

# MACCHINE DC (IN CORRENTE CONTINUA)

## 1. PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

Le macchine DC sono formate da una parte fissa (statore) che costituisce l'induttore destinato a produrre il campo magnetico, e da una parte rotante, interna e coassiale all'induttore, che costituisce l'indotto (o armatura). L'induttore della macchina è costituito da una corona di materiale magnetico massiccio su cui sono fissati i poli (una o più coppie). L'avvolgimento di statore (**avvolgimento di eccitazione**) costituito da  $N$  spire è avvolto attorno alle espansioni polari del circuito magnetico. Ogni coppia di bobine di eccitazione, tra loro in serie, è percorsa dalla corrente di eccitazione  $i$  (costante) e genera il flusso di eccitazione  $\Phi$  (costante).

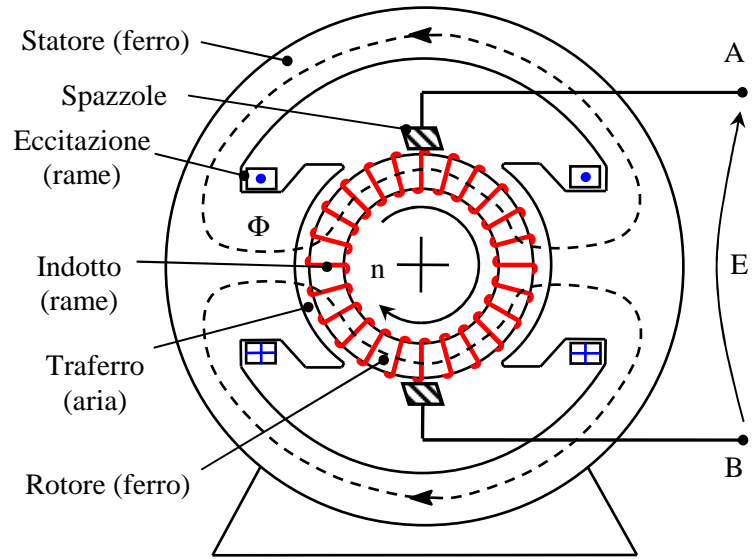
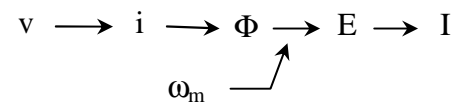


Figura 1. Sezione di una macchina DC a due poli con rotore ad anello (di Pacinotti)

Il traferro è costante su tutta l'espansione polare e ridotto al minimo (compatibilmente con l'esigenza di evitare il contatto tra rotore e statore). Il rotore è costituito da una corona di materiale magnetico laminato su cui sono disposte  $N$  spire, che formano un avvolgimento chiuso (configurazione ad anello di Pacinotti) detto **avvolgimento di indotto**. L'avvolgimento di indotto è chiuso su se stesso ma è collegato con l'esterno mediante dei contatti striscianti (spazzole) a cui sono collegati i terminali A e B. Se il rotore è in movimento a velocità angolare  $\omega_m$  costante, corrispondente ad un numero di giri al minuto  $n$ , si induce, per la legge di Faraday una tensione (f.e.m.) sulle spire la cui somma  $E$  (costante) viene resa disponibile ai terminali. Se i terminali A e B sono collegati ad un carico resistivo, circolerà quindi una corrente  $I$  (costante) sull'avvolgimento di indotto.

Il principio di funzionamento della macchina DC si può illustrare con la seguente catena logica, dove maiuscole e minuscole indicano grandezze di statore (indotto) e di rotore (eccitazione), rispettivamente<sup>(\*)</sup>:



Nel funzionamento da generatore la potenza meccanica fornita all'albero della macchina per vincere la coppia resistente elettromagnetica, viene trasformata, a meno delle perdite, in potenza elettrica erogata al carico collegato all'avvolgimento di indotto. Viceversa, nel funzionamento da motore la potenza elettrica assorbita da un generatore esterno viene trasformata, a meno delle perdite, in potenza meccanica fornita all'albero della macchina per vincere la coppia resistente del carico meccanico esterno.

Per determinare la tensione  $E$  alle spazzole a vuoto è conveniente riferirsi all'anello di Pacinotti, illustrato in figura 1. Su ogni generica spira dell'indotto agisce una tensione pari alla derivata temporale del flusso concatenato ( $\Phi_{c,s}$ ) alla spira stessa:  $E_s = d\Phi_{c,s}/dt$ . Come mostrato in figura 2, il flusso  $\Phi_{c,s}$  è funzione dell'angolo  $\beta$ , che varia nel tempo a causa della rotazione del rotore. Detta  $\omega_m$

<sup>(\*)</sup> Si noti l'analogia con il principio di funzionamento della macchina sincrona. L'assenza della retroazione dovuta alla legge di Faraday tra il flusso e la tensione sull'avvolgimento di eccitazione è dovuta al fatto che in regime DC il flusso è stazionario (variazione temporale nulla). La retroazione dovuta alla legge di Ampère tra corrente di indotto e flusso prende il nome di "reazione di armatura" (vedi seguito) e può essere trascurata fino a quando il materiale ferromagnetico è lineare (macchina non satura).

=  $d\beta/dt$  la velocità angolare del rotore, si ha:  $E_s = \omega_m (d\Phi_{c,s}/d\beta)$ . La tensione  $E$  agente sul una delle due vie interne (che collega la spazzola  $B$  alla spazzola  $A$ ) è data dalla somma delle f.e.m. su ciascuna delle spire ( $N/2$ ) appartenenti ad essa:

$$E = \sum_{s=1}^{N/2} E_s = \omega_m \sum_{s=1}^{N/2} \frac{d\Phi_{c,s}}{d\beta} \cong \frac{\omega_m}{\Delta\beta} \sum_{s=1}^{N/2} \Delta\Phi_{c,s} \quad (1)$$

dove si è approssimata la derivata  $d\Phi_{c,s}/d\beta$  con il rapporto incrementale  $\Delta\Phi_{c,s}/\Delta\beta$ . Se si assume che  $\Delta\beta$  sia la distanza angolare tra due spire consecutive ( $\Delta\beta = 2\pi/N$ ),  $\Delta\Phi_{c,i}$  è la variazione che il flusso concatenato alla spira  $s$  subisce quando il rotore ruota di un angolo  $\Delta\beta$ . Infine la somma delle variazioni dei flussi concatenati si riduce alla differenza tra i flussi concatenati alle due spire in contatto rispettivamente con le spazzole  $A$  e  $B$ , indicati con  $\Phi_{cA}$  e  $\Phi_{cB}$ . La (1) diventa quindi:

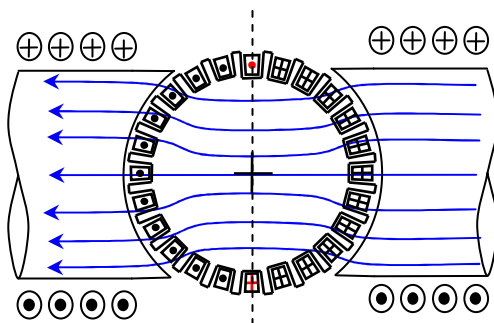
$$E = (N/60) n (\Phi_{cA} - \Phi_{cB}) \quad (2)$$

dove  $n$  è il numero di giri al minuto del rotore, legato alla velocità angolare del rotore dalla relazione  $\omega_m = (2\pi/60) n$ . Se le spazzole sono disposte come illustrato in figura 1, trascurando i flussi dispersi si ha  $\Phi_{cA} = \Phi/2$  e  $\Phi_{cB} = -\Phi/2$ . La tensione indotta  $E$  risulta quindi espressa da:

$$E = k n \Phi \quad (3)$$

dove  $k$  è una costante della macchina<sup>(\*)</sup>.

