del condensatore. [Dal confronto della (20) con la (1) si deduce che $q = Cv$ è una carica elettrica. Si può dimostrare che le cariche q e $-q$ sono accumulate sulle due parti che costituiscono il condensatore reale (armature). L'accumulo di energia si può quindi far corrispondere anche all'accumulo di carica ($W_e = q^2/2C$).]

Analogamente all'induttore, anche il condensatore è un componente con memoria; infatti, integrando la (20) dall'istante $-\infty$, in cui è stato assemblato il circuito ed in cui la tensione sul condensatore si suppone nulla, al generico istante t si ottiene:

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (22)$$

La (22) mostra quindi che il valore della tensione in un generico istante t dipende dal valore della corrente in tutti gli istanti precedenti. Il condensatore, se C è positiva, quindi è un componente non controllato in tensione né in corrente. Infine, se il condensatore è in regime stazionario (o se C è nulla) è equivalente ad un circuito aperto.

2.4 Generatore di tensione

Il simbolo del generatore indipendente di tensione è indicato nella figura 13.a, quello del generatore di tensione pilotato (o dipendente) nella figura 13.b; nel primo caso la tensione impressa E del generatore (o forza elettro-motrice del generatore) è una funzione nota del tempo, nel secondo caso dipende dal valore della tensione (generatore di tensione pilotato in tensione: GTPT) o della corrente (generatore di tensione pilotato in corrente: GTPC) di un altro ramo del circuito. Il terminale contrassegnato dal segno $+$ indica il terminale positivo della tensione impressa.

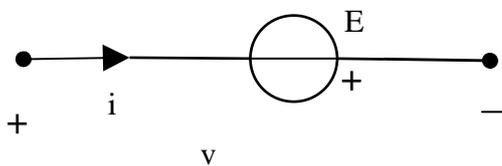


Fig. 13.a - Generatore di tensione indipendente.

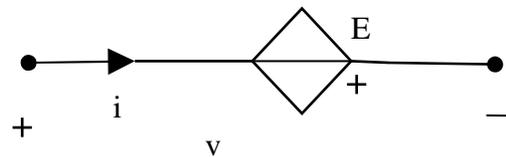


Fig. 13.b - Generatore di tensione pilotato.

Con riferimento ai versi positivi delle grandezze indicati nella figura 13, l'equazione costitutiva del generatore di tensione è la seguente:

$$v = -E \quad (23)$$

In figura sono illustrati i GTPT (caratteristica: $v = -k v_p$) e GTPC (caratteristica: $v = -r i_p$) lineari.

⁽⁹⁾ Un circuito è in regime stazionario (o regime DC "Direct Current", o in corrente continua,) se ogni tensione e corrente nel circuito è costante nel tempo. In tal caso, per definizione, si ha $d/dt \equiv 0$.



L'espressione della potenza elettrica assorbita segue dalla (13): $p = v i = - E i$ (24)

La potenza elettrica assorbita risulta quindi positiva o negativa a seconda che la corrente attraversi il generatore nel verso associato o non associato (secondo la convenzione degli utilizzatori) rispetto a quello della tensione impressa. Il generatore indipendente di tensione è quindi in grado di assorbire od erogare, in dipendenza dalle condizioni di lavoro del circuito, una potenza elettrica di valore qualsiasi, mantenendo comunque inalterato il valore della tensione ai suoi terminali. Il generatore indipendente di tensione è un componente controllato in corrente. Il generatore dipendente di tensione non è un componente controllato né in tensione né in corrente.

2.5 Generatore di corrente

Il simbolo del generatore indipendente di corrente è indicato nella figura 14a, quello del generatore di corrente pilotato (o dipendente) nella figura 14b; nel primo caso la corrente impressa del generatore (I) è una funzione nota del tempo, mentre nel secondo dipende da un'altra grandezza che può essere la corrente (generatore di corrente pilotato in corrente: GCPC) o la tensione (generatore di corrente pilotato in tensione: GCPT) di un altro componente del circuito. La freccia vicino al simbolo del generatore di corrente indica il verso della corrente impressa.

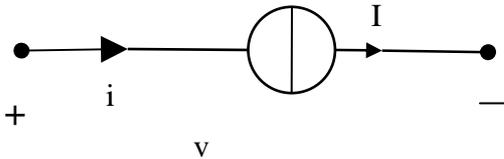


Fig. 14.a - Generatore di corrente indipendente.

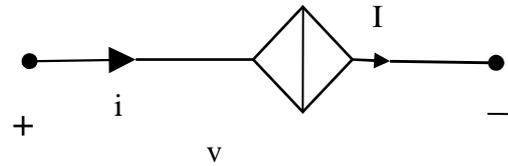


Fig. 14.b - Generatore di corrente pilotato.

Con riferimento ai versi positivi delle grandezze indicati nella figura 14, l'equazione costitutiva del generatore di corrente è la seguente: $i = I$ (27)

In figura sono illustrati i GCPT (caratteristica: $i = g v_p$) e GCPC (caratteristica: $i = h i_p$) lineari.



L'espressione della potenza elettrica assorbita segue dalla (13): $p = v i = v I$ (28)

La potenza elettrica assorbita risulta quindi positiva o negativa a seconda che la tensione ai terminali del generatore abbia verso associato o non associato (secondo la convenzione degli utilizzatori) rispetto a quello della corrente impressa. Il generatore indipendente di corrente è quindi in grado di assorbire od erogare, in dipendenza dalle condizioni di lavoro del circuito, una potenza elettrica di valore qualsiasi, mantenendo comunque inalterato il valore della corrente che lo attraversa. Il generatore indipendente di corrente è un componente controllato in tensione. Il generatore dipendente di corrente non è un componente controllato né in tensione né in corrente.

