ELETTROMAGNETISMO

1. Richiami sulle definizioni delle grandezze fondamentali

Forza esercitata su una carica puntiforme in moto nel vuoto (Forza di Lorentz)

$$\mathbf{F} = \mathrm{q}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{1.1}$$

dove:
F = forza che si esercita sulla carica puntiforme (N);
q = carica elettrica (C);
v = velocità (m/s);
E = campo elettrico (V/m);
B = induzione magnetica (T).

La funzione vettoriale **E** che esprime il campo elettrico viene definita in base alla forza **F** agente su una carica puntiforme (carica di prova, q_p) collocata nel punto in esame e *ferma* rispetto all'osservatore in un riferimento inerziale[(o)]. Per tale definizione operativa si richiede che la carica di prova non influenzi, con la sua presenza, le sorgenti del campo. In tali condizioni il campo elettrico **E** è definito dal rapporto $\mathbf{F}/q_p$ e l'esperienza mostra che esso è indipendente dal valore e dal segno della carica di prova. Così definito in termini del tutto generali, il vettore **E** appare descrittivo dello stato del sistema nel punto considerato.

Come mostrato dalla (1.1), una carica puntiforme q in moto con una velocità **v** rispetto all'osservatore è sottoposta ad una forza che, oltre al termine q**E**, contiene il termine mozionale $q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$, di interazione tra la velocità della carica e l'induzione magnetica **B** (forza che è ortogonale a **v** e che dunque non compie lavoro) Tale termine viene assunto come definizione operativa di **B** nel punto "attraversato" dalla carica q nell'istante considerato con la velocità **v** rispetto all'osservatore in un riferimento inerziale (tale definizione si affianca a quella che coinvolge il momento amperiano puntiforme di prova, che permette di fare misure statiche ma necessita di una attenta definizione di "momento di dipolo magnetico"). Si noti tuttavia che, in linea di principio, la conoscenza del termine $q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ non permette di determinare la componente di **B** parallela a **v**, il che implica necessariamente che per la determinazione di **B** è necessaria almeno una coppia di misure nello stesso punto, ma con velocità vettorialmente diverse. Inoltre, come per la misura del campo elettrico, tale definizione operativa richiede che la carica di prova non influenzi, con la sua presenza, le sorgenti del campo.

Definizione del vettore polarizzazione elettrica

Da un punto di vista macroscopico e strettamente fenomenologico – che tiene conto solo degli effetti prodotti e non delle cause che li hanno prodotti – <u>l'azione di un campo elettrico **E** su un materiale non conduttore può essere descritta</u> dicendo che ogni volumetto di materia, quando è sottoposto al campo **E**, diviene sede di un dipolo elettrico[(1)] con momento infinitesimo d**p**, proporzionale

---

[(o)] La formulazione dell'elettromagnetismo è appunto concepita nell'ambito dei *Sistemi di riferimento inerziali* (o *galileiani*); si tratta dei sistemi per i quali è verificato il principio di inerzia (la conservazione dello stato di quiete o di moto di un corpo non soggetto a forze). Tali sono tradizionalmente considerati i sistemi in quiete rispetto alle stelle fisse e, in pratica, anche quelli ancorati ai laboratori terrestri. Si ricorda che *è inerziale ogni sistema in moto traslatorio uniforme rispetto ad un sistema inerziale* e, più in generale, che *tutte le leggi della fisica* (e quindi anche quelle dell'elettromagnetismo) *sono invarianti rispetto alla totalità dei sistemi inerziali*. In questo principio si inquadra l'*invarianza della velocità della luce nel vuoto* rispetto a tutti i sistemi inerziali.

al volume dτ occupato dal volumetto. Così lo stato della materia polarizzata può essere caratterizzato punto per punto per mezzo della grandezza vettoriale **intensità di polarizzazione elettrica**:

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V} \tag{1.2}$$

dove :
$\mathbf{P}$ = polarizzazione elettrica del mezzo (C/m^2); $\Delta\mathbf{p}$ = momento di dipolo elettrico (C·m); ΔV = volume (m^3).

