

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BOLOGNA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA

Viale Risorgimento n°2 - 40136 BOLOGNA (ITALIA)



PROGETTO MAGNETICO DI UNO SMES : TEORIA

M. Fabbri, P.L. Ribani

RAPPORTO INTERNO DIEUB - MAGGIO 1998

INTRODUZIONE.

Il progetto magnetico di uno SMES consiste nella determinazione della geometria, della posizione e delle dimensioni delle bobine che producono il campo magnetico in cui viene immagazzinata l'energia del sistema. Esiste una vasta letteratura sull'argomento [1-9] in cui sono stati proposti e studiati sistemi costituiti da :

- uno o più solenoidi coassiali in assenza di uno schermo ferromagnetico ;
- uno o più solenoidi coassiali in presenza di uno schermo ferromagnetico ;
- più solenoidi disposti a formare una geometria toroidale ;
- avvolgimenti elicoidali sopra una superficie toroidale.

Nel seguito viene formulato matematicamente il problema del progetto magnetico ottimizzato di un micro-SMES (in grado di accumulare una energia di valore fino a 10 MJ), realizzato con materiale superconduttore ad elevata temperatura critica (HTS) o con materiale superconduttore a bassa temperatura critica (LTS). Tale studio viene svolto nell'ambito del Progetto "Studio, progettazione e realizzazione di un prototipo di micro-SMES per la gestione dell'energia elettrica in ambiente industriale perturbato", del Dipartimento di Ingegneria Elettrica dell'Università di Bologna.

1. SISTEMA COSTITUITO DA N SOLENOIDI COASSIALI.

La geometria più semplice per realizzare uno SMES è costituita da un certo numero N , che eventualmente può essere anche uguale ad 1, di solenoidi aventi tutti lo stesso asse, coincidente con l'asse verticale (vedi figura 1-1).

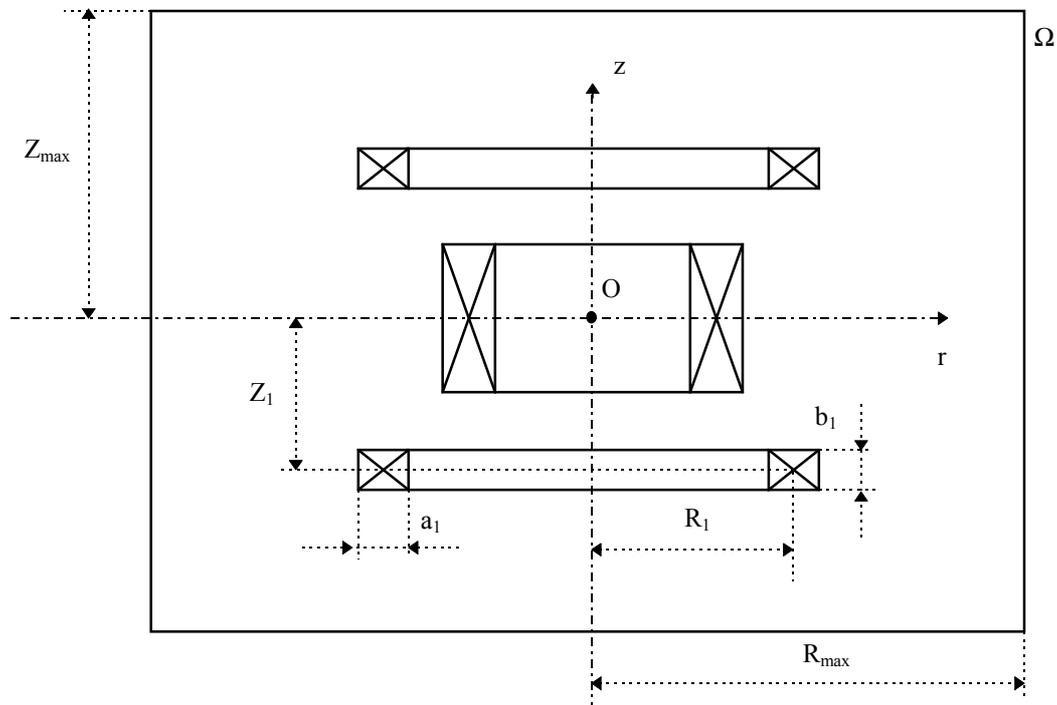


Figura 1-1 Sezione, in un piano contenente l'asse z , di un sistema costituito da 3 solenoidi coassiali.

La metodologia impiegata per il calcolo delle grandezze elettromagnetiche di un sistema così costituito, è descritta dettagliatamente nella bibliografia [10].

Per ciascun solenoide sono incognite (vedi anche la figura 1-1):

- la coordinata assiale (Z_k) ;
- il raggio medio (R_k) ;
- la dimensione assiale della sezione (b_k) ;
- la dimensione radiale della sezione (a_k) ;
- la densità di corrente (J_k) .

Il problema di progetto presenta quindi $5 \cdot N$ incognite.

I vincoli di cui è necessario tenere conto nella fase di progetto sono :

- **vincoli di progetto** (l'energia magnetica accumulata deve essere superiore ad un valore minimo, che dipende dalle funzioni che lo SMES deve svolgere, il campo magnetico disperso, all'esterno del dispositivo, non deve superare il valore limite previsto dalla normativa vigente) ;
- **vincoli di natura tecnologica** (la densità di corrente deve avere un valore inferiore a quello critico, funzione delle componenti radiale ed assiale del campo magnetico e della temperatura di lavoro) ;
- **vincoli di natura geometrica** (i solenoidi non possono compenetrarsi)

Vincoli di progetto

L'energia magnetica accumulata nello SMES (E_m) deve essere maggiore della energia minima (E_0) necessaria per lo svolgimento delle funzioni richieste al sistema SMES+convertitore ; deve quindi essere verificata la seguente disuguaglianza :

$$E_m(Z_1, R_1, \dots, b_N, J_N) \geq E_0 \quad (1-1)$$

Il campo magnetico disperso, cioè il campo magnetico presente sulla superficie Ω del "contenitore" dello SMES, deve essere inferiore al valore B_{max} imposto dalla legislazione vigente per consentire la permanenza di persone nelle immediate vicinanze del dispositivo.

$$|B(r, z)| \leq B_{max} \quad (r, z) \in \Omega \quad (1-2)$$

Supponendo di volere garantire l'accesso fino nelle immediate vicinanze dello SMES a tutte le persone, esclusi i portatori di pace-makers, per un periodo di tempo illimitato e supponendo inoltre che la corrente che circola nelle bobine dello SMES vari al più con una frequenza pari a 50 Hz, la norma CEI ENV 50166[15], prevede per B_{max} il valore di $0.64 \cdot 10^{-3}$ T. Tale valore sembra essere un valore molto penalizzante per l'ingombro del dispositivo ; d'altra parte l'oscillazione a 50 Hz della corrente che circola nelle bobine superconduttive, riguarda, in condizioni di funzionamento normali, solo una parte della corrente totale che circola nello SMES, sembra quindi lecito, sempre facendo riferimento alla norma sopra menzionata, considerare per B_{max} il valore limite previsto per i campi stazionari che è pari a 0.04 T.

Vincoli di natura tecnologica

Caso HTS (Superconduttore ad alta temperatura critica)

Si considera uno SMES costruito a partire da cavi di BSCCO, realizzati “intrecciando” opportunamente più nastri, avvolti come illustrato nella figura 1-2 [11-14].

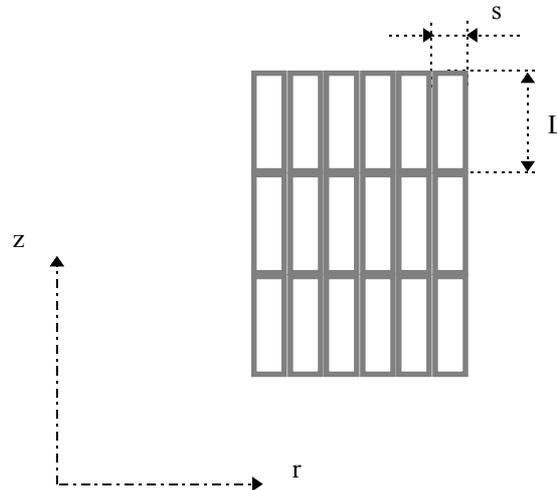


Figura 1-2. Schema costruttivo della bobina HTS (L = larghezza del cavo, s = spessore del cavo)

Si suppone di scegliere, prima di effettuare il progetto, il cavo da utilizzare per la generica bobina i e di conoscere quindi, dai dati sperimentali forniti dal produttore del cavo, le funzioni $J_{n,i}$ e $J_{p,i}$, della induzione magnetica, che forniscono rispettivamente i valori della densità di corrente critica nel caso in cui l'induzione magnetica fosse diretta normalmente o parallelamente alla superficie del cavo. Per il corretto funzionamento del dispositivo si suppone che sia sufficiente che in ogni punto di ogni bobina superconduttiva siano verificate le seguenti disuguaglianze :

$$\begin{cases} |J_i| \leq \alpha J_{n,i}(B_r(r,z)) \\ |J_i| \leq \alpha J_{p,i}(B_z(r,z)) \end{cases} \quad \text{per} \quad R_i - \frac{a_i}{2} \leq r \leq R_i + \frac{a_i}{2} \quad \text{e} \quad Z_i - \frac{b_i}{2} \leq z \leq Z_i + \frac{b_i}{2} \quad (1-3a)$$

Il parametro α nella 1-3a rappresenta un coefficiente di sicurezza ; come tale deve essere scelto “sufficientemente” < 1 .