Le nozioni di serie e parallelo sono applicabili a ogni bipolo, quindi anche ai generatori. In figura 15.a è illustrata la serie di due generatori indipendenti di tensione. Confrontando le caratteristiche si ottiene l'equivalenza con un solo generatore indipendente di tensione avente una tensione impressa (equivalente) pari alla somma delle due tensioni impresse. La relazione ottenuta è generalizzabile ad un numero qualsiasi di generatori indipendenti di tensione in serie (per definizione tutti percorsi dalla stessa corrente): $E_{eq} = \sum_k E_k$.

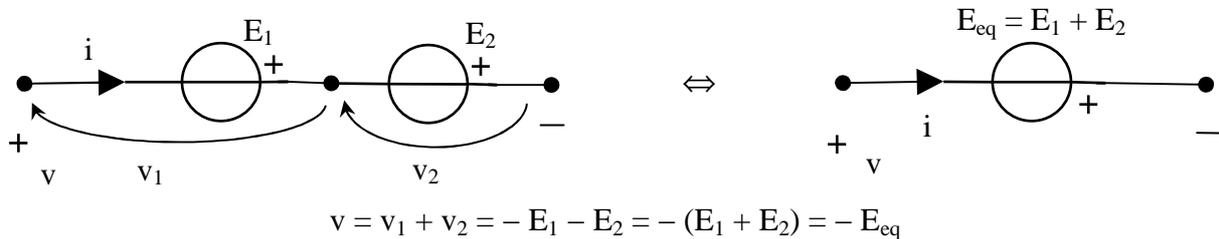


Figura 15.a Generatori di tensione indipendenti collegati in serie.

Analogamente, in figura 15.b è illustrato il parallelo di due generatori indipendenti di corrente. Confrontando le caratteristiche si ottiene l'equivalenza con un solo generatore indipendente di corrente avente una corrente impressa (equivalente) pari alla somma delle correnti impresse. La relazione ottenuta è generalizzabile ad un numero qualsiasi di generatori indipendenti di corrente in parallelo (per definizione tutti soggetti alla stessa tensione): $I_{eq} = \sum_k I_k$.

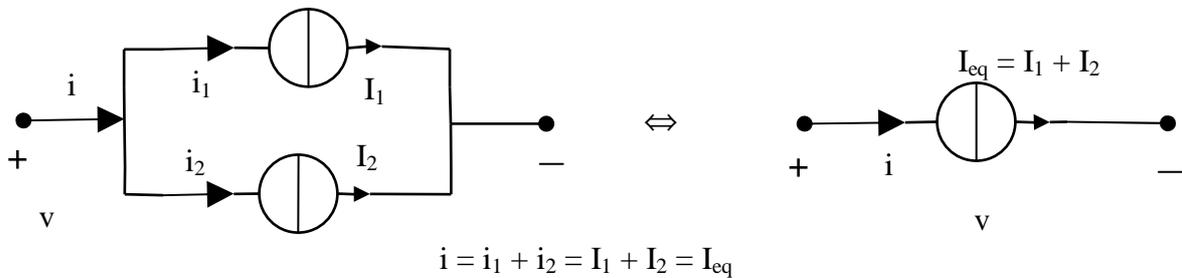


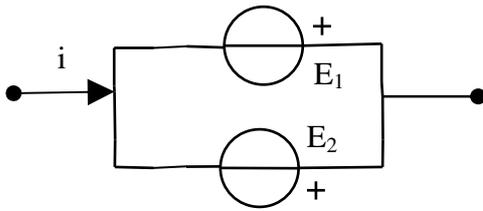
Figura 15.b Generatori di corrente indipendenti collegati in parallelo.

Le equivalenze mostrate nelle figure 15.a e 15.b mostrano come la procedura per determinare il bipolo equivalente di una serie o di un parallelo sia sempre lo stesso: sostituzione delle caratteristiche $f_1(v_1, i_1) = 0$ ed $f_1(v_2, i_2) = 0$ dei bipoli nella opportuna LK (LKT per la serie e LKC per il parallelo) ed identificazione del componente equivalente dalla sua caratteristica $f(v, i) = 0$. Tuttavia, questa procedura non porta sempre alla determinazione di un componente equivalente. A parte il caso in cui non esista un componente elementare corrispondente alla caratteristica $f(v, i) = 0^{(o)}$, si possono ottenere inconsistenze ovvero **circuiti inammissibili** (o patologici). Ad esempio, se si cerca di porre in parallelo due generatori indipendenti di tensione o di porre in serie due generatori indipendenti di corrente con grandezze impresse diverse $^{(oo)}$ le LK sono violate, come mostrato in figura. Pertanto i due schemi rappresentati, seguendo la definizione data precedentemente, non sono circuiti elettrici. $^{(ooo)}$

^(o) Ad esempio, la serie di un resistore lineare (con resistenza R) e di un induttore (con induttanza L). In tal caso si ha: $v = v_1 + v_2 = Ri + L di/dt$ e la caratteristica $f(v, i) = 0$ così definita non corrisponde a nessun componente elementare.

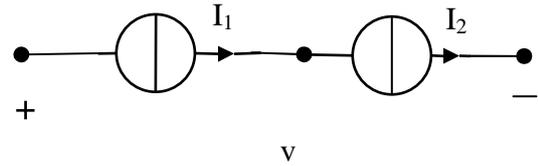
^(oo) Se le grandezze impresse sono uguali i circuiti sono ammissibili (come si deduce immediatamente, due generatori indipendenti di tensione con la stessa tensione impressa E in parallelo sono equivalenti ad un solo generatore indipendente di tensione con tensione impressa equivalente E ed, analogamente, due generatori indipendenti di corrente con la stessa corrente impressa I in serie sono equivalenti ad un solo generatore indipendente di corrente con corrente impressa equivalente I) ma non sono univocamente solubili [vedi seguito].