Il passaggio al limite va effettuato con volumi sufficientemente piccoli da poter trascurare le variazioni delle grandezze nella regione dello spazio considerata, ma allo stesso tempo sufficientemente grandi da contenere un numero elevato di atomi, tale da poter trascurare le fluttuazioni delle grandezze su scala atomica.

Definizione del vettore magnetizzazione

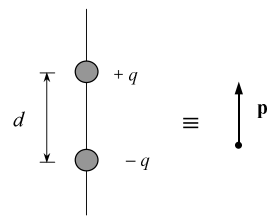
Da un punto di vista macroscopico e strettamente fenomenologico l'azione sulla materia di un campo di induzione magnetica **B** può essere descritta dicendo che ogni volumetto dτ di materia, quando è sottoposto all'azione del campo **B**, diviene sede di un dipolo magnetico[2] con momento infinitesimo d**m**, proporzionale a dτ. Così lo stato della materia magnetizzata può essere caratterizzato punto per punto per mezzo della grandezza vettoriale intensità di polarizzazione magnetica (**magnetizzazione**):

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \mathbf{m}}{\Delta V} \tag{1.3}$$

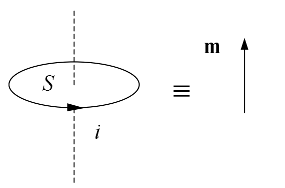
dove:
$\mathbf{M}$ = magnetizzazione del mezzo (A/m); $\Delta\mathbf{m}$ = momento di dipolo magnetico (A·m^2); ΔV = volume (m^3).

---

[1] Si consideri il sistema costituito da due cariche puntiformi di valore opposto, $+q$ e $-q$, situate nel vuoto ad una distanza d, e si supponga di avvicinarle progressivamente fra loro, aumentandone contemporaneamente il valore assoluto, in modo che il prodotto qd non cambi. Più precisamente, si consideri il limite al quale tende tale sistema quando d e q tendono rispettivamente a 0 e a $+\infty$, in modo tale che il prodotto qd tenda ad una quantità m_e finita e non nulla. Il sistema che si ottiene facendo questo limite si chiama **dipolo elettrico**. Per caratterizzare un dipolo elettrico occorre individuare: 1) la *direzione* della retta sulla quale sono poste le due cariche puntiformi opposte; 2) il *verso* (da quella negativa a quella positiva) secondo il quale le cariche sono disposte; 3) il *valore p* al quale tende il prodotto qd. Occorre perciò una grandezza vettoriale **p** che si chiama **momento del dipolo elettrico**.



[2] Si consideri (Figura. 2) il sistema costituito da una corrente i che percorre una spira circolare: sia S l'area della superficie circondata dalla spira. Si supponga di diminuire progressivamente S aumentando contemporaneamente i, in modo che il prodotto iS non cambi. Più precisamente si consideri il limite al quale tende tale sistema quando S e i tendono rispettivamente a 0 e a $+\infty$, in modo tale che il prodotto iS tenda ad una quantità m_m finita e non nulla. Il sistema che si ottiene facendo questo limite si chiama **dipolo magnetico**. Per caratterizzare un dipolo magnetico occorre individuare: 1) la giacitura del piano della spira, e ciò può farsi assegnando la *direzione* della normale al piano; 2) il *verso* della corrente i nella spira, e ciò può farsi assegnando un verso sulla direzione precedente: quello destrogiro rispetto al verso della corrente i; 3) il *valore m* al quale tende il prodotto iS. Occorre perciò una grandezza vettoriale **m** che si chiamerà **momento del dipolo magnetico**.



Definizione del vettore spostamento elettrico e del vettore campo magnetico

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{1.4}$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \tag{1.5}$$

dove:
D = spostamento elettrico (C/m^2); **H** = campo magnetico (A/m); ε_0 = costante dielettrica del vuoto ($8.854\ 10^{-12}$ F/m); μ_0 = permeabilità magnetica del vuoto ($4\pi\ 10^{-7}$ H/m $\cong 1.256\ 10^{-6}$ H/m).