In alternativa alle 1-3a è possibile considerare le 1-3b, in cui compaiono, al posto dei valori critici della densità di corrente ($J_{n,i}$ e $J_{p,i}$) i valori critici del campo normale ($B_{n,i}$), e parallelo ($B_{p,i}$) alla densità di corrente.

$$\begin{cases} |B_r(r,z)| \leq \alpha B_{n,i}(J_i) \\ |B_z(r,z)| \leq \alpha B_{p,i}(J_i) \end{cases} \quad \text{per} \quad R_i - \frac{a_i}{2} \leq r \leq R_i + \frac{a_i}{2} \quad \text{e} \quad Z_i - \frac{b_i}{2} \leq z \leq Z_i + \frac{b_i}{2} \quad (1-3b)$$

Le due formulazioni sono equivalenti nel caso in cui il coefficiente α sia unitario e le funzioni $J_{n,i}$ e $J_{p,i}$ siano biunivoche.

Caso LTS (superconduttore a bassa temperatura critica)

Si considera uno SMES costruito a partire da cavi di NbTi stabilizzato con rame, del tipo rutherford, di sezione rettangolare, avvolti come illustrato nella figura 1-2.

Analogamente a quanto fatto per il caso HTS, si suppone di scegliere, prima di effettuare il progetto, il cavo da utilizzare per la generica bobina i e di conoscere quindi, dai dati sperimentali forniti dal produttore del cavo la funzione J_c del modulo della induzione magnetica, che fornisce il valore della densità di corrente critica. E' da notare che, a differenza del caso precedente in cui, a causa della anisotropia del materiale ad elevata temperatura critica, la densità di corrente critica dipende dalla orientazione del campo magnetico ed è quindi necessario considerare almeno due espressioni della densità critica in funzione del campo (J_n e J_p), in questo caso, è sufficiente considerare una sola espressione per la densità critica in funzione del modulo della induzione magnetica, indipendente dalla sua orientazione. Questa rappresenta l'unica differenza che si incontra nel progetto magnetico dello SMES tra il caso HTS ed il caso LTS. Per il corretto funzionamento del dispositivo si suppone che sia sufficiente che in ogni punto di ogni bobina superconduttiva sia quindi verificata la seguente disuguaglianza :

$$|J_i| \leq \alpha J_{c,i}(|\mathbf{B}(r,z)|) \quad \text{per} \quad R_i - \frac{a_i}{2} \leq r \leq R_i + \frac{a_i}{2} \quad \text{e} \quad Z_i - \frac{b_i}{2} \leq z \leq Z_i + \frac{b_i}{2} \quad (1-3c)$$

Analogamente al caso HTS, in alternativa alle 1-3c è possibile considerare le 1-3d :

$$|\mathbf{B}(r,z)| \leq \alpha B_c(J_i) \quad \text{per} \quad R_i - \frac{a_i}{2} \leq r \leq R_i + \frac{a_i}{2} \quad \text{e} \quad Z_i - \frac{b_i}{2} \leq z \leq Z_i + \frac{b_i}{2} \quad (1-3d)$$

dove B_c rappresenta il valore critico del campo in funzione della densità di corrente.

Le due formulazioni sono equivalenti nel caso in cui il coefficiente α sia unitario e la funzione J_c siano biunivoca.

Per quanto sopra detto, nel seguito, si farà riferimento al solo caso HTS.

Vincoli di natura geometrica

Come sopra detto, è necessario imporre che i solenoidi non si compenetrino, a tale fine è sufficiente che, per ogni coppia di solenoidi del sistema, sia verificata una delle seguenti disuguaglianze :

$$\begin{aligned} Z_i - \frac{b_i}{2} \geq Z_j + \frac{b_j}{2} + \delta & \quad ; & \quad Z_j - \frac{b_j}{2} \geq Z_i + \frac{b_i}{2} + \delta; \\ R_i - \frac{a_i}{2} \geq R_j + \frac{a_j}{2} + \delta & \quad ; & \quad R_j - \frac{a_j}{2} \geq R_i + \frac{a_i}{2} + \delta \end{aligned} \quad (1-4)$$

dove δ è la minima distanza ammessa tra due solenoidi. Il vincolo di non-compenetrazione delle due generiche bobine i e j può quindi venire espresso mediante l'unica disuguaglianza :

$$\max \left\{ \begin{array}{l} Z_i - \frac{b_i}{2} - Z_j - \frac{b_j}{2} - \delta, Z_j - \frac{b_j}{2} - Z_i - \frac{b_i}{2} - \delta, \\ R_i - \frac{a_i}{2} - R_j - \frac{a_j}{2} - \delta, R_j - \frac{a_j}{2} - R_i - \frac{a_i}{2} - \delta \end{array} \right\} \geq 0 \quad (1-5a)$$

Un modo alternativo di esprimere la stessa condizione risulta :

$$\begin{aligned} & \Gamma \left(Z_i - \frac{b_i}{2} - Z_j - \frac{b_j}{2} - \delta \right) \cdot \Gamma \left(Z_j - \frac{b_j}{2} - Z_i - \frac{b_i}{2} - \delta \right) \cdot \\ & \Gamma \left(R_i - \frac{a_i}{2} - R_j - \frac{a_j}{2} - \delta \right) \cdot \Gamma \left(R_j - \frac{a_j}{2} - R_i - \frac{a_i}{2} - \delta \right) = 0 \end{aligned} \quad (1-5b)$$

dove:

$$\Gamma(y) = \begin{cases} 0 & \text{se } y \geq 0 \\ -y^3 & \text{se } y < 0 \end{cases}$$

Nel seguito, verrà utilizzata una o l'altra delle due formulazioni 1-5a e 1-5b, peraltro del tutto equivalenti dal punto di vista delle informazioni contenute, sulla base di considerazioni legate al metodo risolutivo adottato.

Gli **obiettivi del progetto** possono essere molteplici e contrastanti tra di loro :

- ridurre l'ingombro del dispositivo ; cioè rendere il più piccolo possibile il volume racchiuso dalla superficie Ω della figura 1-1, su cui è assegnato il vincolo sul campo disperso ;
- ridurre il volume occupato dalle bobine ; cioè rendere il più piccolo possibile il costo del magnete stesso (la quantità di cavo superconduttore impiegato).

1.1 FORMULAZIONE DEL PROBLEMA.

Il problema di progetto dello SMES viene ricondotto alla soluzione di un problema di ottimizzazione non lineare vincolato :

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n} f(\mathbf{x}) \quad \text{con i vincoli:} \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \quad , \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \mathbf{x}_A \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_B \quad (1.1-1)$$

dove : \mathbf{x} è il vettore delle incognite, f è la funzione obiettivo, \mathbf{h} è il vettore dei vincoli di uguaglianza, \mathbf{g} è il vettore dei vincoli di disuguaglianza, \mathbf{x}_A ed \mathbf{x}_B sono rispettivamente il vettore dei valori minimi e dei valori massimi ammissibili per le incognite.

La soluzione del problema 1.1-1 viene ottenuta per via numerica, facendo uso di metodi deterministici e/o stocastici [16, 17].

La scelta delle funzioni f , \mathbf{h} e \mathbf{g} è in un certo senso arbitraria in quanto, come precedentemente detto, gli obiettivi del progetto risultano spesso contrastanti ; inoltre, la scelta di tali funzioni, non può non tenere conto del metodo di soluzione adottato. Ad esempio, se il metodo fa uso dei gradienti di tali funzioni, tali funzioni devono essere almeno derivabili.

FORMULAZIONE A1.

Incognite

Le n componenti del vettore \mathbf{x} delle incognite sono le $4 \cdot N$ variabili che definiscono la geometria delle bobine, gli N valori della densità di corrente, il raggio R_{\max} e la coordinata Z_{\max} che individuano l'ingombro del dispositivo (vedi figura 1-1) :

$$\mathbf{x} = [R_{\max}, \eta, R_1, \dots, R_N, a_1, \dots, a_N, b_1, \dots, b_N, Z_1, \dots, Z_N, J_1, \dots, J_N]^T \quad (1.1-2)$$

dove

$$\eta = \frac{Z_{\max}}{R_{\max}}$$

Si preferisce fare uso della variabile η anziché direttamente di Z_{\max} , in quanto in questo modo risulta facile impedire che il processo di ottimizzazione produca soluzioni troppo schiacciate nella direzione radiale o nella direzione assiale.