^(ooo) Questa situazione è solitamente il risultato di un eccesso di idealizzazione nel modello del dispositivo fisico studiato. Ad esempio, è certamente possibile collegare in serie o in parallelo due generatori reali. In tal caso tuttavia è essenziale considerare le resistenze interne (spesso trascurate in prima approssimazione) per evitare le inconsistenze nelle LK.



Applicando la LKT alla maglia costituita dai due generatori si ha: $0 = E_2 - E_1 \neq 0$.

La LKT è violata: il circuito è inammissibile.



Applicando la LKC al nodo in comune ai due generatori si ha: $0 = I_2 - I_1 \neq 0$.

La LKC è violata: il circuito è inammissibile.

Generatori reali

Un generatore di tensione reale può essere modellato elettricamente mediante lo schema illustrato nella figura 15, costituito da un resistore e da un generatore indipendente di tensione collegati in serie.

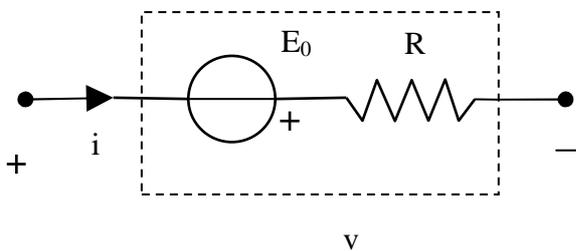


Figura 16.a Modello circuitale del generatore reale.

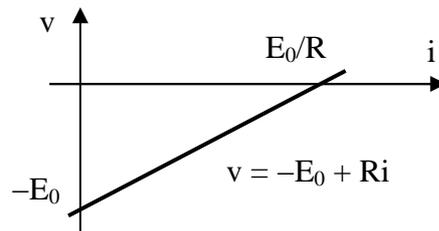


Figura 16.b Caratteristica del generatore reale.

Il generatore di tensione permette di simulare la trasformazione energetica (ad esempio per le celle elettrochimiche da energia chimica in energia elettrica e viceversa) che avviene all'interno del dispositivo reale; la tensione impressa E_0 è pari alla tensione ai terminali del bipolo durante il funzionamento a vuoto (quando non eroga corrente). La resistenza R del resistore permette di simulare la dissipazione di potenza elettrica in potenza termica che viene ceduta all'ambiente circostante. La caratteristica tensione-corrente del bipolo di figura 16.a è illustrata in figura 16.b. Il generatore di tensione reale è un componente controllato sia in tensione che in corrente.

Si può rappresentare il generatore reale anche tramite un diverso schema circuitale. A tal fine è sufficiente esplicitare la corrente in funzione della tensione. Posto $G = 1/R$ ed $I_0 = E_0/R$ si ha:

$$i = v/R + E_0/R = Gv + I_0$$

In questo modo la corrente entrante nel bipolo è interpretabile come la somma di due termini (ovvero di due correnti su due rami in parallelo). Il primo termine, che è proporzionale alla tensione, è un resistore di conduttanza G ; il secondo termine, che è noto, è un generatore di corrente indipendente.

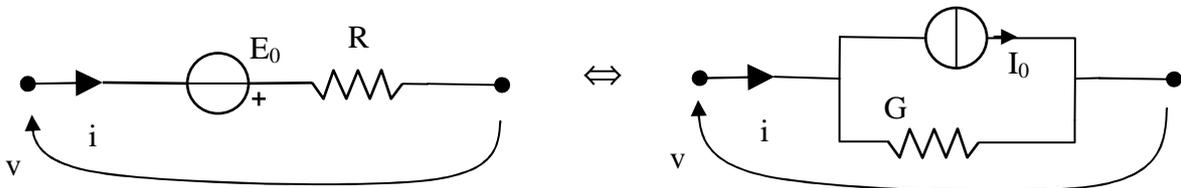


Figura 17. Circuiti equivalenti del generatore reale.

L'equivalenza illustrata in figura 17 è possibile, ovviamente, solo se sono soddisfatte le condizioni $G = 1/R$ ed $I_0 = E_0/R$ (il caso $R = 0$ è quindi escluso) o le loro inverse $R = 1/G$ ed $E_0 = I_0/G$ (il caso $G = 0$ è quindi escluso). L'equivalenza tra bipoli assicura (per definizione) l'uguaglianza delle caratteristiche e quindi anche la potenza assorbita dai due bipoli è la stessa:

$$p = v i = Ri^2 - E_0 i = (Gv + I_0)^2/G - (Gv + I_0) I_0/G = Gv^2 + 2vI_0 + I_0^2/G - vI_0 - I_0^2/G = Gv^2 + vI_0$$

[Si noti tuttavia che la potenza assorbita dal resistore di resistenza R nello schema di sinistra ($p_R = Ri^2$) è generalmente diversa dalla potenza assorbita dal resistore di conduttanza G nello schema di destra ($p_G = Gv^2$). Questo è particolarmente evidente se si considerano i bipoli a vuoto ($i = 0$): nel bipolo a sinistra $v = -E_0$, $p_R = 0$, in quello di destra $v = -I_0/G = -E_0$, $p_G = I_0^2/G$].

2.6 Diodo ideale

Il simbolo del diodo ideale è indicato nella figura 20.a. La legge costitutiva del diodo ideale è rappresentata, nel piano tensione - corrente, dal semiasse negativo delle tensioni e dal semiasse positivo delle correnti^(*) (vedi figura 20.b): se la tensione anodo (A) - catodo (K) è negativa, il diodo si dice interdetto e la corrente è nulla; viceversa, se il diodo è percorso da corrente da A a K (diodo in conduzione) la tensione è nulla.

