

# ANALISI DEI CIRCUITI MULTIFASE CON IL METODO DEI VETTORI DI SPAZIO MULTIPLI

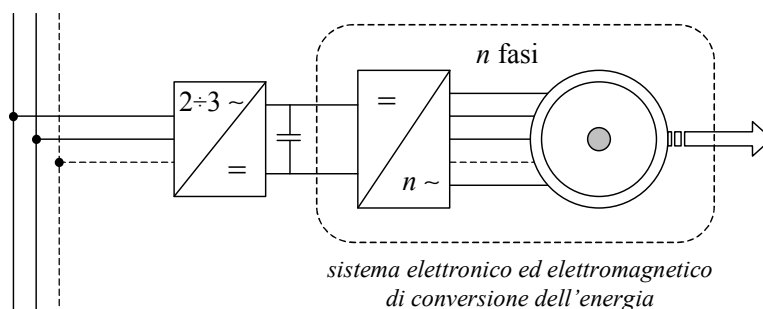
*Gabriele Grandi, Angelo Tani*

Dipartimento di Ingegneria Elettrica  
*Alma Mater Studiorum* - Università di Bologna  
viale Risorgimento 2, 40136 - Bologna

Nel 1918 Charles Le Geyt Fortescue pubblicò sulle *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* (AIEE) il famoso trattato “Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase Networks”, pietra miliare per lo studio dei sistemi polifase in regime sinusoidale [1]. La trasformazione proposta da Fortescue divenne presto nota come il “metodo delle sequenze”, la cui applicazione ha contribuito alla miglior comprensione ed alla semplificazione dell’analisi dei sistemi trifase.

Da alcuni decenni una trasformazione analoga a quella proposta da Fortescue è stata applicata ai valori istantanei delle grandezze trifase piuttosto che ai fasori rappresentativi del regime sinusoidale, estendendo di fatto il campo di applicazione ai transitori ed in generale a sistemi trifase in regime qualsiasi. Tale metodo di analisi ha preso il nome di metodo dei “vettori di spazio” [2], [3], ed il piano complesso di rappresentazione di tali vettori è detto “piano  $d-q$ ”.

Grazie al formidabile sviluppo dei sistemi digitali e dell’elettronica di potenza, è stata recentemente rivisitata la struttura degli azionamenti inverter-motore, che costituiscono una delle più diffuse applicazioni per i circuiti elettronici di potenza. In particolare, il numero  $n$  delle fasi del gruppo inverter-motore può assumere il significato di “variabile interna” ed essere utilizzato come un ulteriore “grado di libertà” per il dimensionamento ottimale del sistema di conversione. Si è quindi riaperto l’interesse nei confronti dei circuiti elettrici con un elevato numero di fasi, con particolare riferimento a sistemi di grossa potenza (si pensi, ad esempio, alla trazione ferroviaria ed alla propulsione elettrica navale).



Sia il metodo delle sequenze proposto da Fortescue sia il metodo dei vettori di spazio possono essere estesi al caso di sistemi multifase ( $n > 3$ ). L’Unità di ricerca di Bologna si è occupata dello studio e della formulazione di tali trasformazioni con riferimento a circuiti elettrici con un numero di fasi  $n$  qualsiasi, ponendo in evidenza le proprietà e le analogie tra questi due approcci [4].

In generale, lo studio di sistemi ad  $n$  fasi comporta l’introduzione di  $n$  componenti simmetriche di sequenza 0, 1, 2, ...,  $n-1$ .

Nel caso della trasformata di Fortescue, la trasformazione è applicata a  $n$  variabili complesse (fasori delle grandezze di fase) e le  $n$  sequenze risultanti corrispondono a variabili complesse tra loro indipendenti. E' possibile definire un numero ridotto di sequenze,  $r = (n-1)/2$  per  $n$  dispari, individuando sequenze omologhe dirette ed inverse:  $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm r$ . E' stato mostrato in [4] come le proprietà di tali sequenze costituiscono un'estensione delle note proprietà delle sequenze per il caso trifase:  $0, \pm 1$ . E' stata inoltre evidenziata l'analogia formale tra la trasformata di Fortescue e la trasformata di Fourier discreta (DFT), applicata ad un'ennupla di grandezze complesse. Si tratta in effetti di considerare delle sequenze, nel caso di Fortescue, piuttosto che delle frequenze, come nel caso di Fourier.

Nel caso dei vettori di spazio, la trasformazione è applicata a  $n$  variabili reali (valori istantanei delle grandezze di fase,  $x_k$ ) e gli  $n$  vettori di spazio risultanti  $\bar{x}_{S_h}$  corrispondono a variabili complesse (a meno della omopolare) che non sono tra loro indipendenti:

$$\bar{x}_{S_h} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k e^{jh(k-1)2\pi/n}, \quad h = 0, 1, \dots, n-1; \quad x_k = \sum_{h=0}^{n-1} \bar{x}_{S_h} e^{-jh(k-1)2\pi/n}, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

In particolare, utilizzando la precedentemente indicizzazione ( $n$  dispari):  $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm r$ , si ha che i vettori di spazio di omologa sequenza diretta ed inversa risultano complessi coniugati:  $\bar{x}_{S_{+h}} = \bar{x}_{S_{-h}}^*$ . Il sistema multifase può quindi essere descritto da un ridotto numero di vettori, pari a  $r = (n-1)/2$ . Si parla in questo caso di vettori di spazio di sequenza  $0, 1, 2, \dots, r$ , ovvero di vettori di spazio "multipli", ciascuno riferito ad un proprio piano complesso di rappresentazione:  $d_1-q_1, d_2-q_2, \dots, d_r-q_r$ .

Anche le proprietà dei vettori di spazio possono essere mutate da quelle della DFT, ora applicata ad un'ennupla di grandezze reali. Inoltre, in [4] è stata evidenziata la relazione tra le sequenze di Fortescue ed i corrispondenti vettori di spazio nel caso di grandezze di fase con forme d'onda sinusoidali isofrequenziali.

Il metodo dei vettori di spazio risulta particolarmente utile per lo studio sia delle macchine sia degli inverter multifase, in quanto consente di esprimere le equazioni di interesse con un elegante ed efficace formalismo vettoriale, evidenziando simmetrie e proprietà del sistema che solitamente sfuggono utilizzando come grandezze di riferimento quelle delle singole fasi.

In particolare, l'Unità di Bologna si occupa attualmente dello sviluppo di tecniche di modulazione vettoriale (SVM) per inverter a cinque ed a sette fasi [5].

## Riferimenti bibliografici

- [1] C.L. Fortescue, "Method of Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Poly-phase Networks," *AIEE Trans.*, vol. 37, pp. 1027-1140, 1918.
- [2] P. K. Kovács, "Transient Phenomena in Electrical Machines", *Elsevier Science Publishers, Amsterdam*, 1984 (Budapest, 1959, in german).
- [3] D. W. Novotny and J. H. Wouterse, "Induction machine transfer functions and dynamic response by means of complex time variables," *IEEE Trans. Power Apparatus Systems*, vol. PAS-95, pp. 1325-1333, July/Aug. 1976.
- [4] G. Grandi, G. Serra, A. Tani, "General analysis of multi-phase systems based on space vector approach," *Proc. of 12th Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC)*, Portoroz (Slovenia), Aug. 30 - Sept. 1, 2006.
- [5] G. Grandi, G. Serra, A. Tani: "Space Vector Modulation of a Seven-Phase Voltage Source Inverter", *Proc. of International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, Taormina (IT), 23-26 May, 2006.