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo è data dalla sezione longitudinale del dispositivo:

$$f = 4 R_{\max} Z_{\max} \quad (1.1-3)$$

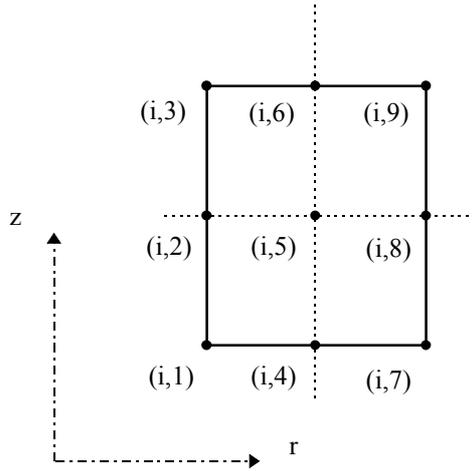


Figura 1.1-3 Punti del generico solenoide i in cui vengono imposti i vincoli tecnologici.

Per ciascuno dei punti indicati vengono considerate le relazioni 1-3 da cui vengono ricavate 2 componenti del vettore \mathbf{g} :

$$\mathbf{g}_k = \alpha^2 - \left[\frac{J_i}{J_{n,i}(B_r(r_{i,m}, z_{i,m}))} \right]^2 ; \quad \mathbf{g}_{k+1} = \alpha^2 - \left[\frac{J_i}{J_{p,i}(B_z(r_{i,m}, z_{i,m}))} \right]^2 \quad (1.1-6)$$

$$i = 1, \dots, N \quad ; \quad m = 1, \dots, 9 \quad ; \quad k = 18 + 18 \cdot (i - 1) + 2 \cdot (m - 1) + 1$$

I **vincoli di natura geometrica** si traducono in $(N-1)N/2$ relazioni del tipo 1-5a o 1-5b.

Se, per la soluzione del problema 1.1-1, si fa uso di un metodo numerico che non richieda la derivabilità delle componenti della funzione \mathbf{g} [17], è possibile e conveniente, usare la relazione 1-5a, da cui si ottengono, al variare degli indici i e j , $(N-1)N/2$ componenti del vettore \mathbf{g} .

$$\mathbf{g}_k = \max \left\{ \begin{array}{l} Z_i - \frac{b_i}{2} - Z_j - \frac{b_j}{2} - \delta, Z_j - \frac{b_j}{2} - Z_i - \frac{b_i}{2} - \delta, \\ R_i - \frac{a_i}{2} - R_j - \frac{a_j}{2} - \delta, R_j - \frac{a_j}{2} - R_i - \frac{a_i}{2} - \delta \end{array} \right\} \quad (1.1-7a)$$

$$i = 1, \dots, N - 1 \quad ; \quad j = i + 1, \dots, N \quad ; \quad k = 18(N + 1) + N(i - 1) - \frac{(i + 1) \cdot i}{2} + j$$

Se il metodo utilizzato per la soluzione del problema 1.1-1 richiede la derivabilità delle componenti della funzione \mathbf{g} [16], è necessario usare la relazione 1-5b e si ottengono $(N-1)N/2$ componenti del vettore \mathbf{h} .

$$\begin{aligned}
h_k = & \Gamma\left(Z_i - \frac{b_i}{2} - Z_j - \frac{b_j}{2} - \delta\right) \cdot \Gamma\left(Z_j - \frac{b_j}{2} - Z_i - \frac{b_i}{2} - \delta\right) \cdot \\
& \Gamma\left(R_i - \frac{a_i}{2} - R_j - \frac{a_j}{2} - \delta\right) \cdot \Gamma\left(R_j - \frac{a_j}{2} - R_i - \frac{a_i}{2} - \delta\right) \quad (1.1-7b) \\
i = & 1, \dots, N-1 \quad ; \quad j = i+1, \dots, N \quad ; \quad k = N(i-1) - \frac{(i+1) \cdot i}{2} + j
\end{aligned}$$

La massima dimensione radiale del dispositivo (R_{\max}) può assumere un valore positivo qualsiasi. Il rapporto fra la massima dimensione assiale e la massima dimensione radiale (η) viene limitato a essere maggiore di 0.5 e minore di 2. Il raggio medio del generico solenoide (R_i) e le dimensioni della sua sezione (a_i, b_i) possono assumere un valore positivo qualsiasi, mentre la quota (Z_i) e la densità di corrente (J_i) possono assumere un valore positivo o negativo qualsiasi ; segue quindi :

FORMULAZIONE B1.

Incognite

Le componenti del vettore \mathbf{x} delle incognite sono le sole $4 \cdot N$ variabili che definiscono la geometria delle bobine ed i valori della densità di corrente nelle bobine :

$$\mathbf{x} = [R_1, \dots, R_N, a_1, \dots, a_N, b_1, \dots, b_N, Z_1, \dots, Z_N, J_1, \dots, J_N]^T \quad (1.1-8)$$

In questo caso R_{\max} e Z_{\max} , cioè le dimensioni del dispositivo, sono dei dati del progetto.

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo è data dal volume occupato dalle bobine superconduttrici :

$$f = 2 \pi \sum_{i=1}^N R_i \cdot a_i \cdot b_i \quad (1.1-9)$$

Vincoli

Per quanto riguarda i vincoli di progetto, tecnologici e geometrici, valgono le stesse considerazioni e le stesse relazioni scritte nel caso della formulazione A1 (vedi relazioni 1.1-4, 1.1-5, 1.1-6, 1.1-7a, 1.1-7b).

1.2 SISTEMA CON SIMMETRIA EQUATORIALE

Quanto detto fino ad ora è valido per un sistema generico caratterizzato dalla sola simmetria assiale. Se si suppone che il sistema di solenoidi sia anche simmetrico rispetto al piano equatoriale $z=0$, il numero delle incognite del problema viene notevolmente ridotto ed è necessario modificare l'espressione delle componenti del vettore \mathbf{g} e del vettore \mathbf{h} .

Si suppone che il sistema sia costituito da N_c coppie di solenoidi ; ciascuna coppia di solenoidi, vedi figura 1.1-4, è simmetrica rispetto al piano equatoriale ed è univocamente determinata dai parametri del solenoide con coordinata assiale positiva.

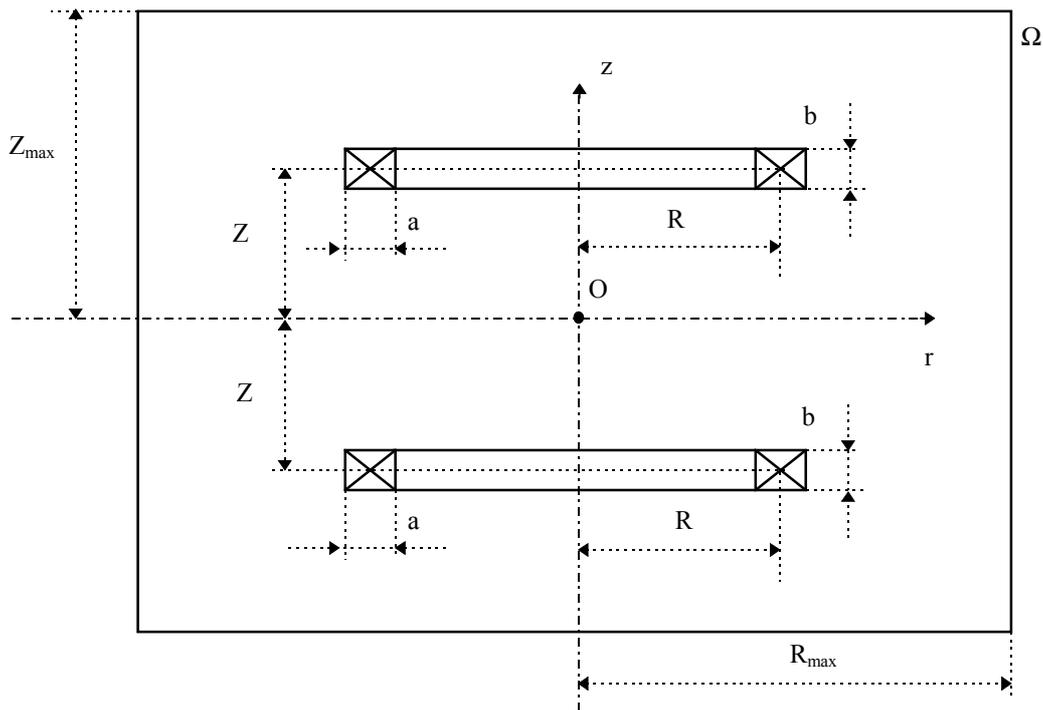


Figura 1.2-1 Sezione, in un piano contenente l'asse z , di una coppia di solenoidi del sistema con simmetria equatoriale.