Il diodo ideale non è controllato né in tensione (se la corrente è nulla la tensione può assumere tutti i valori negativi) né in corrente (se la tensione è nulla la corrente può assumere tutti i valori positivi). A seconda quindi che il diodo ideale sia in conduzione od interdetto, è equivalente rispettivamente un corto circuito od un circuito aperto^(**); in ogni caso la potenza elettrica assorbita dal diodo ideale è nulla.

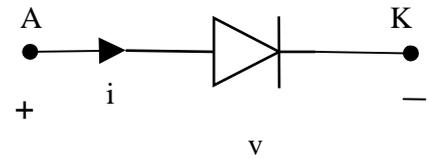


Figura 20.a Diodo ideale

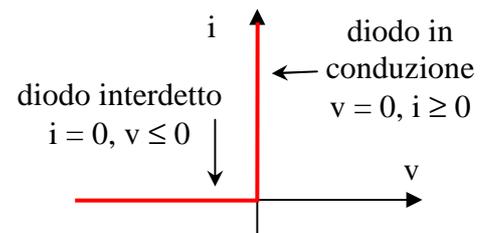
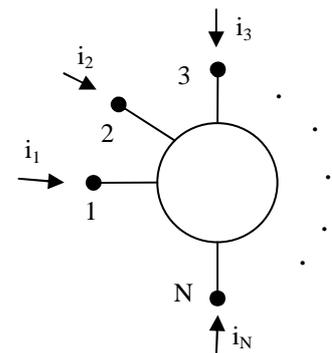


Fig. 20.b Caratteristica del diodo ideale.

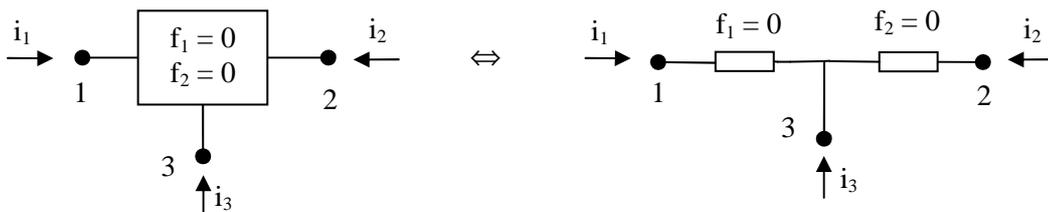
N-polo

In generale i componenti a N terminali (N -poli) sono caratterizzati da $N-1$ relazioni (caratteristiche o equazioni costitutive) tra le correnti e le tensioni definibili ai terminali. Per definire univocamente i riferimenti, si consideri il terminale N come terminale di riferimento per le tensioni e si considerino come versi positivi delle correnti quelli entranti nel componente:

$$f_n(i_1, \dots, i_N, v_{1N}, \dots, v_{N-1,N}) = 0, \text{ con } n = 1, \dots, N-1$$

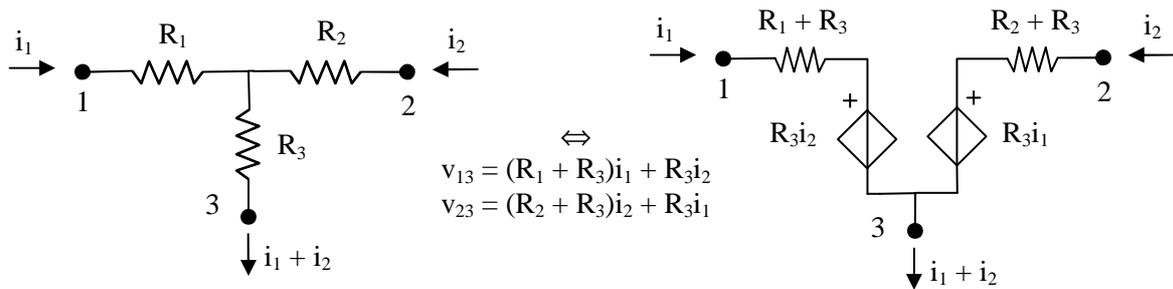


Naturalmente, dato che la LKC impone che la somma di tutte le correnti è nulla, è sempre possibile esprimere una di esse come opposto della somma di tutte le altre, cioè esprimere le caratteristiche in funzione di solo $N-1$ correnti. Per ottenere un circuito equivalente costituito solo da bipoli (ma non è l'unico modo) è sufficiente collegare tutte le coppie di terminali (k, N) con $k = 1, \dots, N-1$ ad un bipolo con caratteristica $f_k = 0$ (infatti, due componenti sono equivalenti se le loro caratteristiche sono uguali). In figura è mostrato il circuito equivalente costituito solo da bipoli di un tripolo generico costruito in questo modo. Se si considera uno specifico componente è possibile anche utilizzare componenti elementari. Ad esempio, in figura è mostrato il circuito equivalente di una stella di resistori.



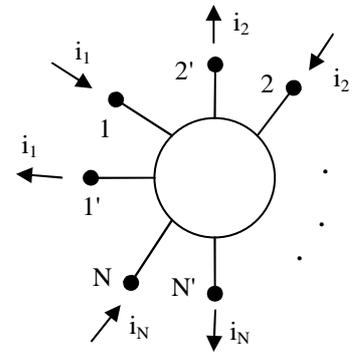
^(*) Purchè i versi di tensione e corrente siano scelti come in figura 20.a (la caratteristica dipende dalla scelta dei versi).

^(**) Il diodo ideale quindi è un componente non-lineare che tuttavia è lineare a tratti.