L'anello di Pacinotti è molto semplice, ma risulta poco pratico. Infatti, oltre alla difficoltà di realizzare un avvolgimento ad anello, le spire devono essere isolate fra loro ma non rispetto alle spazzole. Inoltre i conduttori attivi sono solo quelli esterni, mentre quelli interni e quelli frontali servono solo per il collegamento, aumentando la resistenza dell'indotto e quindi riducendo il rendimento. Per queste ragioni nel rotore delle macchine DC si utilizza solitamente un **indotto a tamburo** in cui le spire che costituiscono l'avvolgimento di indotto sono disposte in cave uniformemente distribuite lungo la periferia del rotore<sup>(\*\*)</sup> e sono connesse alle lamelle di rame di un **collettore** (commutatore), calettato sull'albero ad una delle estremità del rotore. Le spazzole (tipicamente in grafite) sono presate tramite molle sulle lamelle del collettore che sono isolate fra loro. Collettore e spazzole sono soggetti a usura e richiedono una manutenzione periodica.



Rotore con indotto a tamburo: vista frontale e sezione.

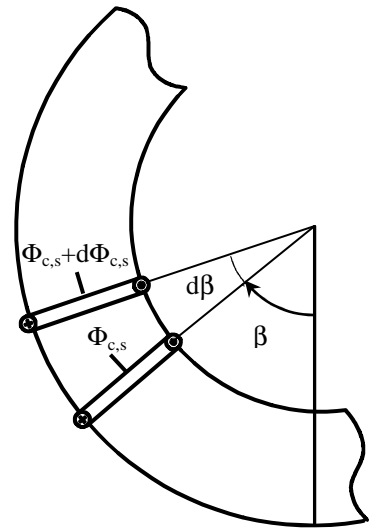
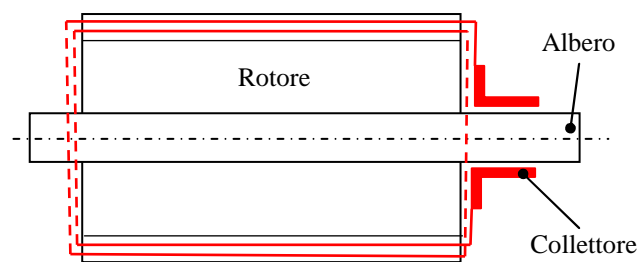


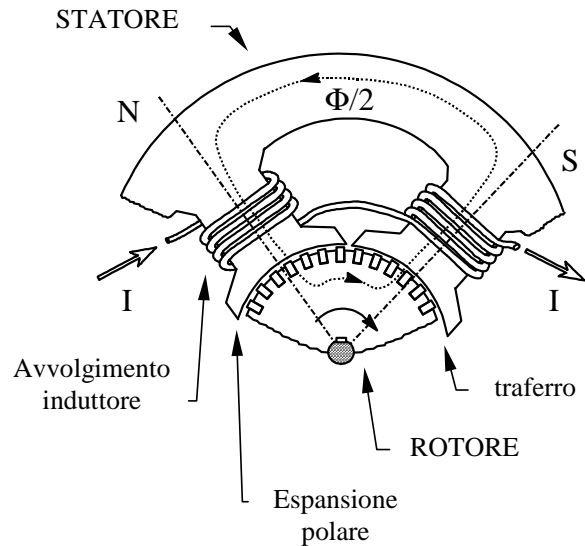
Figura 2 – Spostamento angolare di una spira dell'avvolgimento di indotto

<sup>(\*)</sup> In questo caso si ha  $k = N/60$  (due poli e due vie interne). Con via interna si intende ogni gruppo di spire del circuito di indotto che collega le spazzole. Nel caso in cui siano presenti  $2a$  vie interne e  $2p$  poli, risulta  $k = (2p/2a)(N/60)$ . Al crescere del numero di poli e di vie interne in parallelo, cresce la corrente che si può erogare a parità di f.e.m.. Quindi all'aumentare della potenza (o della corrente) richiesta, si usano macchine con un numero crescente di poli (sempre disposti simmetricamente intorno all'armatura, con polarità alternate).

<sup>(\*\*)</sup> Il flusso massimo concatenato alle spire è quindi pari a  $\Phi$  anziché a  $\Phi/2$  come nell'avvolgimento ad anello.

## CENNI COSTRUTTIVI

Lo statore di una macchina DC è costituito da una corona di materiale magnetico massiccio su cui sono fissati i poli. I poli sono composti da un nucleo attorno al quale vengono sistemati gli avvolgimenti di eccitazione, e da un'espansione polare con profilo concentrico a quello del rotore (vedi figura). A causa del movimento dei denti rotorici si hanno sensibili variazioni di flusso sull'espansione polare. Per limitare gli effetti delle correnti parassite dovute a tali variazioni, le espansioni sono laminate.



Il rotore di una macchina DC è costituito da un cilindro laminato in materiale ferromagnetico, nella cui periferia sono ricavate le cave che accolgono le spire dell'avvolgimento di indotto. Gli avvolgimenti di indotto sono fatti in modo che il lato attivo sotto un polo sia sempre connesso con un lato attivo sotto un polo di nome opposto. I due lati attivi sono anche connessi a due lamelle del collettore (su cui scorrono le spazzole), a formare una spira. Gli avvolgimenti, formati dalle spire collegate tra loro possono essere di due tipi: serie (o ondulato) e embriacato (vedi figure 3). Generalmente, fatta eccezione per le macchine di piccola potenza, ogni cava accoglie due lati attivi, appartenenti a due spire diverse (avvolgimenti a doppio strato).

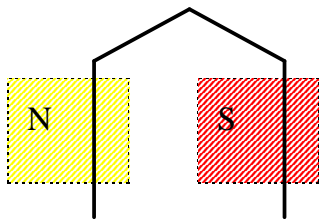


Figura 3.a - Ogni conduttore attivo sotto un polo viene sempre collegato, mediante un tratto di connessione posteriore, ad un altro conduttore attivo sotto un polo di tipo opposto al primo.

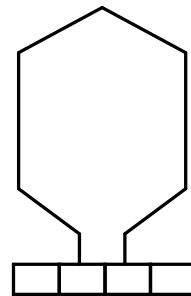


Figura 3.b - I due conduttori attivi sono collegati anteriormente a due lamelle di collettore, mediante le connessioni anteriori. Si ha così una spira.

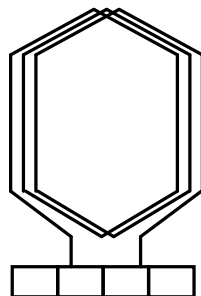


Figura 3.c - Si possono collegare più spire in serie tra loro (matassa): i due capi vengono collegati alle lamelle di collettore.

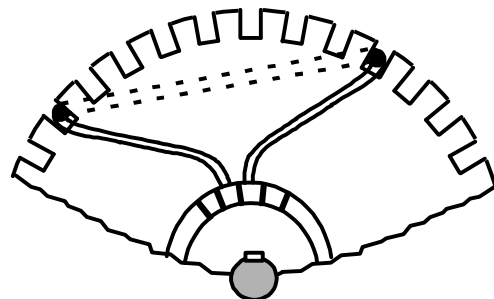


Figura 3.d - La spira (o la matassa) è posta nelle cave presenti sulla superficie del rotore.