Affinché i due solenoidi della generica coppia non si compenetrino è necessario e sufficiente che sia verificata la seguente disuguaglianza :

$$Z_i - \frac{b_i}{2} \geq 0 \quad (1.2-1)$$

FORMULAZIONE A2.

Incognite

Le n componenti del vettore \mathbf{x} delle incognite sono le $4 \cdot N_c$ variabili che definiscono la geometria delle bobine con coordinata assiale positiva, gli N_c valori della densità di corrente in tali bobine, il raggio R_{\max} ed al rapporto η che individuano l'ingombro del dispositivo :

$$\mathbf{x} = \left[R_{\max}, \eta, R_1, \dots, R_{N_c}, a_1, \dots, a_{N_c}, b_1, \dots, b_{N_c}, Z_1, \dots, Z_{N_c}, J_1, \dots, J_{N_c} \right]^T \quad (1.2-2)$$

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo è la stessa della formulazione A1 data dalla 1.1-3.

Vincoli

Il **vincolo sulla energia accumulata** si esprime come nel caso della formulazione A1 tramite la 1.1-4.

Per garantire che siano soddisfatti i **vincoli sul campo disperso** è sufficiente considerare i primi 9 punti sulla superficie Ω della figura 1.1-2, ottenendo le seguenti 9 componenti del vettore \mathbf{g} :

$$\mathbf{g}_k = 1 - \left[\frac{B(r_m, z_m)}{B_{\max}} \right]^2 \quad (1.2-3)$$

$$m = 1, \dots, 9 \quad ; \quad k = 1 + m$$

I **vincoli di natura tecnologica**, devono essere soddisfatti per tutti e soli i solenoidi con coordinata assiale positiva :

$$\mathbf{g}_k = \alpha^2 - \left[\frac{J_i}{J_{n,i}(B_r(r_{i,m}, z_{i,m}))} \right]^2 \quad ; \quad \mathbf{g}_{k+1} = \alpha^2 - \left[\frac{J_i}{J_{p,i}(B_z(r_{i,m}, z_{i,m}))} \right]^2 \quad (1.2-4)$$

$$i = 1, \dots, N_c \quad ; \quad m = 1, \dots, 9 \quad ; \quad k = 10 + 18 \cdot (i - 1) + 2 \cdot (m - 1) + 1$$

I **vincoli di natura geometrica** sono costituiti da N_c relazioni del tipo 1.2-1 che assicurano la non compenetrazione tra i due solenoidi di ciascuna coppia.

$$\mathbf{g}_k = Z_i - \frac{b_i}{2} \quad (1.2-5)$$

$$i = 1, \dots, N_c \quad ; \quad k = 10 + 18 \cdot N_c + i$$

A queste vanno aggiunte $(N_c-1)N_c/2$ relazioni del tipo 1-5a o 1-5b che impediscono la compenetrazione di due solenoidi qualsiasi con coordinata assiale positiva

Nel caso si faccia uso della relazione 1-5a si ottiene :

$$\mathbf{g}_k = \max \left\{ \begin{array}{l} Z_i - \frac{b_i}{2} - Z_j - \frac{b_j}{2} - \delta, Z_j - \frac{b_j}{2} - Z_i - \frac{b_i}{2} - \delta, \\ R_i - \frac{a_i}{2} - R_j - \frac{a_j}{2} - \delta, R_j - \frac{a_j}{2} - R_i - \frac{a_i}{2} - \delta \end{array} \right\} \quad (1.2-6a)$$

$$i = 1, \dots, N_c - 1 \quad ; \quad j = i + 1, \dots, N_c \quad ;$$

$$k = 10 + 19 \cdot N_c + N_c (i - 1) - \frac{(i + 1) \cdot i}{2} + j$$

Utilizzando la relazione 1-5b risulta invece :

$$h_k = \Gamma\left(Z_i - \frac{b_i}{2} - Z_j - \frac{b_j}{2} - \delta\right) \cdot \Gamma\left(Z_j - \frac{b_j}{2} - Z_i - \frac{b_i}{2} - \delta\right) \cdot \Gamma\left(R_i - \frac{a_i}{2} - R_j - \frac{a_j}{2} - \delta\right) \cdot \Gamma\left(R_j - \frac{a_j}{2} - R_i - \frac{a_i}{2} - \delta\right) \quad (1.2-6b)$$

$$i = 1, \dots, N_c - 1 \quad ; \quad j = i + 1, \dots, N_c \quad ; \quad k = N_c (i - 1) - \frac{(i + 1) \cdot i}{2} + j$$

La massima dimensione radiale del dispositivo (R_{\max}) può assumere un valore positivo qualsiasi. Il rapporto fra la massima dimensione assiale e la massima dimensione radiale (η) viene limitato a essere maggiore di 0.5 e minore di 2. Il raggio medio del generico solenoide (R_i), le dimensioni della sua sezione (a_i , b_i) e la sua quota (Z_i) possono assumere un valore positivo qualsiasi, mentre la densità di corrente (J_i) può assumere un valore positivo o negativo qualsiasi.

FORMULAZIONE B2.

Incognite

Le componenti del vettore \mathbf{x} delle incognite sono le sole $4 \cdot N_c$ variabili che definiscono la geometria delle bobine con coordinata assiale positiva e gli N_c valori della densità di corrente in tali bobine :

$$\mathbf{x} = \left[R_1, \dots, R_{N_c}, a_1, \dots, a_{N_c}, b_1, \dots, b_{N_c}, Z_1, \dots, Z_{N_c}, J_1, \dots, J_{N_c} \right]^T \quad (1.2-7)$$

Come nella formulazione B1, R_{\max} e Z_{\max} sono dei dati del progetto.

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo è data dal volume occupato dalle bobine superconduttrici :

$$f = 4 \pi \sum_{i=1}^{N_c} R_i \cdot a_i \cdot b_i \quad (1.2-8)$$

Vincoli

Per quanto riguarda i vincoli di progetto, tecnologici e geometrici, valgono le stesse considerazioni e le stesse relazioni scritte nel caso della formulazione A2.

1.3 SISTEMA CON TUTTE LE BOBINE COLLEGATE IN SERIE

Le bobine superconduttive devono potere scambiare energia (corrente) con il carico e/o la rete cui sono collegate tramite il convertitore. In un sistema in cui sono presenti più bobine, risulta conveniente, dal punto di vista della semplicità e del costo del convertitore, considerare un sistema in cui tutte le bobine superconduttive sono collegate in serie tra di loro e sono quindi percorse dalla stessa corrente (in valore assoluto). In tale caso le formulazioni A1, A2, B1 e B2 sopra descritte devono essere modificate. Per una generica coppia di bobine i e j è infatti necessario imporre l'uguaglianza del modulo della corrente che circola nel cavo con cui sono avvolte. Risulta quindi :

$$|J_i| \cdot L_i \cdot s_i = |J_j| \cdot L_j \cdot s_j \quad (1.3-1)$$

dove L_i , s_i e L_j , s_j sono rispettivamente le dimensioni del cavo con cui sono avvolte le bobine i e j. Tali grandezze, come già detto, sono note in quanto si suppone che la scelta del cavo, per ciascuna bobina, venga fatta prima della soluzione del problema di progetto ottimo. Nel caso in cui le dimensioni del cavo siano le stesse per ogni bobina, le 1.3-1 impongono che la densità di corrente abbia lo stesso valore, in modulo, in ogni bobina. Nel caso invece che le dimensioni del cavo siano diverse da bobina a bobina, dalle 1.3-1, noto il valore della densità di corrente nella prima bobina, è possibile calcolare il valore assoluto della densità di corrente nelle rimanenti bobine. E' da notare che in ogni caso le relazioni 1.3-1 rappresentano una relazione tra i moduli delle densità di corrente nelle generiche bobine i e j e non forniscono alcuna informazione sul segno di tali grandezze, che rimane comunque una incognita del problema. E' possibile considerare come incognita del problema di ottimizzazione (oltre alle variabili che definiscono la geometria e la posizione delle bobine) solo il modulo della densità di corrente nella prima bobina e supporre invece noto il verso della densità di corrente in tutte le bobine. In questo caso, per ottenere la soluzione ottima del problema è necessario considerare tutte le possibili combinazioni dei versi della densità di corrente. Nel seguito, per semplicità di trattazione, si preferisce considerare incognita la densità di corrente in ogni bobina ed imporre il rispetto delle 1.3-1, che diventano quindi vincoli di uguaglianza per il problema 1.1-1.