N-porte

Un componente a $2N$ terminali in cui sia possibile identificare N coppie di terminali con le stesse correnti entranti/uscenti (condizioni di porta) è caratterizzato da N relazioni (caratteristiche o equazioni costitutive) tra le correnti e le tensioni definibili ai terminali di ogni porta, identificati come $1-1'$, ..., $N-N'$. Per definire univocamente i riferimenti, si considerino i terminali $1, \dots, N$ come terminali di riferimento positivi per le tensioni e si considerino i versi associati per le correnti:



$$f_n(i_1, \dots, i_N, v_{11'}, \dots, v_{NN'}) = 0, \text{ con } n = 1, \dots, N$$

Infatti considerando l' N -porte come un $2N$ -polo, esso sarebbe definito da $2N-1$ caratteristiche; tuttavia $N-1$ di esse sono condizioni di porta (la coppia di terminali $N-N'$ è automaticamente una porta se lo sono tutte le altre, grazie alla LKC). Per ottenere un circuito equivalente costituito solo da bipoli è sufficiente collegare ogni porta k (con $k = 1, \dots, N$) ad un bipolo con caratteristica $f_k = 0$.

2.7 Trasformatore ideale

Il trasformatore ideale è un doppio bipolo (ovvero un 2-porte) definito dalle due relazioni (29), dove K è detta rapporto di trasformazione. Il simbolo del trasformatore ideale è indicato nella figura 18.

$$v_1 = K v_2 \quad (29.a)$$

$$i_2 = -K i_1 \quad (29.b)$$

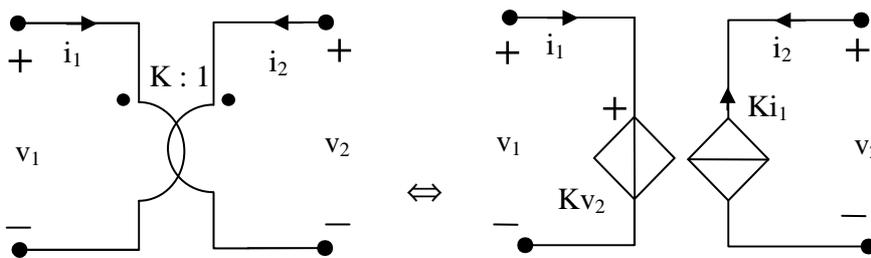


Figura 18 - Trasformatore ideale e circuito equivalente.

Si noti che una coppia di terminali è segnata con un punto, indicando quindi i versi di riferimento delle tensioni e delle correnti per cui le (29) sono corrette. In figura 18 è mostrato inoltre uno dei possibili circuiti equivalenti del trasformatore ideale. Si noti anche che, poiché il trasformatore ideale è definito dalle (29), le relazioni tra tensioni e correnti a primario e secondario sono valide in ogni condizione (incluso quindi il regime stazionario). Il trasformatore ideale è indicato in letteratura anche con altri simboli; tuttavia nel seguito si utilizzerà il simbolo di figura 18 dato che il simbolo alternativo è molto simile a quello che rappresenta gli induttori accoppiati [vedi seguito].

La potenza assorbita dal trasformatore ideale è nulla; infatti, con riferimento ai versi di riferimento delle tensioni e delle correnti definiti in figura 18, si ha

$$p(t) = v_1(t) i_1(t) + v_2(t) i_2(t) = \{K v_2(t)\} \{-i_2(t)/K\} + v_2(t) i_2(t) = 0$$

Quindi la somma delle potenze assorbite a primario e secondario è complessivamente nulla, ovvero la potenza assorbita a primario dal trasformatore ideale ($p_1 = v_1 i_1$) risulta in ogni istante uguale a quella erogata al secondario ($p_2 = -v_2 i_2$). Anche se non assorbe potenza, il trasformatore ideale

muta i parametri (tensione e corrente) con cui la energia elettrica viene assorbita a primario ed erogata a secondario: la tensione viene ridotta (od aumentata) di un fattore pari al rapporto di trasformazione del trasformatore K mentre la corrente viene aumentata (o diminuita) dello stesso fattore.

Quando a secondario di un trasformatore ideale è collegato un resistore di resistenza R , il primario è equivalente a un resistore di resistenza equivalente K^2R . Tale equivalenza è illustrata nella figura 19 e prende il nome di riduzione da secondario a primario. La dimostrazione è immediata:

$$v_1(t) = K v_2(t) = K [-R i_2(t)] = -KR [-K i_1(t)] = K^2 R i_1(t) = R_{eq} i_1(t)$$

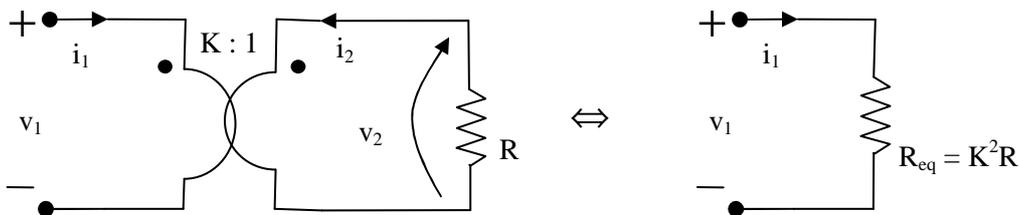


Figura 19.a - Riduzione da secondario a primario di un resistore.

Naturalmente si può effettuare anche la riduzione da primario a secondario. Analogamente al caso precedente si ha:

$$v_2(t) = (1/K) v_1(t) = (1/K) [-R i_1(t)] = -(R/K) [(-1/K) i_2(t)] = (R/K^2) i_2(t) = R_{eq} i_2(t)$$

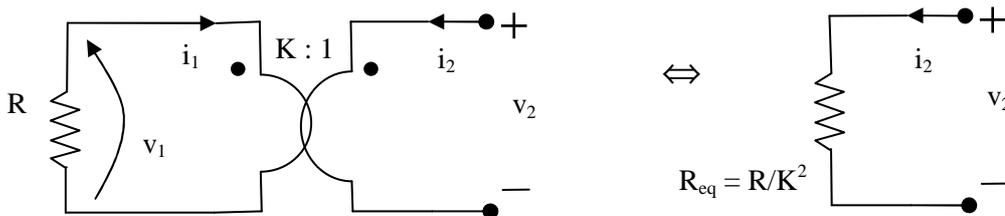


Figura 19.b - Riduzione da primario a secondario di un resistore.