Spesso è possibile supporre che la polarizzazione elettrica sia proporzionale al campo elettrico e che la magnetizzazione sia proporzionale al campo magnetico (mezzo omogeneo isotropo):

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} \tag{1.6}$$

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \tag{1.7}$$

dove χ_e, χ_m sono rispettivamente la suscettività elettrica e magnetica. In questo caso è possibile riscrivere le (1.4)-(1.5) come segue:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \tag{1.8}$$

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ = costante dielettrica relativa;
$\varepsilon = \varepsilon_r\, \varepsilon_0$ = costante dielettrica (del mezzo)

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H} \tag{1.9}$$

$\mu_r = 1 + \chi_m$ = permeabilità magnetica relativa;
$\mu = \mu_r\, \mu_0$ = permeabilità magnetica (del mezzo)

Definizione di densità volumetrica di carica elettrica

Si consideri un punto P dello spazio ed un elemento di volume V centrato in P.

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} \tag{1.10}$$

dove:
ρ = densità volumetrica di carica elettrica nel punto P (C/m^3); ΔQ = carica elettrica presente in V (C); ΔV = volume di V (m^3).

Definizione di densità di corrente elettrica

Si consideri un punto P dello spazio ed una superficie piana passante per P.

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = \lim_{\Delta S \to 0} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S \Delta t} \tag{1.12}$$

dove:
J = densità volumetrica di corrente elettrica nel punto P (A/m^2); **n** = versore normale alla superficie nel punto P; ΔS = area dell'elemento di superficie considerato centrato in P (m^2); ΔQ = carica elettrica che ha attraversato l'elemento di superficie nel verso individuato da **n** (C); Δt = intervallo di tempo considerato (s).

2. LE EQUAZIONI FONDAMENTALI DELL'ELETTROMAGNETISMO

Equazioni di Maxwell in forma locale

Sono riportate qui di seguito le due equazioni di Maxwell in forma locale:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{2.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.2}$$

alle quali viene associata l'equazione di continuità:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{2.3}$$

dove **E** è il vettore **campo elettrico**, **D** il vettore **induzione elettrica**, **H** il vettore **campo magnetico**, **B** il vettore **induzione magnetica**, **J** la **densità di corrente** e ρ la **densità volumetrica di carica**.

Il problema elettrodinamico è ulteriormente definito introducendo le **equazioni di legame materiale**:

$$\mathbf{D} = f_1(\mathbf{E})$$

$$\mathbf{B} = f_2(\mathbf{H})$$

$$\mathbf{J} = f_3(\mathbf{E}, \mathbf{E}_i)$$

Quando è possibile assumere l'ipotesi di **mezzo omogeneo** (indipendenza dalla posizione)**, isotropo** (indipendenza dalla direzione) **e lineare**, come ad esempio nel vuoto, le **equazioni di legame materiale** vengono riscritte come segue:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\, \mathbf{E} \tag{2.4}$$

$$\mathbf{B} = \mu\, \mathbf{H} \tag{2.5}$$

$$\mathbf{J} = \sigma\,(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i) \tag{2.6}$$

dove ε, μ e σ sono rispettivamente la **permittività dielettrica** (o, **costante dielettrica**), la **permeabilità magnetica** e la **conducibilità elettrica** del mezzo considerato. La (2.6) è detta **legge di Ohm in forma locale**. Il vettore $\mathbf{E}_i$ che vi compare è detto campo elettrico impresso. Tale vettore non conservativo è essenziale al fine di ottenere una circolazione di corrente. Esso ha le dimensioni di un campo elettrico (V/m): esercita azioni di forza sulle cariche elettriche ma non deve considerarsi un campo elettrico in quanto la sua natura è legata a fenomeni non elettrici. Senza entrare nel dettaglio, si ricorda che esistono numerosi fenomeni di varia natura (chimica, termica, meccanica) che causano azioni di forza sulle cariche elettriche. I dispositivi entro cui hanno sede i fenomeni suddetti, sono denominati "generatori elettrici".