FORMULAZIONE A1-SERIE

Come la formulazione A1 con l'unica modifica del vettore \mathbf{h} ; dalle 1.3-1 si ottengono infatti $N \cdot (N-1)/2$ ulteriori componenti di tale vettore :

$$h_k = \left(\frac{J_i \cdot L_i \cdot s_i}{J_j \cdot L_j \cdot s_j} \right)^2 - 1 \quad (1.3-2)$$

$$i = 1, \dots, N-1 \quad ; \quad j = i+1, \dots, N \quad ; \quad k = M_1 + N \cdot (i-1) - \frac{(i+1) \cdot i}{2} + j$$

Nelle 1.3-2, M_1 vale 0 se sono state utilizzate le relazioni 1.1-7a, vale invece $N \cdot (N-1)/2$ se si è fatto uso delle relazioni 1.1-7b.

FORMULAZIONE B1-SERIE

Come la formulazione B1 con l'unica modifica del vettore \mathbf{h} ; dalle 1.3-1 si ottengono infatti $N \cdot (N-1)/2$ ulteriori componenti di tale vettore date dalle 1.3-2

FORMULAZIONE A2-SERIE

Come la formulazione A2 con l'unica modifica del vettore \mathbf{h} ; dalle 1.3-1 si ottengono infatti $N_c \cdot (N_c-1)/2$ ulteriori componenti di tale vettore :

$$h_k = \left(\frac{J_i \cdot L_i \cdot s_i}{J_j \cdot L_j \cdot s_j} \right)^2 - 1 \quad (1.3-3)$$

$$i = 1, \dots, N_c - 1 \quad ; \quad j = i + 1, \dots, N_c \quad ; \quad k = M_1 + N_c \cdot (i - 1) - \frac{(i + 1) \cdot i}{2} + j$$

Nelle 1.3-3, M_1 vale 0 se sono state utilizzate le relazioni 1.1-7a, vale invece $N \cdot (N-1)/2$ se si è fatto uso delle relazioni 1.1-7b.

FORMULAZIONE B2-SERIE

Come la formulazione B2 con l'unica modifica del vettore \mathbf{h} ; dalle 1.3-1 si ottengono infatti $N_c \cdot (N_c-1)/2$ ulteriori componenti di tale vettore date dalle 1.3-3

1.4 SOLUZIONE DEL PROBLEMA.

Come già detto, il problema 1.1-1, ottenuto nelle formulazioni sopra descritte, viene risolto mediante algoritmi numerici [16], [17]. La soluzione trovata fornisce il valore ottimo delle incognite e quindi, per ogni solenoide, il valore ottimo R_i^* , Z_i^* , a_i^* , b_i^* , J_i^* delle corrispondenti variabili. Le dimensioni della sezione del solenoide a_i^* , b_i^* , così ottenute, devono essere modificate per tenere conto della tecnologia di realizzazione della bobina stessa (vedi figura 1-2). Il numero di strati di cavo nella direzione radiale $N_{r,i}$ e quello nella direzione assiale $N_{z,i}$, per la generica bobina i , vengono calcolati dalle seguenti relazioni :

$$N_{r,i} = \text{Int} \left(\frac{a_i^*}{s_i} \right) \quad ; \quad N_{z,i} = \text{Int} \left(\frac{b_i^*}{L_i} \right) \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad (1.4-1)$$

I nuovi valori delle dimensioni del generico solenoide i diventano quindi :

$$a_i' = N_{r,i} \cdot s_i \quad ; \quad b_i' = N_{z,i} \cdot L_i \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad (1.4-2)$$

La variazione dei valori della sezione dei solenoidi rende necessaria, al fine di garantire il completo rispetto dei vincoli del progetto, la soluzione di un nuovo problema di ottimizzazione vincolato del tipo 1.1-1, ottenuto da quello precedentemente utilizzato, considerando le variabili a_i e b_i non più incognite ma costanti, note dalle 1.4-2.

Nel caso in cui lo spessore del cavo (s_i) sia molto minore della sua larghezza (L_i), può essere conveniente effettuare due ulteriori passi del procedimento di ottimizzazione : nel primo passo, viene risolto il problema 1.1-1 considerando note, tramite le 1.4-2, le sole dimensioni assiali (b_i) dei solenoidi ed ottimizzando le dimensioni radiali ; nel secondo passo, dopo avere ottenuto il definitivo valore dei b_i tramite le 1.4-1 ed 1.4-2, si procede ad un'ultima soluzione del problema di ottimizzazione in cui le uniche incognite sono il raggio medio (R_i) e la coordinata assiale (Z_i) dei solenoidi e la densità di corrente (J_i).

1.5 Calcolo delle forze di natura magnetica

Ciascun solenoide del sistema è soggetto al sistema di forze di natura magnetica che si manifesta come una densità volumetrica di forza data dalla espressione :

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = J B_z \mathbf{u}_r - J B_r \mathbf{u}_z \quad (1.5-1)$$

Nella 1.5-1 si è messo in evidenza come, essendo presente la sola componente azimutale J della densità di corrente, la densità volumetrica di forza \mathbf{F} ha le sole componenti radiale ed assiale (\mathbf{u}_r ed \mathbf{u}_z sono rispettivamente i versori della direzione radiale e della direzione assiale).

Sia \mathbf{F}_i il vettore risultante del sistema di forze agente sul generico solenoide i ed \mathbf{M}_i il suo momento rispetto all'origine del sistema di coordinate del laboratorio, risulta :

$$\mathbf{F}_i = \int_{V_i} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \, dV \quad ; \quad \mathbf{M}_i = \int_{V_i} \mathbf{x} \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \, dV \quad (1.5-2)$$

Tenendo conto della 1.5-1 e della assial-simmetria del sistema, si ottiene :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i &= \int_{V_i} (J B_z \mathbf{u}_r - J B_r \mathbf{u}_z) \, dV = \mathbf{u}_z 2 \pi \int_{R_i - \frac{a_i}{2}}^{R_i + \frac{a_i}{2}} \int_{Z_i - \frac{b_i}{2}}^{Z_i + \frac{b_i}{2}} -J B_r \, r \, dz \, dr \\ \mathbf{M}_i &= \int_{V_i} [r \mathbf{u}_r + z \mathbf{u}_z] \times (J B_z \mathbf{u}_r - J B_r \mathbf{u}_z) \, dV = 0 \end{aligned} \quad (1.5-3)$$

Dalle 1.5-3, si vede che la sola componente assiale del vettore risultante del sistema di forze magnetiche può risultare non nulla (ciò può accadere evidentemente solo in un sistema costituito da più solenoidi); qualora ciò accadesse è necessario vincolare il solenoide nella direzione z con una struttura meccanica in grado di controbilanciare la forza di origine elettromagnetica, oltre naturalmente, la forza peso della bobina.

Oltre ai vettori risultanti del sistema di forze magnetiche, al fine di determinare le caratteristiche della struttura meccanica che deve essere presente per consentire il corretto funzionamento del sistema e calcolare lo stato tensionale interno alle bobine è necessario considerare i vettori risultanti del sistema di forze magnetiche per unità di angolo azimutale. Si consideri un segmento del generico solenoide del sistema relativo ad una variazione $\Delta\phi$ dell'angolo azimutale, come mostrato nella figura 1.5-1. Siano $\Delta\mathbf{F}$ e $\Delta\mathbf{M}$ rispettivamente il vettore risultante della distribuzione di densità di forza magnetica agente su tale segmento ed il suo momento rispetto al centro O' del segmento. Dalla 1.5-1, segue che le uniche componenti non nulle di tali vettori possono essere le componenti radiale ed assiale di $\Delta\mathbf{F}$ e la componente azimutale di $\Delta\mathbf{M}$, come mostrato nella figura 1.5-2.