Se a secondario di un trasformatore ideale è collegato un generatore reale con tensione impressa E e resistenza R , il primario è equivalente a un generatore reale con tensione impressa KE e resistenza equivalente K^2R . La dimostrazione è immediata:

$$v_1(t) = K v_2(t) = K [E - R i_2(t)] = KE - KR [-K i_1(t)] = KE + K^2 R i_1(t) = E_{eq} + R_{eq} i_1(t)$$

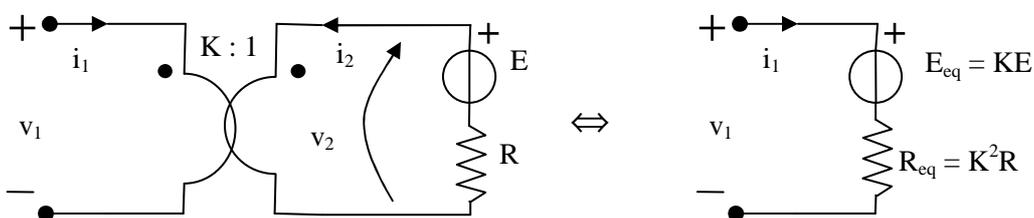


Figura 20 - Riduzione da secondario a primario di un generatore reale.

3. CENNI SUI COMPONENTI REALI

Premesso che i componenti ideali non esistono, ciò che differenzia i componenti reali, cioè quelli acquistabili a catalogo dai costruttori, dai componenti ideali (che ne rappresentano il modello più semplice) sono:

- **i limiti operativi.** Ogni componente reale può funzionare solo in certe condizioni predefinite di tensione, corrente, potenza assorbita (e temperatura). I limiti operativi specificati dal costruttore definiscono quindi i valori massimi e minimi entro i quali il componente deve funzionare. A seconda del tipo di componente possono essere presenti solo alcuni di tali limiti (ad esempio per

un resistore lineare con resistenza nota è sufficiente specificare un solo limite superiore tra tensione, corrente o potenza assorbita). Se si superano i limiti operativi, il componente reale devia dal funzionamento previsto con esiti diversi (ad esempio se si supera il limite sulla tensione massima si può passare da una caratteristica lineare ad una non-lineare oppure si può avere la rottura dell'isolamento).

- **gli effetti termici.** Ogni componente reale è soggetto a perdite (ovvero alla conversione di parte della potenza elettrica assorbita o erogata in potenza termica. Tali perdite provocano nel funzionamento a regime un aumento della temperatura nel componente fino a quando non si raggiunge l'equilibrio termico con l'ambiente. I parametri che definiscono i componenti reali sono funzioni della temperatura (mediata nel volume del componente). Solitamente si suppone un andamento lineare ed è quindi sufficiente definire un coefficiente di temperatura. Ad esempio per un resistore lineare si può assumere una resistenza, alla temperatura T entro opportuni limiti, pari a $R(T) = R(T_0) [1 + \alpha (T - T_0)]$, dove T_0 è una temperatura di riferimento (di solito la temperatura ambiente). Il coefficiente di temperatura α (misurato in $^{\circ}\text{C}^{-1}$) dipende dai materiali impiegati e dalla tecnologia costruttiva. A seconda del componente è possibile anche una variazione nel tempo del valore dei parametri del componente (stabilità termica) tanto più rapida quanto maggiore è la temperatura di lavoro del componente (ad esempio per i condensatori ciò è dovuto all'invecchiamento [definito nel seguito] del materiale dielettrico).
- **gli effetti parassiti.** Con questo termine si intendono tutti gli effetti diversi da quello rappresentato dal componente ideale. Sono effetti solitamente trascurabili in prima approssimazione e tipicamente indesiderati. In condizioni particolari, che possono essere dovute al regime di funzionamento o al circuito in cui è inserito il componente, gli effetti parassiti devono essere considerati (ad esempio la soluzione del circuito non è unica oppure l'effetto parassita diventa sempre più rilevante al crescere della frequenza [definita nel seguito]). In tal caso si fa uso di circuiti equivalenti del componente reale che sono tipicamente costituiti dal componente ideale e da uno o più componenti ideali parassiti opportunamente disposti (ad esempio, tipicamente l'induttore reale è rappresentabile come una serie induttore ideale - resistore parassita ed il condensatore reale come un parallelo condensatore ideale -resistore parassita)

Infine, a causa dei processi costruttivi e delle limitazioni imposte dai materiali usati, ogni parametro è affetto da una certa tolleranza, che esprime il massimo scostamento percentuale del valore effettivo rispetto a quello nominale (a una temperatura di riferimento specificata). Valori comuni di tolleranza vanno dal $\pm 5\%$ al $\pm 20\%$ per i tipi più diffusi, ma sono disponibili anche componenti a tolleranza del $\pm 2\%$ o inferiore per applicazioni di precisione. La tolleranza viene indicata dal costruttore numericamente o attraverso un codice stampato sul componente. Per alcune tipologie di componenti di uso comune (ad esempio i resistori), in accordo alle norme IEC, sono state fissate delle serie normalizzate di valori. Anche il valore nominale è indicato sul componente attraverso una sigla o un codice di riferimento.