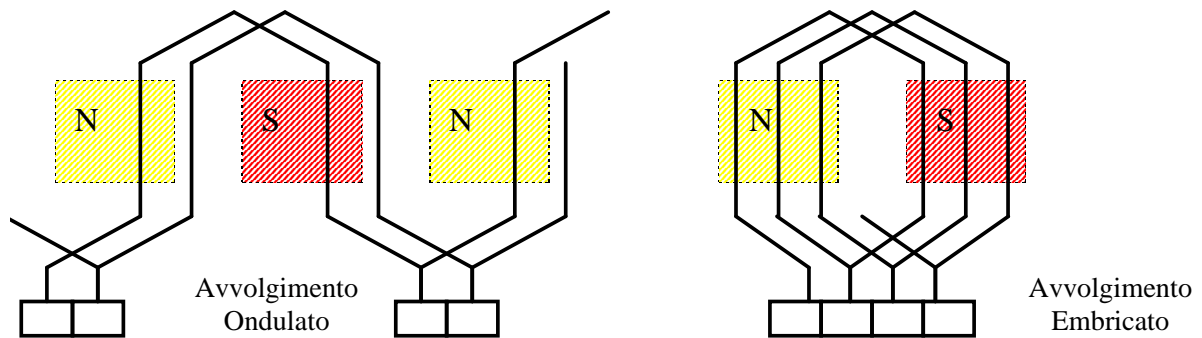


Figura 3.e – Per collegare fra loro le spire (o le matasse), si possono seguire i due sistemi indicati.

**Caratteristiche dell'avvolgimento Ondulato:**

1. Qualunque sia il numero di poli, sono necessarie solo due spazzole, una positiva ed una negativa.
2. Le due spazzole dividono l'avvolgimento chiuso in due vie interne in parallelo ( $a = 1$ ).
3. La tensione che si rende disponibile fra le spazzole corrisponde perciò a quella che si genera in metà dei conduttori indotti.
4. La corrente nel circuito esterno viene ripartita in parti uguali nelle due vie interne.
5. Le connessioni al collettore sono tali che partendo da una lamella e seguendo l'avvolgimento si arriva alla lamella vicina dopo aver fatto un giro completo intorno all'indotto.

**Caratteristiche dell'avvolgimento embricato:**

1. Ci sono tante spazzole quanti sono i poli, che si succedono con polarità alternate.
2. Le spazzole dividono l'avvolgimento in tante vie interne, in parallelo fra loro, quanti sono i poli ( $a = p$ ).
3. Le spazzole con la stessa polarità vengono collegate tra loro a costruire i due terminali di uscita.
4. La tensione che si rende disponibile tra i terminali è uguale a quella che si genera in ciascuna via interna.
5. La corrente nel circuito esterno viene ripartita in parti uguali in ogni via interna.
6. Le connessioni con il collettore sono tali che, partendo da una lamella e seguendo l'avvolgimento, si arriva alla lamella vicina avendo percorso una sola spira.

## 2. REAZIONE DI ARMATURA E COMMUTAZIONE DELLE SPIRE

Non si è finora parlato dell'effetto delle correnti che passano negli avvolgimenti di indotto. La distribuzione del campo di induzione magnetica è infatti influenzata dalle correnti di indotto, che a loro volta dipendono dal carico applicato alle spazzole. Si consideri la distribuzione del campo di induzione magnetica nel funzionamento a vuoto (vedi figura 4.a). In questo caso l'andamento dell'induzione magnetica è generato unicamente dalle correnti di eccitazione, dal momento che sono nulle le correnti di indotto. Quando invece le spazzole sono connesse ad un carico, le correnti nel circuito rotorico generano una forza magnetomotrice (f.m.m.) che va linearmente lungo il traferro.

Le correnti nel circuito d'indotto generano un campo di induzione magnetica, la cui distribuzione spaziale è mostrata in figura 4.b, e che viene indicato come campo prodotto dalla **reazione d'armatura**. Supponendo valida l'ipotesi di linearità del materiale, è lecito sommare il campo di induzione magnetica prodotto dai circuiti di eccitazione a quello generato dalla reazione dell'armatura, per ottenere il campo risultante illustrato in figura 4.c. È immediato verificare che la deformazione del campo prodotta dalla reazione di indotto provoca lo spostamento dell'asse neutro<sup>(\*)</sup>. (con conseguente peggioramento della commutazione) Dato che il campo di induzione prodotto dalla reazione di indotto è antisimmetrico rispetto all'asse delle espansioni polari, il flusso totale  $\Phi$  non viene modificato, e quindi rimane invariata la f.e.m. alle spazzole. Quindi, in ipotesi di linearità del mezzo, la tensione erogata dalla macchina risulta indipendente dal carico. In realtà, per la non linearità del ferro, il campo risultante al traferro non è uguale alla somma del campo di eccitazione e del campo di reazione. In particolare, a causa della saturazione del ferro, la diminuzione del campo di induzione sotto una metà del polo non è completamente compensata dall'aumento sotto l'altra metà. Questo provoca una diminuzione di flusso e quindi una diminuzione della f.e.m. a carico rispetto a quella a vuoto.

<sup>(\*)</sup> In corrispondenza del quale si verifica l'inversione della componente radiale del campo di induzione magnetica, ovvero dove il flusso concatenato alle spire dell'avvolgimento di indotto è massimo (o minimo).