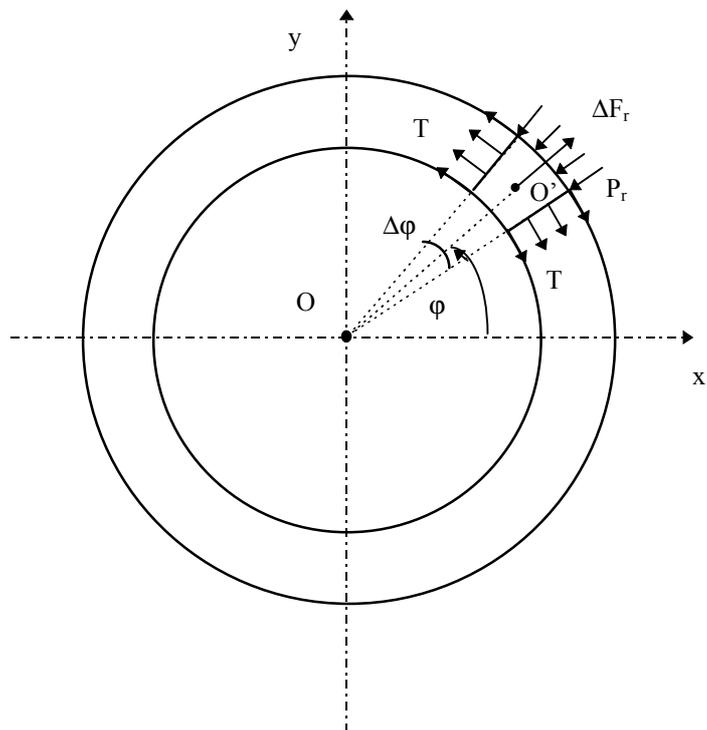


Figura 1.5-1 Componenti nel piano equatoriale delle forze agenti su un settore di bobina

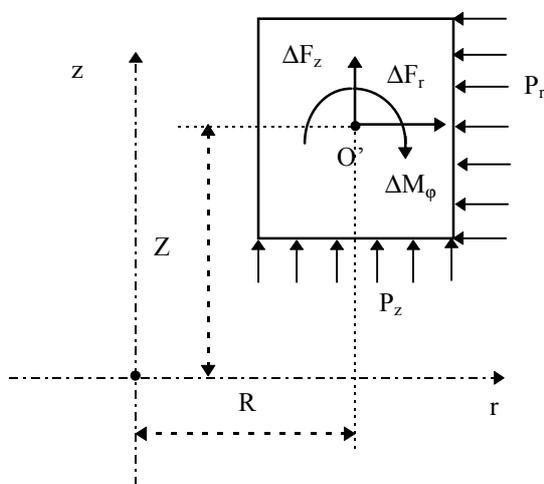


Figura 1.5-2 Componenti nel piano assiale delle forze agenti su un settore di bobina

L'espressione di tali grandezze risulta essere la seguente :

$$\begin{aligned}
\Delta F_r &= J \int_{\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2}}^{\varphi + \frac{\Delta\varphi}{2}} \int_{R - \frac{a}{2}}^{R + \frac{a}{2}} \int_{Z - \frac{b}{2}}^{Z + \frac{b}{2}} B_z \cos(\varphi' - \varphi) r dz dr d\varphi' \\
\Delta F_z &= -J \Delta\varphi \int_{R - \frac{a}{2}}^{R + \frac{a}{2}} \int_{Z - \frac{b}{2}}^{Z + \frac{b}{2}} B_r r dz dr \\
\Delta M_\varphi &= J \int_{\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2}}^{\varphi + \frac{\Delta\varphi}{2}} \int_{R - \frac{a}{2}}^{R + \frac{a}{2}} \int_{Z - \frac{b}{2}}^{Z + \frac{b}{2}} \left[B_z (z - Z) \cos(\varphi' - \varphi) - B_r (r - R) \right] r dz dr d\varphi'
\end{aligned} \tag{1.5-4}$$

Le corrispondenti grandezze per unità di angolo azimutale Γ_r , Γ_z ed Ω_φ sono definite nel seguente modo :

$$\begin{aligned}
\Gamma_r &= \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta F_r}{\Delta\varphi} = J \int_{R - \frac{a}{2}}^{R + \frac{a}{2}} \int_{Z - \frac{b}{2}}^{Z + \frac{b}{2}} B_z r dz dr \\
\Gamma_z &= \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta\varphi} = -J \int_{R - \frac{a}{2}}^{R + \frac{a}{2}} \int_{Z - \frac{b}{2}}^{Z + \frac{b}{2}} B_r r dz dr \\
\Omega_\varphi &= \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta M_\varphi}{\Delta\varphi} = J \int_{R - \frac{a}{2}}^{R + \frac{a}{2}} \int_{Z - \frac{b}{2}}^{Z + \frac{b}{2}} \left[B_z (z - Z) - B_r (r - R) \right] r dz dr
\end{aligned} \tag{1.5-5}$$

Gli integrali doppi, presenti a secondo membro della 1.5-5, vengono calcolati numericamente mediante una tecnica adattiva illustrata nella bibliografia [10].

Le forze di origine meccanica agenti sul segmento di bobina considerato, sono dovute in parte alla struttura di contenimento della bobina ed in parte allo stato tensionale presente nella bobina stessa. Diverse sono le configurazioni della struttura di contenimento che sono in grado di sostenere gli sforzi magnetici. Nel seguito, a titolo di esempio, si suppone che Γ_r sia positiva ed Γ_z sia negativa ; in questo caso è possibile vincolare correttamente la bobina, mediante una struttura di contenimento che agisce sulla bobina mediante una pressione P_r distribuita sulla superficie laterale esterna e/o una pressione P_z distribuita sulla superficie inferiore, come mostrato nelle figure 1.5-1 ed 1.5-2. E' da notare che mentre la pressione P_z è necessaria per equilibrare la forza peso ed una eventuale componente assiale della forza di origine magnetica, la pressione P_r contribuisce ad equilibrare la componente radiale della forza di origine magnetica, ma non è strettamente necessaria a tale scopo. Infatti, se le caratteristiche meccaniche del materiale sono adeguate, la componente radiale della forza magnetica può venire equilibrata dal solo stato tensionale presente all'interno della bobina. Si suppone che nella direzione azimutale, lo stato tensionale presente nella bobina sia caratterizzato dalla sola pressione T , il cui valore, per la simmetria assiale del sistema, non dipende dall'angolo azimutale. Come si vede dalla figura 1.5-1, la componente radiale della pressione T risulta non nulla ed imponendo l'equilibrio nella direzione radiale delle forze agenti sul segmento di bobina considerato, mediante semplici considerazioni geometriche, considerando i valori medi delle pressioni T e P_r , rispettivamente indicati con i simboli $\langle T \rangle$ e $\langle P_r \rangle$, si ottiene :

$$\Delta F_r = 2 \langle T \rangle a b \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) + \langle P_r \rangle b \left(R + \frac{a}{2}\right) \Delta\varphi \quad (1.5-6)$$

da cui, passando al limite per $\Delta\varphi$ tendente a zero, si ottiene :

$$\langle T \rangle = \frac{F_r}{a b} - \frac{\langle P_r \rangle}{a} \left(R + \frac{a}{2}\right) \quad (1.5-7)$$

Il massimo valore della tensione interna $\langle T \rangle$ si ottiene quindi in assenza del vincolo nella direzione radiale e vale :

$$\langle T \rangle_{\max} = \frac{F_r}{a b} \quad (1.5-8)$$

2. SISTEMA TOROIDALE .

La figura 2.1 mostra la sezione equatoriale delle bobine superconduttrici dello SMES, nel caso che il sistema sia costituito da 8 solenoidi in configurazione toroidale ; in questo caso tutte le bobine sono collegate in serie e quindi percorse dalla stessa corrente.

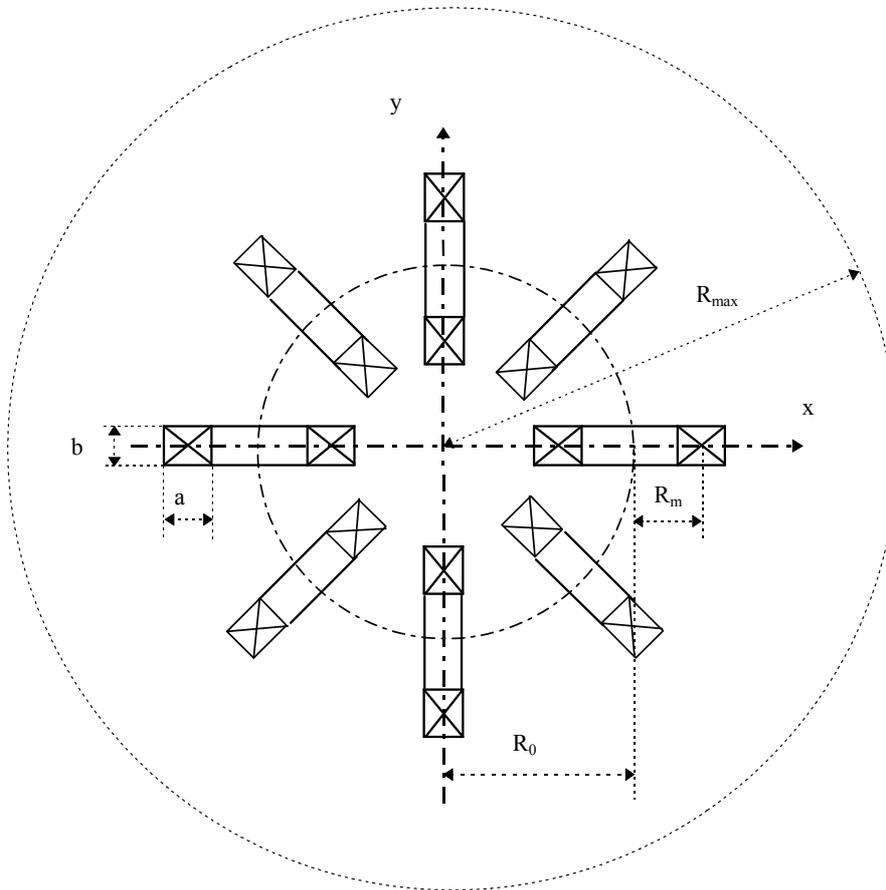


Figura 2-1 Sezione, in un piano equatoriale, di un sistema costituito da 8 solenoidi in configurazione toroidale.