4. GRANDEZZE E UNITÀ DI MISURA DEL SISTEMA INTERNAZIONALE (SI)

Il sistema internazionale (SI)^(*) di grandezze ed unità di misura, nato nel 1961, è il sistema di unità di misura più diffuso^(**). In Italia è il sistema legalmente adottato dal 1982. Esso comprende

(*) Anche se la sigla non è ufficiale è spesso indicato anche come sistema MKSA, dalle iniziali delle unità di misura SI per lunghezza, massa, tempo e corrente (Metro, Kilogrammo, Secondo, Ampere).

(**) Solo negli Stati Uniti, in Liberia e Birmania il sistema internazionale non è stato adottato come unico o principale sistema di misurazione. Nella comunità dei fisici è ancora diffuso il sistema CGS (sistema centimetro-grammo-secondo). Nato nel 1800, il sistema CGS non ha mai avuto un utilizzo diffuso a causa degli ordini di grandezza inadatti (troppo grandi o troppo piccoli) per l'uso pratico. Nel mondo anglosassone sono ancora diffuse le unità del Sistema Britannico il cui utilizzo tuttavia è notevolmente complicato dal fatto che multipli e sottomultipli non sono in rapporto fisso (e sono diversi per le varie grandezze). Ad esempio per le lunghezze una yarda (0.914 m) corrisponde a tre piedi (1 yd = 3 ft) ed un piede corrisponde a dodici pollici (1 ft = 12 in), mentre per le masse una libbra (0.453 kg) corrisponde a sedici oncie (1 lb = 16 oz).

sette *grandezze fondamentali* e le relative unità; due *grandezze complementari* e le relative unità; infine numerose *grandezze derivate* e le relative unità. Nella tabella che segue sono presentati i punti fondamentali del sistema SI per quanto riguarda le grandezze fondamentali e quelle complementari e relative unità. Si noti che la grandezza elettrica fondamentale è la corrente la cui unità di misura, l'ampere (A), è definita come la corrente costante che, percorrendo due conduttori paralleli, rettilinei di lunghezza infinita, di sezione circolare di diametro infinitesimo, posti alla distanza di 1 m l'uno dall'altro nel vuoto, produce tra i due conduttori una forza di 2×10^{-7} N su ogni metro di lunghezza.

| Grandezze ed unità fondamentali SI | | | |
|--|-----------|------------|---------|
| Nome | Simbolo | Unità | Simbolo |
| Lunghezza | <i>l</i> | metro | m |
| Massa | <i>m</i> | kilogrammo | kg |
| Intervallo di tempo | <i>t</i> | secondo | s |
| Corrente elettrica | <i>i</i> | ampere | A |
| Intervallo di temperatura | θ | kelvin | K |
| Intensità Luminosa | <i>I</i> | candela | cd |
| Quantità di materia | - | mole | mol |
| Grandezze ed unità complementari SI | | | |
| Angolo piano | φ | radiante | rad |
| Angolo solido | Ω | steradiano | sr |

Il SI definisce multipli e sottomultipli (con un rapporto costante 10^3) che sono identificati da prefissi da apporre alle unità di misura per identificarli. Ad esempio $0.25 \text{ mF} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ F} = 250 \mu\text{F}$.

Il SI è coerente (o razionale): ogni grandezza derivata è espressa nella sua forma elementare da un monomio di grandezze precedentemente definite e può sempre essere ridotta ad un monomio di grandezze fondamentali e complementari. Le unità relative sono derivate dalle unità delle grandezze che compaiono nel monomio di definizione; talvolta le unità stesse hanno ricevuto un nome indipendente da quelle delle unità da cui sono derivate. Nella tabella successiva sono riportate alcune grandezze derivate e le loro unità, con particolare riferimento alle grandezze utili nell'elettrotecnica.

| Multipli e sottomultipli nel SI | | |
|--|---------|------------|
| Prefisso | Simbolo | Fattore |
| Tera | T | 10^{12} |
| Giga | G | 10^9 |
| Mega | M | 10^6 |
| Chilo | k | 10^3 |
| Milli | m | 10^{-3} |
| Micro | μ | 10^{-6} |
| Nano | n | 10^{-9} |
| Pico | p | 10^{-12} |

| Grandezza e simbolo | Unità e simbolo | Definizione |
|-------------------------------|------------------|---|
| Frequenza (f) | hertz (Hz) | $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ |
| Forza (F) | newton (N) | $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ |
| Pressione (p) | pascal (Pa) | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2 = 1 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s}^2)$ |
| Lavoro (L), Energia (W) | joule (J) | $1 \text{ J} = 1 \text{ N}\cdot\text{m} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$ |
| Potenza (P) | watt (W) | $1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$ |
| Carica elettrica (q, Q) | coulomb (C) | $1 \text{ C} = 1 \text{ A}\cdot\text{s}$ |
| Tensione elettrica (v) | volt (V) | $1 \text{ V} = 1 \text{ W}/\text{A} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/(\text{A}\cdot\text{s}^3)$ |
| Capacità (C) | farad (F) | $1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V} = 1 \text{ A}^2\cdot\text{s}^4/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$ |
| Resistenza (R), Reattanza (X) | ohm (Ω) | $1 \Omega = 1 \text{ V}/\text{A} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/(\text{A}^2\cdot\text{s}^3)$ |
| Conduttanza (G) | siemens (S) | $1 \text{ S} = 1 \text{ A}/\text{V} = 1 \text{ A}^2\cdot\text{s}^3/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$ |
| Flusso magnetico (ϕ) | weber (Wb) | $1 \text{ Wb} = 1 \text{ V}\cdot\text{s} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/(\text{A}\cdot\text{s}^2)$ |