Applicando l'operatore divergenza alla (2.1), e ricordando la solenoidalità del rotore si ottiene:

$$\nabla \cdot \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0 \tag{2.7}$$

che, combinata con l'equazione di continuità (2.3), fornisce :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \mathbf{D} - \rho) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \nabla \cdot \mathbf{D} - \rho = \text{cost.}$$

Ipotizzando che sia esistito un istante in cui in ogni punto dello spazio considerato si sia avverata una situazione in cui **D** = 0 e ρ =0, la costante è identicamente nulla. Si ottiene quindi la **legge di Gauss** in forma locale:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \tag{2.8}$$

Analogamente, applicando l'operatore divergenza ad ambo i membri della (2.2) si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = \text{cost.}$$

Ipotizzando che sia esistito un istante in cui il campo di induzione magnetica sia stato ovunque nullo, si ottiene infine:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{2.9}$$

*Il campo **B** è quindi solenoidale, e le sue linee di forza si richiudono sempre su se stesse.*

EQUAZIONI DI MAXWELL IN FORMA INTEGRALE

Integrando ambo i membri della (2.1) su una superficie S avente come contorno la curva chiusa Γ ed applicando il teorema di Stokes si ottiene:

$$\int_S \nabla \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dS = \oint_\Gamma \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i_c = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot \mathbf{n} dS \tag{2.10}$$

dove con i_c si è indicata la corrente totale concatenata(o), somma della corrente di conduzione e della corrente di spostamento.

La (2.10) esprime la legge della circuitazione magnetica, nota anche come **legge di Ampére - Maxwell**: *la circuitazione del vettore campo magnetico lungo una linea chiusa qualsiasi è pari alla corrente totale concatenata con tale linea.* Si noti che è corretto parlare di corrente concatenata i_c, poiché, per la (2.7), la quantità **J**+∂**D**/∂t è solenoidale. La corrente concatenata i_c non dipende quindi dalla superficie S, ma solo dalla curva Γ su cui tale superficie si appoggia. Non è così, in generale, per le correnti di conduzione e di spostamento prese separatamente.

Analogamente, integrando ambo i membri della (2.2) su una superficie S avente come contorno la linea chiusa Γ ed applicando il teorema di Stokes si ottiene:

(o) Si intende per corrente "concatenata" con una data linea Γ, l'intensità della corrente che attraversa la superficie S, arbitrariamente scelta tra quelle il cui bordo è Γ; il verso di riferimento per il segno della corrente è quello del versore **n** associato al verso di percorrenza di Γ, secondo la convenzione destrogira (regola della mano destra).

$$\int_S \nabla\times\mathbf{E}\cdot\mathbf{n}dS=\oint_\Gamma \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=e=-\frac{d\Phi_c}{dt}=-\int_S\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\cdot\mathbf{n}dS=-\frac{d}{dt}\int_S\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}dS \tag{2.11}$$

dove Φ_c rappresenta il flusso del campo di induzione magnetica concatenato con la linea chiusa Γ. L'equazione (2.11) esprime la legge della **circuitazione elettrica**, altrimenti nota come **legge di Faraday - Neumann - Lenz**, fondamentale per lo studio dei fenomeni di induzione elettromagnetica: *ogni volta che il flusso di induzione magnetica concatenato con una linea chiusa qualsiasi varia nel tempo, si genera nella linea stessa una forza elettromotrice (f.e.m.) pari alla derivata temporale del flusso cambiata di segno.* Se la linea è conduttrice il senso della f.e.m. indotta è tale da creare una corrente che dà luogo ad un campo magnetico che tende ad opporsi alla variazione di flusso che ha originato la f.e.m. stessa.

Applicando il teorema della divergenza alla (2.8) si ottiene la **legge di Gauss** in forma integrale:

$$\int_\tau \nabla\cdot\mathbf{D}\,d\tau=\oint_S\mathbf{D}\cdot\mathbf{n}dS=\int_\tau\rho d\tau=Q \tag{2.12}$$

cioè: *il flusso del vettore di induzione elettrica attraverso una superficie chiusa qualsiasi è pari alla quantità di carica racchiusa in tale superficie.*

Allo stesso modo, dalla (2.9) si ottiene:

$$\int_\tau \nabla\cdot\mathbf{B}\,d\tau=\oint_S\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}dS=0 \tag{2.13}$$