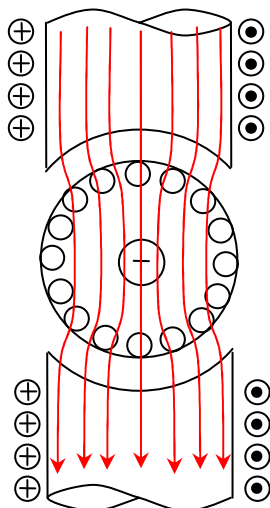


Figura 4.a  
CAMPO INDUTTORE

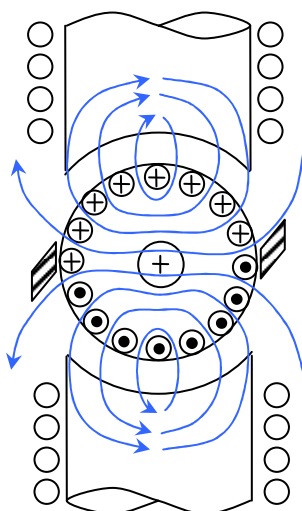


Figura 4.b  
CAMPO INDOTTO

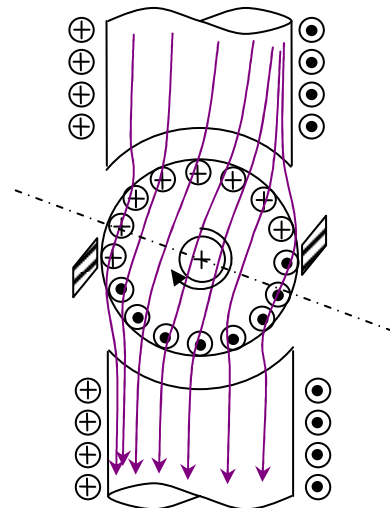
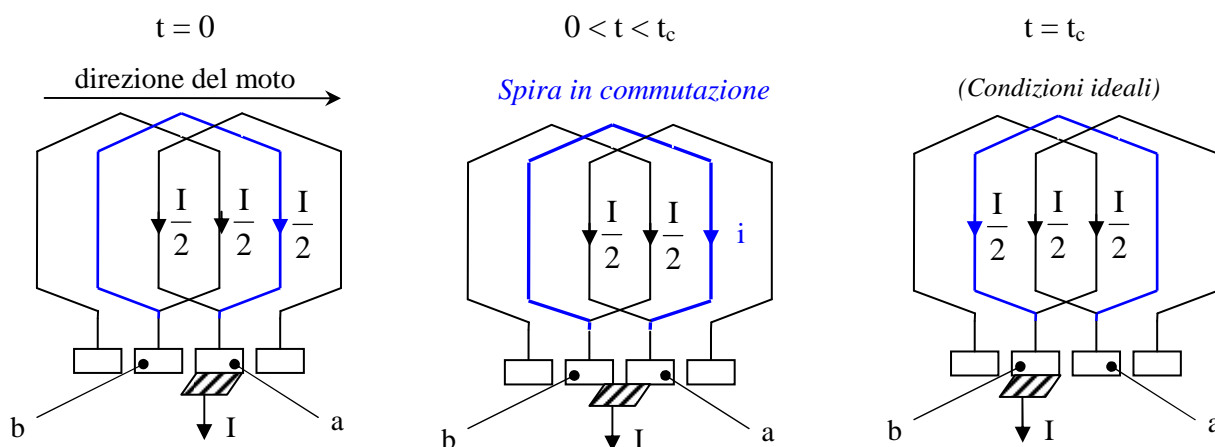


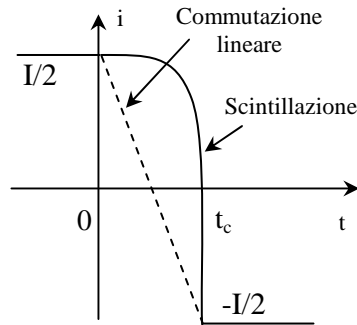
Figura 4.c  
CAMPO RISULTANTE

Viene definita **commutazione** il passaggio dei lati attivi di una spira da una via interna all'altra. Si consideri la figura 4.1, nella quale è illustrato schematicamente un indotto ad anello in prossimità di una delle spazzole. Se all'istante  $t = 0$  la spazzola è a contatto solo con la lamella "a" del collettore, la corrente  $I$  che viene raccolta dalla spazzola arriva in eguale misura dalle due spire a destra e a sinistra della lamella "a". Per effetto della rotazione del rotore, all'istante  $t = t_c$  (tempo di commutazione), la spazzola si viene a trovare a contatto unicamente con la lamella "b". Nell'intervallo di tempo  $0 < t < t_c$ , la spira rappresentata in figura con tratto più grosso è cortocircuitata, poiché la spazzola è a contatto con le due lamelle "a" e "b". La corrente  $i$  che percorre tale spira varia nel tempo, poiché deve passare da un valore  $I/2$  a  $-I/2$ .

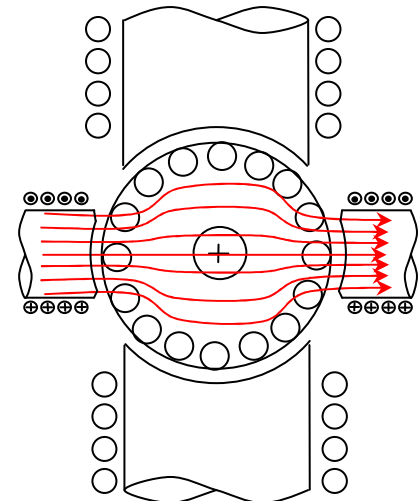
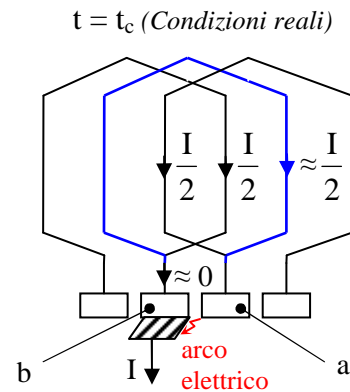


In condizioni ideali (resistenza della spira nulla, tensione indotta nulla, tensioni di contatto lamelle-spazzola costanti) la corrente  $i$  passerebbe da  $I/2$  a  $-I/2$  con legge lineare, e a tale andamento corrisponderebbe una densità di corrente uniforme sulla superficie di contatto tra spazzola e collettore. Una commutazione siffatta si dice lineare (o a densità di corrente costante). In realtà l'andamento della corrente  $i$  può discostarsi anche notevolmente da quello lineare (resistenza della spira non nulla, tensione indotta non nulla, tensioni di contatto variabili) come mostrato in figura. A

causa della tensione autoindotta<sup>(\*)</sup> sulla spira in commutazione, che si oppone all'inversione della corrente, si verifica un addensamento di corrente sulla superficie di contatto tra la spazzola e la lamella che viene abbandonata. Tale addensamento provoca una **scintillazione** (arco elettrico tra lamella e spazzola) che cresce al crescere della corrente I. La scintillazione provoca il deterioramento di spazzole e collettore (la macchina richiede quindi una manutenzione più frequente), rumore ed è causa di disturbi elettromagnetici.



Corrente nella spira in commutazione.



Disposizione dei poli ausiliari.

Modificando opportunamente l'andamento del campo di induzione è possibile migliorare la commutazione mantenendo le spazzole sull'asse neutro. A ciò si provvede mediante i **poli ausiliari** (o di commutazione) caratterizzati da un espansione molto ridotta rispetto a quella dei poli principali, e posti in corrispondenza dell'asse neutro (vedi figura a lato). I poli ausiliari sono eccitati mediante un avvolgimento posto in serie all'indotto. In tal modo, il moto della spira in commutazione sotto il polo ausiliario provoca una f.e.m. che è in grado di bilanciare la tensione autoindotta per qualsiasi condizione di carico. I poli ausiliari inoltre riducono l'effetto della reazione d'armatura nella zona interpolare, limitando lo spostamento dell'asse neutro<sup>(\*\*)</sup>.

### 3. EQUAZIONI INTERNE E CIRCUITO EQUIVALENTE

La figura 5.a mostra lo schema di principio di una macchina DC in cui sono rappresentati i circuiti di eccitazione (a sinistra) e di indotto (a destra). Le equazioni interne si scrivono immediatamente:

La (4.1) è la caratteristica tensione-corrente dell'avvolgimento di eccitazione (equivalente in regime DC ad un resistore di resistenza r) Nella (4.2), che è la caratteristica tensione-corrente dell'avvolgimento di indotto (di resistenza R), la f.e.m. indotta E, espressa dalla (3), è indicata con  $kn\Phi$ .

$$v = ri \quad (4.1)$$

$$kn\Phi = V + RI \quad (4.2)$$

$$N_e i = \mathcal{R}\Phi \quad (4.3)$$

La (4.3), che è l'equazione di accoppiamento magnetico, è scritta nell'ipotesi di trascurare la saturazione del ferro e coincide quindi con la legge di Hopkinson. È da notare che in essa non compare il

<sup>(\*)</sup> Lo spostamento dell'asse neutro generato dalla reazione di armatura ha un ulteriore effetto ritardante, generando una f.e.m. concorde con quella autoindotta.