| | | |
|-------------------------------------|-----------------------|---|
| Induzione magnetica (B) | tesla (T) | $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 = 1 \text{ kg}/(\text{A}\cdot\text{s}^2)$ |
| Auto e Mutua induttanza (L), (M) | henry (H) | $1 \text{ H} = 1 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{A} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/(\text{A}^2\cdot\text{s}^2)$ |
| Pulsazione (ω) | rad/s | |
| Coppia (C) | N·m | |
| Densità di energia (w) | J/m ³ | $1 \text{ J/m}^3 = 1 \text{ Pa}$ |
| Campo elettrico (E) | V/m | |
| Campo magnetico (H) | A/m | |
| Magnetizzazione (M) | A/m | |
| Spostamento elettrico (D) | C/m ² | |
| Polarizzazione (P) | C/m ² | |
| Densità di corrente (J) | A/m ² | |
| Densità di carica (ρ) | C/m ³ | |
| Densità di massa (γ) | kg /m ³ | |
| Costante dielettrica (ϵ) | F/m | |
| Permeabilità (μ) | H/m | |
| Resistività (ρ) | $\Omega\cdot\text{m}$ | |
| Conducibilità (σ) | S/m | |
| Riluttanza (\mathcal{R}) | H ⁻¹ | |
| Potenza reattiva (Q) | VAR | Dimensionalmente uguale al W, ha tuttavia un altro significato. |
| Potenza apparente (N) | voltampere (VA) | Dimensionalmente uguale al W, ha tuttavia un altro significato. |

Esistono anche unità non-SI che continuano ad essere utilizzate (tra la popolazione o in specifici ambiti commerciali, medici, legali, ...). Questa categoria contiene soprattutto unità temporali, angolari e quelle da esse derivate. Nella tabella a lato sono riportate alcune unità non-SI, con particolare riferimento a quelle utili in elettrotecnica.

(*) La sigla RPM è costituita dalle iniziali della stessa unità di misura in inglese: «Revolutions Per Minute».

| Alcune unità non-SI di uso corrente | | |
|--|----------------|------------------------|
| Unità | Simbolo | Valore unitario |
| minuto | min | 60 s |
| ora | h | 60 min |
| grado | ° | $(\pi/180)$ rad |
| giri/minuto (*) | RPM | $(2\pi/60)$ rad/s |
| wattora | Wh | 3.6 kJ |
| cavallo vapore | CV | 735.5 W |

TABELLA DEI SIMBOLI CIRCUITALI PIÙ COMUNI

La tabella mostra alcuni dei simboli più utilizzati per rappresentare i componenti circuitali. Si noti che il generatore di tensione indipendente viene spesso rappresentato con un simbolo (il cerchio con la freccia centrata) che può essere confuso con un generatore di corrente indipendente.

RESISTORE LINEARE



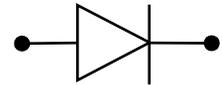
INDUTTORE LINEARE



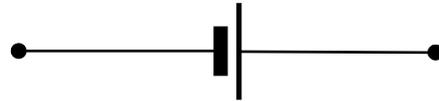
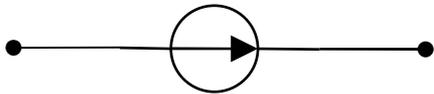
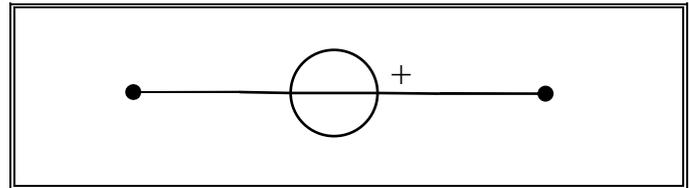
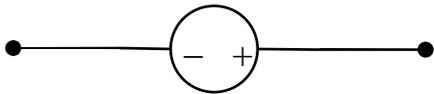
CONDENSATORE LINEARE



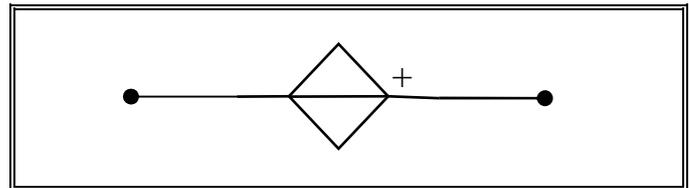
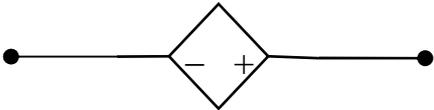
DIODO IDEALE



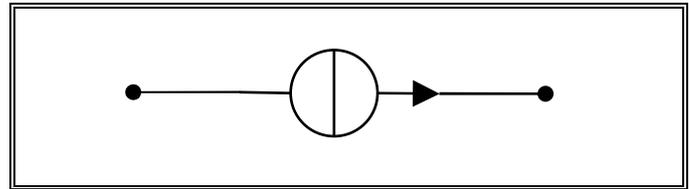
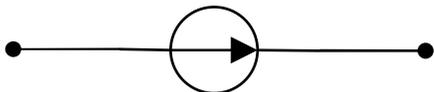
GENERATORE DI TENSIONE INDIPENDENTE



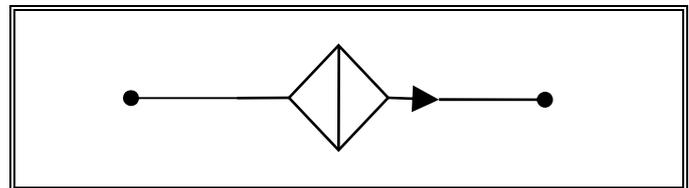
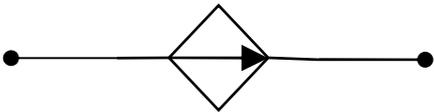
GENERATORE DI TENSIONE PILOTATO



GENERATORE DI CORRENTE INDIPENDENTE



GENERATORE DI CORRENTE PILOTATO



TRASFORMATORE IDEALE