Applicando il teorema della divergenza alla legge della conservazione della carica si ottiene:

$$i=\int_\tau \nabla\cdot\mathbf{J}\,d\tau=\oint_S\mathbf{J}\cdot\mathbf{n}dS=-\int_\tau\frac{\partial\rho}{\partial t}d\tau=-\frac{d}{dt}\int_\tau\rho d\tau=-\frac{dQ}{dt} \tag{2.14}$$

cioè: *il flusso del vettore densità di corrente uscente da una superficie chiusa qualsiasi è pari alla variazione di carica nell'unità di tempo nel volume racchiuso da tale superficie.*

A completare il quadro si aggiunge la **legge di Lorentz**:

$$\mathbf{F}=q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}) \tag{2.15}$$

esprimente la forza che agisce su una carica q in moto in un campo elettromagnetico con velocità **v**. La (2.15) può essere riferita all'unità di volume, caratterizzata dalla densità di carica ρ e dalla densità di corrente **J**:

$$\mathbf{f}=\rho\mathbf{E}+\mathbf{J}\times\mathbf{B} \tag{2.16}$$

TEOREMA DI POYNTING

Il teorema di Poynting rappresenta il bilancio energetico fondamentale dell'elettromagnetismo, fornendo un espressione che descrive la conservazione dell'energia nei sistemi elettromagnetici. Moltiplicando scalarmente per **E** la (2.1) e per **H** la (2.2), e sottraendo membro a membro si ha:

$$\mathbf{E}\cdot\nabla\times\mathbf{H}-\mathbf{H}\cdot\nabla\times\mathbf{E}=\mathbf{H}\cdot\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}+\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}+\mathbf{E}\cdot\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \tag{2.17}$$

Utilizzando l'identità vettoriale:

$$\nabla\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{C})=\mathbf{C}\cdot\nabla\times\mathbf{A}-\mathbf{A}\cdot\nabla\times\mathbf{C}$$

il primo membro della (2.17) può essere riscritto come segue:

$$-\nabla\cdot(\mathbf{E}\times\mathbf{H})=\mathbf{H}\cdot\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}+\mathbf{E}\cdot\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\mathbf{E}\cdot\mathbf{J} \tag{2.18}$$

Supponendo valida la legge di Ohm locale (2.6), la (2.18) può essere ulteriormente sviluppata:

$$-\nabla\cdot(\mathbf{E}\times\mathbf{H})=\mathbf{H}\cdot\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}+\mathbf{E}\cdot\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\frac{1}{\sigma}\mathbf{J}^2-\mathbf{E}_i\cdot\mathbf{J} \tag{2.19}$$

La grandezza vettoriale $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ viene chiamata **vettore di Poynting**, e rappresenta la densità di potenza associata ad un'onda elettromagnetica. La (2.19) può essere più facilmente interpretata integrandola su un volume finito τ delimitato dalla superficie chiusa S. Applicando in maniera opportuna il teorema della divergenza si ottiene:

$$\int_\tau \mathbf{E}_i\cdot\mathbf{J}dV=\int_\tau \mathbf{H}\cdot\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}dV+\int_\tau \mathbf{E}\cdot\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}dV+\int_\tau \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma}dV+\oint_S(\mathbf{E}\times\mathbf{H})\cdot\mathbf{n}dS \tag{2.20}$$

Supponendo valida l'ipotesi di mezzo lineare, ed applicando le equazioni di legame materiale per mezzi lineari, isotropi ed omogenei (2.4) e (2.5) si ottiene(*):

$$\int_\tau \mathbf{E}_i\cdot\mathbf{J}dV=\frac{d}{dt}\left(\int_\tau \frac{B^2}{2\mu}dV+\int_\tau \frac{\varepsilon E^2}{2}dV\right)+\int_\tau \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma}dV+\oint_S(\mathbf{E}\times\mathbf{H})\cdot\mathbf{n}dS \tag{2.21}$$