<sup>(\*\*)</sup> In macchine di grossa potenza la distorsione di campo provocata dalla reazione d'armatura può essere ulteriormente modificata mediante l'adozione dei circuiti compensatori. Tali circuiti, disposti in cave ricavate nelle espansioni polari principali, sono in serie con i poli di commutazione e generano un campo di induzione con asse coincidente con l'asse neutro.

contributo relativo alla corrente  $I$  di indotto. Ciò si giustifica pensando che la corrente di indotto genera un campo magnetico (“reazione di armatura”) le cui linee di flusso danno però un contributo nullo al flusso uscente dal polo. Nel caso in cui si voglia tenere conto della saturazione il fenomeno della reazione di armatura si complica sensibilmente e si può dimostrare che, in questo caso, il flusso  $\Phi$  dipende in parte anche dalla corrente  $I$ .

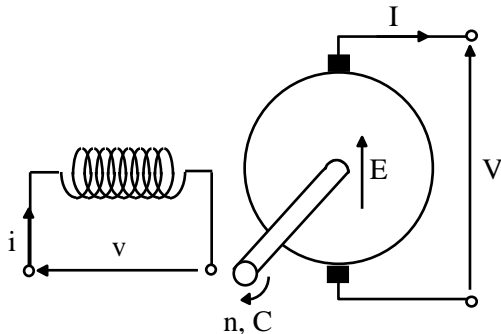


Figura 5.a - Schema di principio della macchina DC

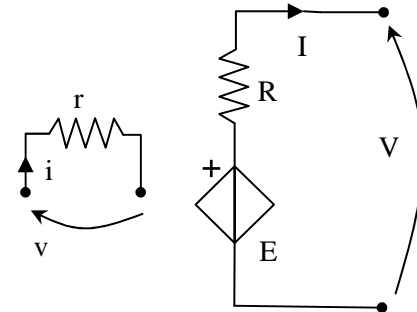


Figura 5.b - Circuito equivalente della macchina DC

La figura 5.b mostra il circuito equivalente ottenibile dalle equazioni interne. Si noti che il generatore di tensione presente nello schema è pilotato dalla corrente  $i$  in quanto, utilizzando la (4.3), si ha:  $E = kn\Phi = kn (N/\mathcal{R}) i$ .

#### 4. DINAMO (GENERATORE DC)

Si consideri una macchina a corrente continua funzionante come generatore (dinamo). Le equazioni interne che descrivono la macchina sono le (5.1-5.3). Queste costituiscono un sistema di tre equazioni in sei incognite. Per completare il sistema occorre fornire altre tre equazioni, che vengono dette equazioni esterne. Ad esempio, in caso di **eccitazione indipendente** (vedi figure 6), le equazioni esterne sono le (5.4-5.6)

$$v = ri \quad (5.1)$$

$$kn\Phi = V + RI \quad (5.2)$$

$$N_c i = \mathcal{R}\Phi \quad (5.3)$$

$$v = \text{cost.} \quad (5.4)$$

$$n = \text{cost.} \quad (5.5)$$

$$V = R_c I \quad (5.6)$$

Vengono fissate, nell'ordine, la tensione  $v$  ai terminali dell'avvolgimento di eccitazione, il numero di giri al minuto  $n$  del rotore e la caratteristica del carico elettrico ( $R_c$  è la resistenza di carico).

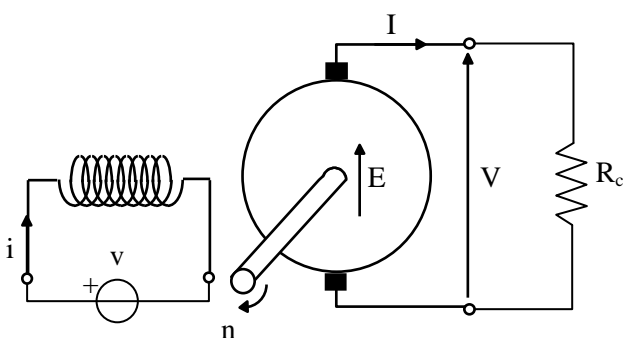


Figura 6.a - Schema di principio della dinamo con eccitazione indipendente

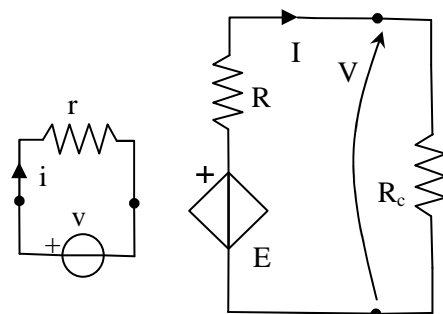


Figura 6.b - Circuito equivalente della dinamo con eccitazione indipendente

Assegnate  $v$  ed  $n$  (ad esempio con una cella elettrochimica ed un motore esterno), è possibile esprimere la tensione  $V$  in funzione della corrente  $I$ . Tale relazione viene detta caratteristica esterna della dinamo. La caratteristica esterna, come risulta dalla (5.2), è lineare. In realtà, per effetto della saturazione nel ferro, la caratteristica esterna si discosta da quella lineare. In figura 7 è rappresentata la caratteristica esterna teorica in assenza di saturazione e la caratteristica reale. Viene inoltre mostrata la retta di carico (o caratteristica dell'utilizzatore), la cui espressione è data dalla (5.6), che de-

scrive il comportamento del carico. Il punto di funzionamento della macchina è rappresentato graficamente dall'intersezione della caratteristica esterna con la retta di carico.

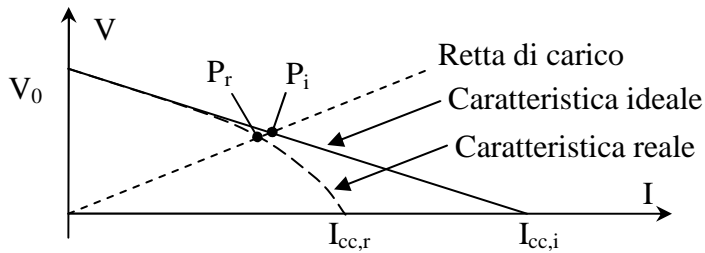


Figura 7. - Caratteristica esterna della dinamo e retta di carico.

$V_0$ : tensione a vuoto

$$V_0 = kn (N/\mathcal{R}) (v/r)$$

$I_{cc,i}$ : corrente di corto circuito ideale

$$I_{cc,i} = V_0/R$$

$I_{cc,r}$ : corrente di corto circuito reale

$P_i$ : punto di funzionamento ideale

$P_r$ : punto di funzionamento reale

È possibile anche alimentare il circuito di eccitazione collegandolo opportunamente alle spazzole. In figura 8.a è mostrata una dinamo con **eccitazione in parallelo**, dove cioè i circuiti di rotore e di statore sono disposti in parallelo. La resistenza  $R_e$  rappresenta il reostato di eccitazione, con il quale è possibile regolare il flusso (e cambiare il punto di lavoro). Le equazioni interne sono immutate (a parte la sostituzione di  $r$  con  $r + R_e$ ). Le equazioni esterne (5.5-6) sono le stesse mentre l'equazione esterna (5.4) deve essere sostituita con la condizione  $v = V$ .

L'avviamento di una dinamo autoeccitata in parallelo è possibile grazie alla presenza della induzione residua sempre presente nel ferro che costituisce lo statore della macchina, e può essere qualitativamente descritta come segue:

- La rotazione dell'albero provoca un movimento delle spire dell'indotto nelle linee di campo d'induzione residua. Si genera quindi una f.e.m. alle spazzole  $E$ .
- La f.e.m. alle spazzole provoca una corrente  $i$  nell'avvolgimento eccitatore (e anche nel carico, se è presente). Il flusso generato da tale corrente, se il rotore gira nel verso opportuno, è concorde con il flusso residuo. Il flusso al traferro quindi aumenta.
- L'incremento del flusso causa un incremento della f.e.m. alle spazzole. Il ciclo si richiude al punto b), finché non si raggiunge il regime stazionario.