La metodologia impiegata per il calcolo delle grandezze elettromagnetiche di un sistema così costituito è descritta dettagliatamente nella bibliografia [10].

Le incognite del sistema sono (vedi anche la figura 2-1):

- il raggio maggiore del toro (R_0)
- il raggio medio di ciascun solenoide (R_m) ;
- la dimensione assiale della sezione di ciascun solenoide (b) ;
- la dimensione radiale della sezione di ciascun solenoide (a) ;
- la densità di corrente in ciascun solenoide (J) .

Il problema di progetto presenta quindi 5 incognite.

I vincoli di cui è necessario tenere conto nella fase di progetto sono gli stessi che sono già stati considerati per il sistema assial-simmetrico. I vincoli di progetto e di natura tecnologica si

esprimono esattamente come nel caso assial-simmetrico (1-1, 1-2, 1-3a o 1-3b). I vincoli di natura geometrica hanno invece la seguente espressione :

$$\left(R_0 - R_m - \frac{a}{2} \right) \tan\left(\frac{\pi}{N_s} \right) \geq \frac{b}{2} + \delta \quad (2-1)$$

dove δ è la minima distanza ammessa tra due solenoidi.

Gli obiettivi del progetto sono gli stessi del caso del sistema assial-simmetrico.

2.1 FORMULAZIONE DEL PROBLEMA.

Analogamente a quanto fatto per il sistema assial-simmetrico, il problema di progetto dello SMES viene ricondotto alla soluzione di un problema di ottimizzazione non lineare vincolato (vedi 2.1-1) che viene risolto numericamente facendo uso di metodi deterministici e/o stocastici.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n} f(\mathbf{x}) \quad \text{con i vincoli:} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \quad , \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \mathbf{x}_A \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_B \end{aligned} \quad (2.1-1)$$

FORMULAZIONE A1.

Incognite

Le n componenti del vettore \mathbf{x} delle incognite sono le 4 variabili che definiscono la geometria delle bobine, la densità di corrente ed il raggio R_{\max} e la coordinata Z_{\max} che individuano l'ingombro del dispositivo (vedi figura 2-1) :

$$\mathbf{x} = [R_{\max}, \eta, R_0, R_m, a, b, J]^T \quad (2.1-2)$$

dove

$$\eta = \frac{Z_{\max}}{R_{\max}}$$

Si preferisce fare uso della variabile η anziché direttamente di Z_{\max} , per gli stessi motivi indicati nel paragrafo 1.1.

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo è data dalla sezione longitudinale del dispositivo (vedi 2.1-3).

$$f = 4 R_{\max} Z_{\max} \quad (2.1-3)$$

Vincoli

Il vincolo sulla energia accumulata fornisce la prima componente del vettore \mathbf{g} (vedi 2.1-4).

$$g_1 = \frac{E_m(\mathbf{x})}{E_0} - 1 \quad (2.1-4)$$

Per garantire che siano soddisfatti i **vincoli sul campo disperso**, si considera l'intersezione con la superficie esterna Ω di un piano contenente l'asse verticale del dispositivo e situato simmetricamente rispetto a due qualsiasi bobine (vedi figura 2.1-1, traccia A-A). Su tale intersezione vengono scelti 17 punti come illustrato nella figura 1.1-2.

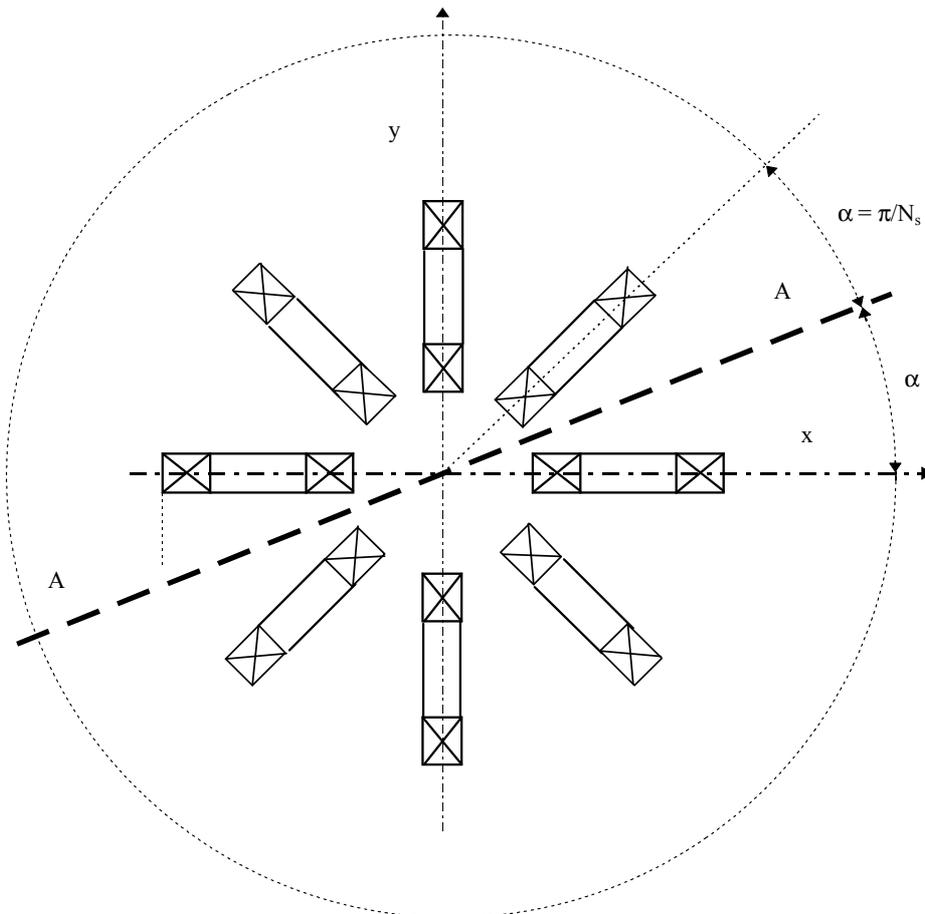


Figura 2.1-1 Vista in sezione del piano su cui viene calcolato il campo disperso.

Per ciascuno di tali punti si fa uso della relazione 1-2, ottenendo così 17 componenti del vettore \mathbf{g} :

$$\mathbf{g}_k = 1 - \left[\frac{B(r_m, z_m)}{B_{\max}} \right]^2 \quad (2.1-5)$$

$$m = 1, \dots, 17 \quad ; \quad k = 1 + m$$

Per garantire che vengano soddisfatti i **vincoli di natura tecnologica**, per il primo solenoide del sistema (ogni solenoide presenta la stessa mappa di campo), vengono scelti i 9 punti rappresentati nella figura 2.1-2.

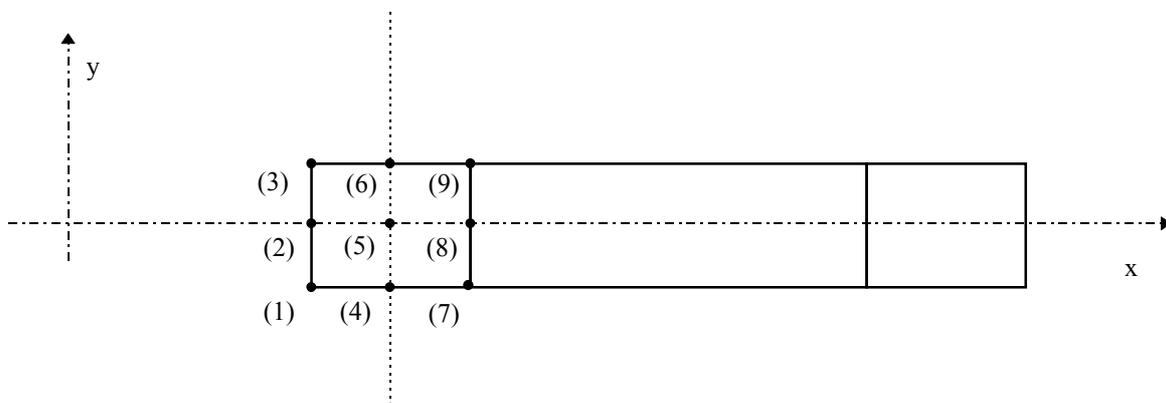


Figura 2.1-3 Punti del primo solenoide in cui vengono imposti i vincoli tecnologici.