Integrando, infine, entrambi i membri della (2.21) dal tempo iniziale t_0 all'istante t, si ottiene:

$$\int_{t_0}^t\int_\tau \mathbf{E}_i\cdot\mathbf{J}dV\,dt=\left[\int_\tau \frac{B^2}{2\mu}dV+\int_\tau \frac{\varepsilon E^2}{2}dV\right]_{t_0}^t+\int_{t_0}^t\int_\tau \frac{J^2}{\sigma}dV\,dt+\int_{t_0}^t\oint_S(\mathbf{E}\times\mathbf{H})\cdot\mathbf{n}dS\,dt \tag{2.22}$$

Ponendo:

$$E_e=\frac{1}{2}\int_\tau \varepsilon E^2 dV \qquad E_m=\frac{1}{2}\int_\tau \frac{B^2}{\mu}dV \qquad E_{em}=E_e+E_m$$

$$L_g=\int_{t_0}^t\int_\tau \mathbf{E}_i\cdot\mathbf{J}dVdt \qquad E_d=\int_{t_0}^t\int_\tau \frac{J^2}{\sigma}dVdt \qquad E_S=\int_{t_0}^t\oint_S(\mathbf{E}\times\mathbf{H})\cdot\mathbf{n}dS\,dt$$

(*) Si noti che dimensionalmente tutti i termini della (2.21) rappresentano delle potenze, misurate in Watt (W).

la (2.22) si presta alla seguente interpretazione: il lavoro L_g compiuto (nell'unità di tempo) all'interno del volume dai campi impressi (lavoro compiuto dai generatori) è pari alla somma della variazione di energia elettromagnetica E_{em} contenuta in τ, dell'energia dissipata E_d (per effetto Joule) all'interno di τ e dell'energia E_S uscente dal volume.

$$L_g = \Delta E_{em} + E_d + E_S \tag{2.23}$$

La variazione di energia elettromagnetica ΔE_{em} è somma della variazione di energia elettrostatica E_e e della variazione di energia magnetica E_m.

Come già accennato, il flusso del vettore di Poynting rappresenta il flusso di energia irradiato attraverso la superficie S. Nel caso di campi stazionari o quasi stazionari il vettore di Poynting va come $1/r^4$, e quindi si attenua molto rapidamente al crescere del raggio della superficie nella quale è contenuto il sistema elettromagnetico in esame. In tali casi è lecito trascurare l'energia irradiata nel bilancio (2.23). I campi rapidamente variabili vanno invece come 1/r, ed il flusso del vettore di Poynting non può essere trascurato neanche a distanze molto grandi (poiché va come $1/r^2$).

TABELLA RIASSUNTIVA DELLE LEGGI FONDAMENTALI DELL'ELETTROMAGNETISMO

Si postula la validità delle equazioni di Maxwell in qualunque punto dello spazio ed in qualunque mezzo materiale purché in quiete rispetto al sistema di riferimento inerziale assunto.

FORMA LOCALE		FORMA INTEGRALE
$\nabla \times \mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\Leftrightarrow$	$e = \oint_\Gamma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\dfrac{d\Phi_c}{dt}$
$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\Leftrightarrow$	$\oint_\Gamma \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i_c$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ DELLA CARICA ELETTRICA

$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\dfrac{\partial \rho}{\partial t}$	$\Leftrightarrow$	$i = \oint_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n}\, dS = -\dfrac{dQ}{dt}$

EQUAZIONI DELLA DIVERGENZA

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\Leftrightarrow$	$\oint_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n}\, dS = Q$
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\Leftrightarrow$	$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n}\, dS = 0$

EQUAZIONI DI LEGAME MATERIALE
PER MEZZI LINEARI, OMOGENEI E ISOTROPI

$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ $\qquad$ $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ $\qquad$ $\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_i)$

SISTEMA INTERNAZIONALE DI GRANDEZZE E UNITÀ DI MISURA SI

Grandezze ed unità fondamentali			
Nome	Simbolo	Unità	Simbolo
Lunghezza	l	metro	m
Massa	m	kilogrammo	kg
Intervallo di tempo	t	secondo	s
Corrente elettrica	i	ampere	A
Intervallo di temperatura	θ	kelvin	K
Intensità Luminosa	I	candela	cd
Quantità di materia	-	mole	mol
Grandezze ed unità complementari			
Angolo piano	φ	radiante	rad
Angolo solido	Ω	steradiante	sr