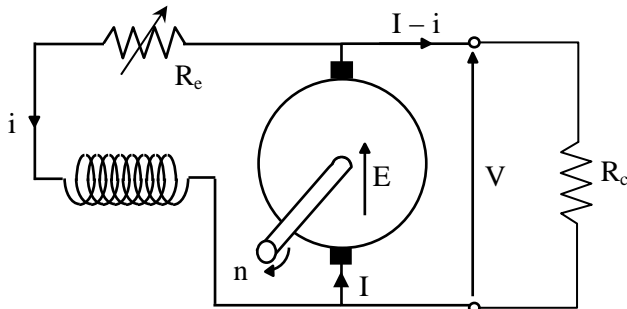


Figura 8.a - Schema di principio della dinamo con eccitazione in parallelo

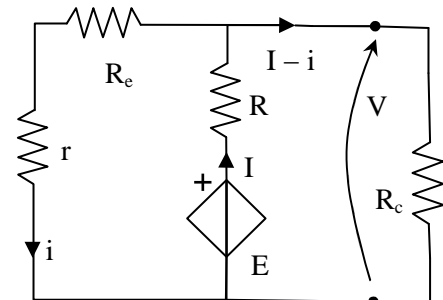


Figura 8.b - Circuito equivalente della dinamo con eccitazione in parallelo

Per determinare il punto di funzionamento a regime occorre risolvere il circuito equivalente mostrato in figura 8.b. Applicando le LKT alle due maglie definite dalle correnti  $i$  ed  $I$ , si ricava il sistema a lato.

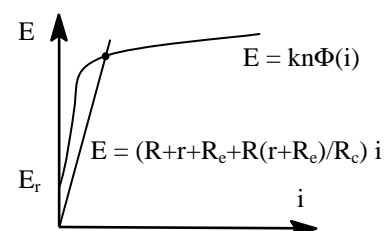
$$\begin{cases} 0 = R_c(I-i) - (r + R_e)i \\ 0 = -E + RI + R_c(I-i) \end{cases}$$

Dalla prima si ottiene:

$$I = (1 + (r + R_e)/R_c) i$$

Sostituendo nella seconda si ha quindi:

$$kn\Phi(i) = (R + r + R_e + R(r + R_e)/R_c) i \quad (6)$$





dove si è utilizzato  $E = kn\Phi(i)$ . A causa della saturazione nel ferro, il flusso è una funzione non lineare della corrente di eccitazione<sup>(\*)</sup>. La (6) può essere risolta graficamente come mostrato in figura. La  $E = kn\Phi(i)$  dipende da  $n$ , mentre la retta dipende da  $R_e$ . Appare chiaro quindi che il punto di lavoro, e dunque anche la tensione sul carico  $V = R_c (I - i) = (r + R_e) i$ , può essere regolato agendo sul numero di giri o sul reostato di eccitazione.

## 5. MOTORI DC

Lo schema di un motore DC con **eccitazione in parallelo** (o in **derivazione**) è mostrato in figura 9. I circuiti di statore e di rotore sono in parallelo tra loro, e sono in serie rispettivamente al reostato di eccitazione  $R_e$  ed il reostato di avviamento  $R_a$ . Le equazioni interne che descrivono la macchina sono le (7.1-2-3). Le equazioni esterne, che definiscono le condizioni con cui la macchina è collegata all'esterno, sono in questo caso le (7.4-5-6). In particolare la (7.6) esprime l'equilibrio tra coppia motrice (elettromagnetica) e coppia resistente  $C_r$  in condizioni stazionarie.

$$v = (r + R_e) i \quad (7.1)$$

$$V = kn\Phi + (R + R_a) I \quad (7.2)$$

$$N_e i = \mathcal{R} \Phi \quad (7.3)$$

$$v = V \quad (7.4)$$

$$V = \text{cost.} \quad (7.5)$$

$$C = C_r \quad (7.6)$$

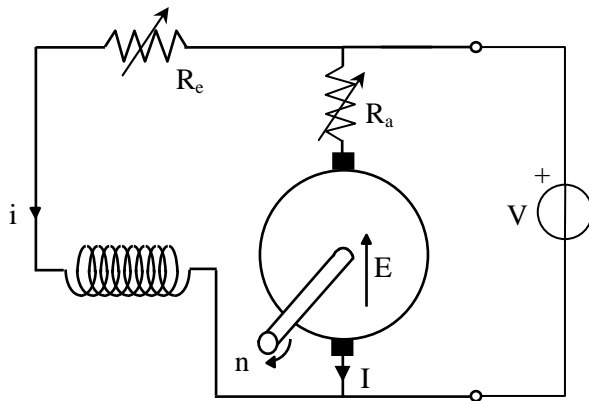


Figura 9.a - Schema di principio del motore DC con eccitazione in parallelo

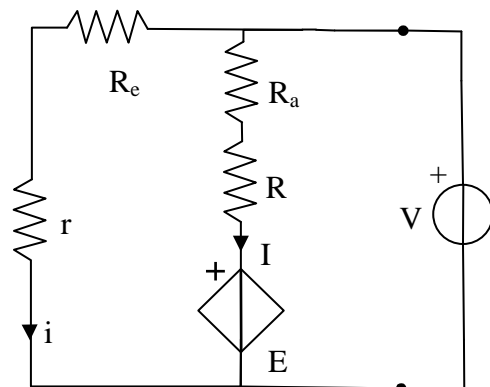


Figura 9.b - Circuito equivalente del motore DC con eccitazione in parallelo

Per ottenere l'espressione della **coppia** in un motore DC (comunque sia collegato il circuito di eccitazione) si consideri il seguente bilancio di potenza, ottenuto moltiplicando la (7.1) per  $i$ , la (7.2) per  $I$  e sommando:

$$\underbrace{VI + vi}_{\text{Potenza elettrica assorbita}} = \underbrace{kn\Phi I}_{\text{Potenza meccanica erogata}} + \underbrace{(R + R_a)I^2 + (r + R_e)i^2}_{\text{Potenza dissipata}}$$

Il termine a destra e il secondo termine a sinistra sono rispettivamente la potenza elettrica assorbita dalle due coppie di terminali (avvolgimenti di eccitazione e di indotto) e la potenza dissipata per conduzione nei resistori. Quindi affinché il bilancio di potenza (Potenza elettrica assorbita = Potenza meccanica erogata + Potenza dissipata) sia soddisfatto, il primo termine a sinistra deve essere la potenza meccanica erogata all'albero:  $P_{\text{mecc}} = EI = kn\Phi I$ . La coppia motrice  $C$  si deduce quindi tramite la relazione  $C = P_{\text{mecc}}/\omega_m = kn\Phi I/(2\pi n/60) = (60k/2\pi)\Phi I$ :

$$C = k_c \Phi I \quad (8)$$

avendo posto  $k_c = 60k/2\pi$ , che è la costante di coppia della macchina (Se si utilizza la velocità angolare di rotazione del rotore invece del numero di giri al minuto si ha una sola costante di macchina; Infatti definire  $E = K\omega_m\Phi$  implica  $P_{\text{mecc}} = K\omega_m\Phi I$  e quindi  $C = K\Phi I$ ).