Per ciascuno dei punti indicati vengono considerate le relazioni 1-3 da cui vengono ricavate 2 componenti del vettore \mathbf{g} :

$$\mathbf{g}_k = \alpha^2 - \left[\frac{J}{J_n(B_r(r_m, z_m))} \right]^2 ; \quad \mathbf{g}_{k+1} = \alpha^2 - \left[\frac{J}{J_p(B_z(r_m, z_m))} \right]^2 \quad (2.1-6)$$

$$m = 1, \dots, 9 ; \quad k = 18 + 2(m - 1) + 1$$

I **vincoli di natura geometrica** si traducono nella seguente relazione :

$$\mathbf{g}_{k_0} = \left(R_0 - R_m - \frac{a}{2} \right) \tan\left(\frac{\pi}{N_s} \right) - \frac{b}{2} - \delta , \quad k_0 = 18 + 2(m - 1) + 2 \quad (2.1-7)$$

FORMULAZIONE B1.

Incognite

Le componenti del vettore \mathbf{x} delle incognite sono le sole 4 variabili che definiscono la geometria delle bobine ed il valore della densità di corrente nelle stesse:

$$\mathbf{x} = [R_0, R_m, a, b, J]^T \quad (2.1-8)$$

In questo caso R_{\max} e Z_{\max} , cioè le dimensioni del dispositivo, sono dei dati del progetto.

Funzione obiettivo

La funzione obiettivo è data dal volume occupato dalle bobine superconduttrici :

$$f = 2 \pi \sum_{i=1}^N R_i \cdot a_i \cdot b_i \quad (2.1-9)$$

Vincoli

Per quanto riguarda i vincoli di progetto, tecnologici e geometrici, valgono le stesse considerazioni e le stesse relazioni scritte nel caso della formulazione A1 (vedi relazioni 2.1-4, 2.1-5, 2.1-6, 2.1-7).

2.2 SOLUZIONE DEL PROBLEMA.

Per la soluzione numerica del problema 2.1-1, si fa uso della stessa metodologia utilizzata per la soluzione del problema 1.1-1 (caso assial-simmetrico, par. 1.2).

2.3 Calcolo delle forze di natura magnetica

La densità volumetrica di forza all'interno di un generico solenoide del sistema nella configurazione toroidale si presenta più complessa che nel caso del sistema nella configurazione assial-simmetrica ; infatti, a causa della mancanza di qualsiasi simmetria, risulta :

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = (J_y B_z - J_z B_y) \mathbf{u}_x + (J_z B_x - J_x B_z) \mathbf{u}_y + (J_x B_y - J_y B_x) \mathbf{u}_z \quad (2.3-1)$$

Il calcolo dello stato tensionale all'interno della bobina può essere fatto, anche trascurando le reazioni vincolari della struttura di contenimento meccanica, solo analizzando l'intera bobina. Una valutazione in eccesso rispetto al valore reale della tensione interna può essere calcolata, supponendo che per ciascun solenoide valga la assial-simmetrica, con un valore di componente radiale dell'integrale della densità di forza volumetrica sulla sezione pari al valore massimo calcolabile dalla 2.3-1 nella sezione mostrato nella figura 2.3-1.

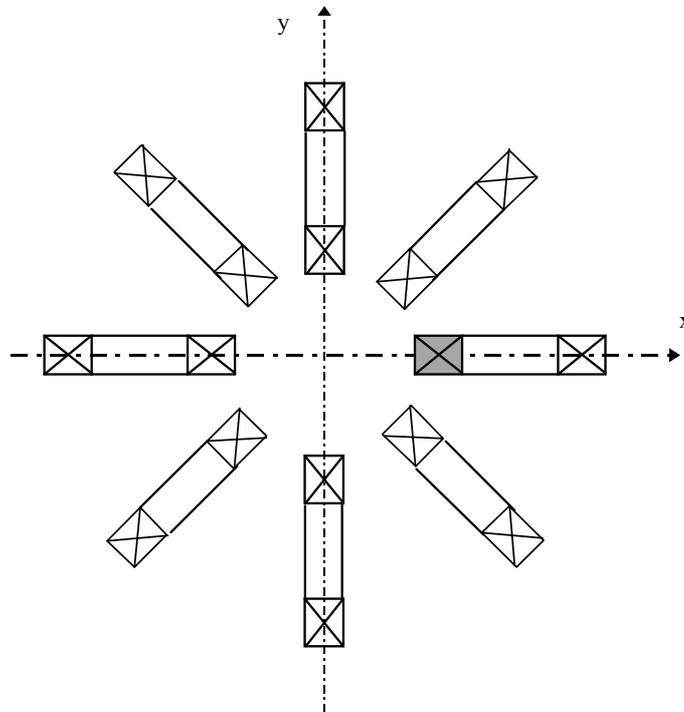


Figura 2.3-1 Sezione utilizzata per il calcolo della tensione normale nei solenoidi.

Risulta quindi :

$$\langle T \rangle_{\max} = - \frac{F_x}{a b} \quad (2.3-2)$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] W. Nick, K. Prescher, "Basic Design Considerations for Medium-Size Superconducting Magnetic Energy Storage System (SMES)", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, N. 4, July 1996, pp. 2268-2271.
- [2] P. Alotto, A.V. Kuntsevitch, Ch. Magele, G. Molinari, C. Paul, K. Preis, M. Repetto, K.R. Richter, "Multiobjective Optimization in Magnetostatics: A Proposal for Benchmark Problems", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, N. 3, May 1996, pp. 1238-1241.
- [3] TEAM Benchmark Problem 8, "SMES Optimisation Benchmark".
- [4] A. Formisano, R. Martone, F. Villone, "Optimization of the Magnetostatic Field in SMES Devices", *****.
- [5] G. Schonwetter, "SMES Solenoids with Reduced Stray Field", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 30, N. 4, July 1994, pp. 2636-2639.
- [6] A. Ishiyama, K. Shimizu, A. Sakahara, "An Optimal Design Method for Multi-section Superconducting Magnets using Modified Simulated Annealing", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 30, N. 5, September 1994, pp. 3435-3438.
- [7] G. Fresacher, G. Schonwetter, J. Gerhold, "Actively shielded transportable SMES-Systems", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, N. 4, July 1996, pp. 2349-2351.
- [8] Y. Sato, S. Nomura, T. Osaki, J. Kondoh, R. Shimada, S. Hanai, T. Hamajima, "Optimization of a Force-balanced Coil for SMES", presentato alla MT-15 Conference, October 20-24, 1997, Beijing, China.
- [9] T. Ezaki, T. Suenaga, A. Kocho, Y. Horiuchi, F. Irie, "Design Studies on Modified D-Shaped Toroidal Coils for a Medium Scale SMES", presentato alla MT-15 Conference, October 20-24, 1997, Beijing, China.
- [10] P.L. Ribani, "MAG3DS-SUB: routines per il calcolo delle grandezze elettromagnetiche in sistemi stazionari con geometria semplice", I rapporto, Aprile 1998, Dipartimento di Ingegneria Elettrica Università degli Studi di Bologna.
- [11] J.Paasi, M. Lahtinen, J. Lethonen, R. Mikkonen, L. Soderlund, "Design of HTS Magnets for μ -SMES Applications: Differences to Classical Principles, presentato alla MT-15 Conference, October 20-24, 1997, Beijing, China.
- [12] R. Mikkonen, M. Lahtinen, J. Lehtonen, J. Pasi, B. Connor, S.S. Kalsi, "Design considerations of HTS μ -SMES", Applied Superconductivity 1997, Vol.2, pp. 1483-1486, Inst. Phys. Conf. Ser. No 158.
- [13] J. Pasi, M. Lahtinen, J. Lehtonen, R. Mikkonen, B. Connor, S.S. Kalsi, "Special features of HTS magnet design", Applied Superconductivity 1997, Vol.2, pp. 1659-1662, Inst. Phys. Conf. Ser. No 158.
- [14] M. Daumling, R. Flukiger, "Factors determining the magnetic field generated by a solenoid made with a superconductor having critical current anisotropy", Cryogenics, Vol. 35, 1995, pp. 867-870.
- [15] CEI ENV 50166-1, "Esposizione umana ai campi elettromagnetici. Bassa frequenza", Norma Europea Sperimentale, prima edizione, maggio 1995.
- [16] K. Schittkowski, "NLPQL: A Fortran Sobroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems", Annals of Operations Research, Vol. 5, No. 6, pp. 485-500, 1985.
- [17] A. Gottvald, K. Preis, C. Magele, O. Biro, A. Savini, "Global Optimization Methods for Computational Electromagnetics", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 28, No. 2, March 1992.