Ogni grandezza derivata è espressa nella sua forma elementare da un monomio di grandezze precedentemente definite e può sempre essere ridotta ad un monomio di grandezze fondamentali e complementari. Le unità relative sono derivate dalle unità delle grandezze che compaiono nel monomio di definizione; talvolta le unità stesse hanno ricevuto un nome indipendente da quelle delle unità da cui sono derivate. Nella tabella successiva sono riportate alcune grandezze derivate e le loro unità, con particolare riferimento alle grandezze utili nell'elettrotecnica.

Multipli e sottomultipli nel SI		
Prefisso	**Simbolo**	**Fattore**
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^{9}
Mega	M	10^{6}
Chilo	K	10^{3}
Milli	m	10^{-3}
Micro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Pico	p	10^{-12}

Grandezza e simbolo	Unità e simbolo	Definizione
Frequenza (f)	hertz (Hz)	$1\ \text{Hz} = 1\ \text{s}^{-1}$
Lavoro (L), Energia (W, E, U), Quantità di calore (Q)	joule (J)	$1\ \text{J} = 1\ \text{N·m} = 1\ \text{kg·m}^2/\text{s}^2$
Potenza (P)	watt (W)	$1\ \text{W} = 1\ \text{J/s} = 1\ \text{kg·m}^2/\text{s}^3$
Carica elettrica (q, Q)	coulomb (C)	$1\ \text{C} = 1\ \text{A·s}$
Potenziale elettrico (φ, ϕ), Tensione elettrica (V), f.e.m. (E)	volt (V)	$1\ \text{V} = 1\ \text{W/A} = 1\ \text{kg·m}^2/(\text{A·s}^3)$
Capacità (C)	farad (F)	$1\ \text{F} = 1\ \text{C/V} = 1\ \text{A}^2\text{·s}^4/(\text{kg·m}^2)$
Resistenza (R), Impedenza (Z), Reattanza (X)	ohm (Ω)	$1\ \Omega = 1\ \text{V/A} = 1\ \text{kg·m}^2/(\text{A}^2\text{·s}^3)$
Conduttanza (G), Ammettenza (Y)	siemens (S)	$1\ \text{S} = 1\ \text{A/V} = 1\ \text{A}^2\text{·s}^3/(\text{kg·m}^2)$
Flusso magnetico (ϕ, Φ)	weber (Wb)	$1\ \text{Wb} = 1\ \text{V·s} = 1\ \text{kg·m}^2/(\text{A·s}^2)$
Induzione magnetica (B)	tesla (T)	$1\ \text{T} = 1\ \text{Wb/m}^2 = 1\ \text{kg}/(\text{A·s}^2)$
Autoinduttanza (L), Mutua induttanza (M)	Henry (H)	$1\ \text{H} = 1\ \text{V·s/A} = 1\ \text{kg·m}^2/(\text{A}^2\text{·s}^2)$
Pulsazione (ω), velocità angolare (ω_m)	rad/s	
Coppia (C, T)	N·m	
Campo elettrico (E)	V/m	
Spostamento elettrico (D), Polarizzazione (P)	C/m^2	
Permittività (ε)	F/m	
Momento di dipolo elettrico (p)	C·m	
Densità di corrente (J)	A/m^2	
Potenziale vettore magnetico (A)	A/m	
Densità di carica (ρ)	C/m^3	
Campo magnetico (H), Magnetizzazione (M)	A/m	
Permeabilità (μ)	H/m	
Momento di dipolo magnetico (m)	A·m^2	
Resistività (ρ)	Ω·m	
Conducibilità (σ)	S/m	
Riluttanza ($\mathcal{R}$)	H^{-1}	
Vettore di Poynting (S)	W/m^2	
Potenza reattiva (Q)	VAr	Dimensionalmente uguale al W.
Potenza apparente (N)	voltampere (VA)	Dimensionalmente uguale al W.