<sup>(\*)</sup> Si noti che per ottenere una soluzione non nulla è necessario che sia  $\Phi(i=0) \neq 0$ , a cui corrisponde  $E_r = E(i=0) = kn\Phi_r \neq 0$ . Altrimenti, se  $E = 0$ , si ha  $i = I = 0$ . La curva  $\Phi = \Phi(i)$  si ottiene dalla legge di Ampère applicata al circuito magnetico:  $N_e i = \psi_{Fe}(\Phi) + \mathcal{R}_0 \Phi$ . La curva  $\psi = \psi_{Fe}(\Phi)$  è data dalla caratteristica di magnetizzazione del ferro tramite un cambio di scala (moltiplicando il campo magnetico per  $l_{Fe}$  e il campo di induzione per  $S_{Fe}$ );  $\mathcal{R}_0$  è la riluttanza dei traferri.

Fissata  $V$ , tramite la (7.1) è nota  $i$ , e dalla (7.3) si ricava  $\Phi$ . Dalla (7.2) si ottiene quindi la relazione tra la corrente di indotto  $I$  ed il numero di giri  $n$ , detta **caratteristica elettromeccanica**:  $I = (V - kn\Phi)/(R + R_a)$ . Posto  $n_0 = V/k\Phi$ , numero di giri a vuoto ed  $I_{sp} = V/(R + R_a)$ , corrente allo spunto (o all'avviamento, cioè per  $n = 0$ ), si ha quindi:

$$I = I_{sp} \left( 1 - \frac{n}{n_0} \right) \quad (9)$$

La caratteristica elettromeccanica è quindi una retta la cui pendenza può essere variata agendo sul reostato di avviamento o sul flusso, tramite il reostato di eccitazione.

La relazione coppia - numero di giri viene detta **caratteristica meccanica**. Posto  $C_{sp} = k_c\Phi I_{sp}$ , coppia di spunto (o all'avviamento, cioè per  $n = 0$ ), si ha quindi:

$$C = C_{sp} \left( 1 - \frac{n}{n_0} \right) \quad (10)$$

L'andamento della caratteristica meccanica è mostrato in figura 11, insieme alla coppia resistente. Il numero di giri massimo ( $n = n_0$ ) viene raggiunto quando la coppia si annulla (da cui il nome di **numero di giri a vuoto**). Il punto di funzionamento della macchina è dato dalla intersezione tra le due curve ( $C = C_r$ ). Variando il flusso tramite  $R_e$  è quindi possibile controllare la velocità dell'albero.

Il reostato di avviamento  $R_a$  è utilizzato per limitare la corrente di spunto  $I_{sp}$ . Al crescere della velocità angolare del motore, cresce la tensione indotta, che limita essa stessa la corrente di indotto. Si provvede quindi a disinserire gradualmente il reostato fino ad annullare il valore di  $R_a$  a regime. Il transitorio si esaurisce quando la coppia motrice è pari alla coppia resistente, ed il reostato è completamente disinserito.

Il rendimento del motore è dato dal rapporto tra la potenza  $Ei$  ceduta all'albero e la potenza  $V(I+i)$  assorbita dalla rete di alimentazione:

$$\eta = EI / V(I + i) = (E/V)I/(I + i)$$

Dalle (7.1) e (7.2) si ha  $i = V/(R_e + r)$  ed  $I = (V - E)/(R_a + R)$ . Sostituendole e sostituendo inoltre le due relazioni  $E = kn\Phi$  ed  $V = kn_0\Phi$ , si ha:

$$\eta = (n/n_0) (1 - n/n_0)/(m + 1 - n/n_0)$$

dove  $m = (R_a + R)/(R_e + r)$ . È evidente che i rendimenti maggiori si hanno se la macchina è vicina al funzionamento a vuoto ( $n \cong n_0$ ) ed  $m \ll 1$  (quando cioè la resistenza del circuito di eccitazione è molto maggiore di quella del circuito di indotto).

La sostituzione dell'avvolgimento di eccitazione con magneti permanenti (a parità di flusso) è una scelta costruttiva piuttosto comune nei motori DC. Il vantaggio principale è legato alla maggiore semplicità di realizzazione ed al maggior rendimento (sono assenti le perdite nell'avvolgimento di eccitazione). Lo svantaggio è che si perde la possibilità di variare il flusso agendo sulla corrente di eccitazione e quindi la macchina è meno controllabile.

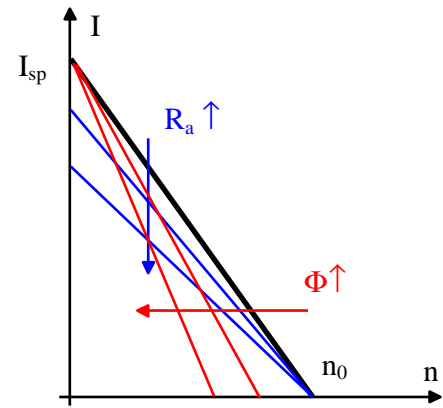


Figura 10 - Caratteristica elettromeccanica del motore DC con eccitazione parallelo

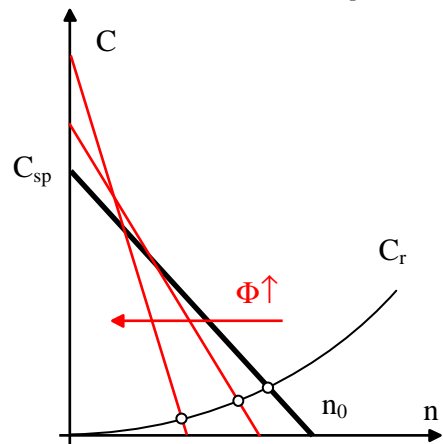
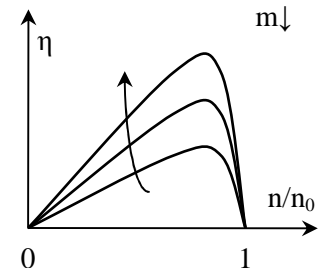


Figura 11 - Caratteristica meccanica del motore DC con eccitazione parallelo



Le equazioni che descrivono la macchina sono definite a lato. Su di esse si possono fare le medesime considerazioni già viste per il motore DC con eccitazione in parallelo. In particolare, le caratteristiche meccanica ed elettromeccanica sono lineari.

$$\begin{aligned} V &= kn\Phi + (R + R_a) I \\ \Phi &= \text{cost.} \\ V &= \text{cost.} \\ C &= C_r \end{aligned}$$

In figura 12.a è mostrato lo schema un motore DC con **eccitazione in serie**, dove cioè i circuiti di rotore e di statore sono disposti in serie ( $i = I$ ). La resistenza  $R_a$  rappresenta il reostato di avviamento. Le equazioni interne che descrivono la macchina sono le (11.1-2). Le equazioni esterne, che definiscono le condizioni con cui la macchina è collegata all'esterno, sono in questo caso le (11.3-4).

$$V = kn\Phi + (r + R + R_a) I \quad (11.1)$$

$$N_e I = \mathcal{R} \Phi \quad (11.2)$$

$$V = \text{cost.} \quad (11.3)$$

$$C = C_r \quad (11.4)$$

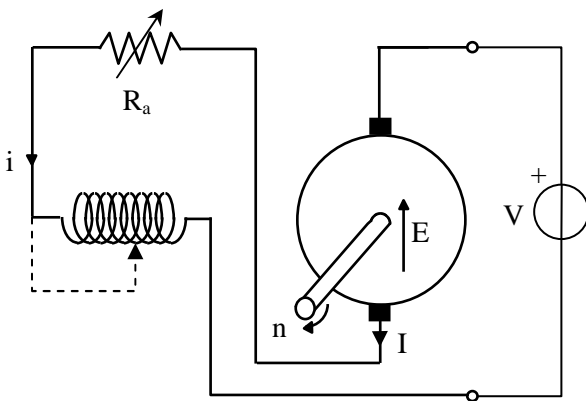


Figura 12.a - Schema di principio del motore DC con eccitazione in serie

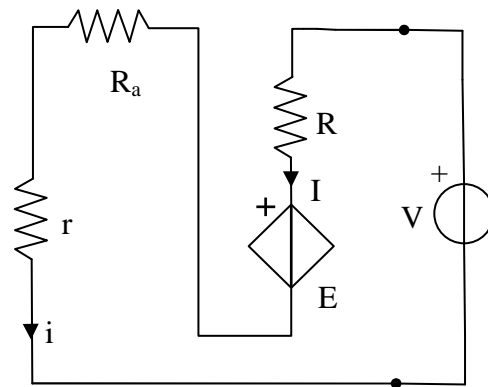


Figura 12.b - Circuito equivalente del motore DC con eccitazione in serie

Ricavando  $\Phi$  dalla (11.2) e sostituendo nella (11.1) si deduce quindi la corrente  $I$ . Sostituendo  $\Phi$  ed  $I$  nella (8) si ottiene la coppia. Le equazioni delle caratteristiche elettromeccanica e meccanica sono quindi:

$$I = \frac{V}{r + R + R_a + knN_e/\mathcal{R}} \quad (12)$$

$$C = \frac{k_c N_e}{\mathcal{R}} \frac{V^2}{[r + R + R_a + knN_e/\mathcal{R}]^2} \quad (13)$$

La corrente allo spunto ( $n = 0$ ) è quindi  $I_{sp} = V/(r + R + R_a)$ , e la coppia di spunto è data da  $C_{sp} = k_c N_e I_{sp}^2/\mathcal{R}$ .

Gli andamenti delle caratteristiche elettromeccanica e meccanica sono mostrati nelle figure 13 e 14. Il reostato di avviamento  $R_a$  è necessario per limitare la corrente di spunto, analogamente a quanto visto per il motore eccitato in derivazione.

Il punto di funzionamento della macchina è dato dall'intersezione tra la caratteristica meccanica e la coppia resistente  $C_r$ . In condizioni di regime il reostato viene disinnescato. In teoria il numero di giri a vuoto (cioè con coppia resistente nulla) è infinito. È quindi necessario prendere qualche precauzione affinché il motore non si danneggi qualora accidentalmente funzioni con coppia resistente molto bassa.

È possibile inoltre regolare la velocità e la coppia della

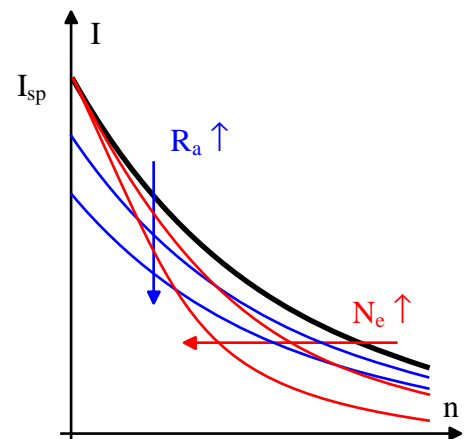


Figura 13 - Caratteristica elettromeccanica del motore DC con eccitazione in serie

macchina variando il flusso. Tale variazione si può ottenere variando, mediante un opportuno selettore, il numero di spire del circuito di eccitazione (un contatto mobile può cortocircuitare parte delle spire di eccitazione, come mostrato in figura 12.a). Si può agire anche su un reostato posto in parallelo al circuito di eccitazione (se si accetta la corrispondente riduzione del rendimento).

Per quanto riguarda il rendimento si ha:

$$\eta = EI/VI = kn\Phi / (kn\Phi + (r + R + R_a)I)$$

e sostituendo  $\Phi = N_e I / \mathcal{R}$ , si ottiene:

$$\eta = 1 / (1 + (r + R + R_a)\mathcal{R} / (knN_e))$$

È evidente quindi che si hanno rendimenti crescenti al crescere del numero di giri.

I motori DC con eccitazione serie possono funzionare anche in regime AC (**motori universali**). Infatti le equazioni (11) possono essere utilizzate anche in AC (è sufficiente introdurre i fasori di  $V$ ,  $\Phi$  ed  $I$  e sostituire le resistenze con impedenze:  $\underline{z} = r + jx$ ,  $\underline{Z} = R + jX$ ,  $\underline{Z}_a = R_a + jX_a$ ).

Per ottenere la coppia si consideri il seguente bilancio di potenza complessa, ottenuto moltiplicando la (14.1) per  $\underline{I}^*$ :  $\underline{V} \underline{I}^* = kn\Phi \underline{I}^* + (\underline{z} + \underline{Z} + \underline{Z}_a) |\underline{I}|^2$ . Sostituendo il flusso dalla (14.2) e considerando la

$$\underline{V} \underline{I}^* \cos \varphi = \underbrace{knN_e |\underline{I}|^2 / \mathcal{R}}_{\text{Potenza meccanica erogata}} + \underbrace{(r + R + R_a) |\underline{I}|^2}_{\text{Potenza dissipata}}$$

Potenza attiva assorbita

La coppia motrice  $C$  si deduce quindi tramite la relazione  $C = P_{mecc} / \omega_m = k_c N_e |\underline{I}|^2 / \mathcal{R}$ .

Sulle equazioni (14.1-4) si possono fare le medesime considerazioni già viste per il motore DC con eccitazione in serie. In particolare, le caratteristiche meccanica ed elettromeccanica sono simili a sono quelle mostrate nelle figure 13 e 14. Il principale vantaggio di questo tipo di motori AC è che la velocità di rotazione dell'albero non è legata alla frequenza della tensione di alimentazione, come avviene nei motori asincroni (e sincroni).

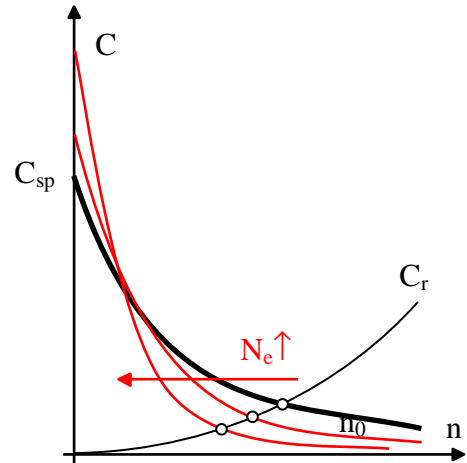


Figura 14 - Caratteristica meccanica del motore DC con eccitazione in serie

$$\underline{V} = kn\Phi + (\underline{z} + \underline{Z} + \underline{Z}_a) \underline{I} \quad (14.1)$$

$$N_e \underline{I} = \mathcal{R} \Phi \quad (14.2)$$

$$|\underline{V}| = \text{cost.}, f = \text{cost.} \quad (14.3)$$

$$C = C_r \quad (14.4)$$

$$|\underline{I}| = \frac{|\underline{V}|}{|\underline{z} + \underline{Z} + \underline{Z}_a + knN_e / \mathcal{R}|}$$

$$C = \frac{k_c N_e}{\mathcal{R}} \frac{|\underline{V}|^2}{|\underline{z} + \underline{Z} + \underline{Z}_a + knN_e / \mathcal{R}|^2}$$