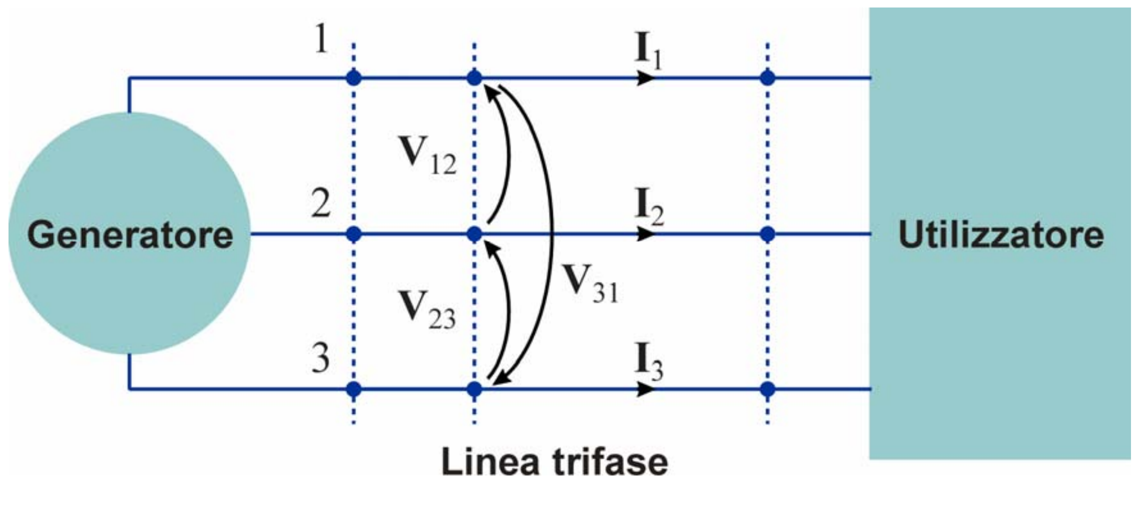
Sistemi trifase

Parte 1

www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm
(versione del 25-2-2018)

Sistemi trifase

- Il trasporto e la distribuzione di energia elettrica avvengono in prevalenza per mezzo di linee trifase
- Un sistema trifase è alimentato mediante generatori a tre terminali rappresentabili mediante terne di generatori sinusoidali isofrequenziali
- Il collegamento tre i generatori e gli utilizzatori è realizzato mediante linee di collegamento a tre fili



Correnti di linea e tensioni concatenate

- **Correnti di linea**
  - Correnti nei tre conduttori della linea
  - Dalla legge di Kirchhoff per le correnti si ricava

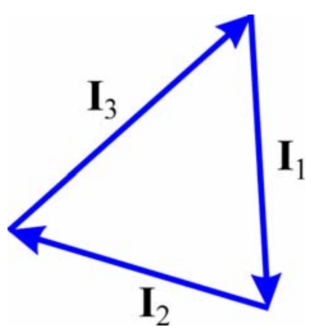
$$\mathrm{i}_1(t) + \mathrm{i}_2(t) + \mathrm{i}_3(t) = 0 \qquad\qquad \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 0$$

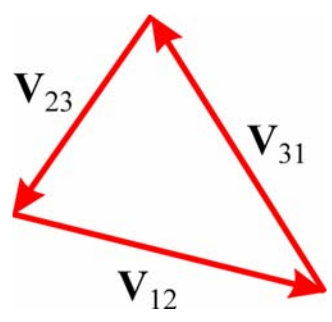
- **Tensioni concatenate**
  - Tensioni tra i conduttori in una generica sezione della linea
  - Se l'impedenza della linea è trascurabile le tensioni concatenate non dipendono dalla sezione considerata
  - Dalla legge di Kirchhoff per le tensioni si ricava

$$\mathrm{v}_{12}(t) + \mathrm{v}_{23}(t) + \mathrm{v}_{31}(t) = 0 \qquad\qquad \mathbf{V}_{12} + \mathbf{V}_{23} + \mathbf{V}_{31} = 0$$

Correnti di linea e tensioni concatenate

- Nel piano complesso, i fasori delle correnti di linea e delle tensioni concatenate possono essere rappresentati da tre vettori disposti a triangolo (➡ somma vettoriale nulla)





Terne di tensioni simmetriche

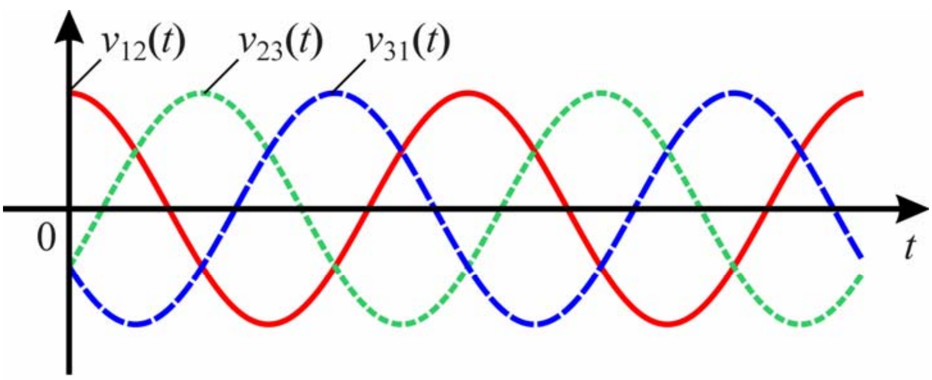
- Una terna di tensioni trifase si dice **simmetrica** se
  - le tensioni hanno uguale ampiezza
  - la loro somma è nulla in ogni istante
- Ciò richiede che lo sfasamento tra due tensioni consecutive sia
  - $-\frac{2}{3}\pi$ ➡ **terna simmetrica diretta**

$$v_{12}(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12})$$
$$v_{23}(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12} - \tfrac{2}{3}\pi)$$
$$v_{31}(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12} - \tfrac{4}{3}\pi) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12} + \tfrac{2}{3}\pi)$$

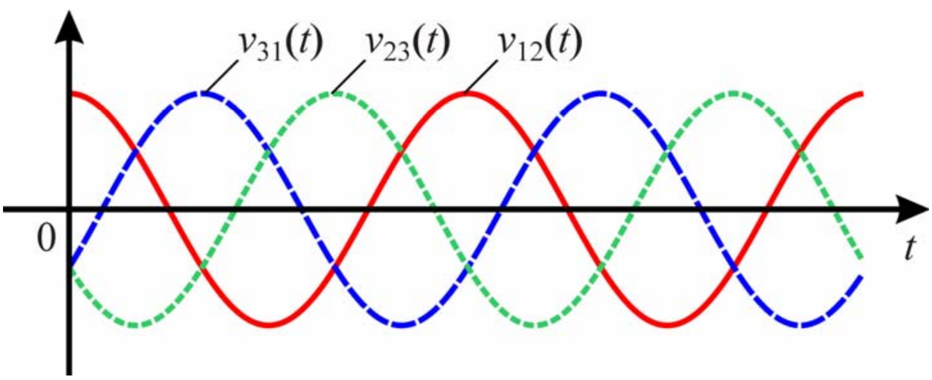
  - $+\frac{2}{3}\pi$ ➡ **terna simmetrica inversa**

$$v_{12}(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12})$$
$$v_{23}(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12} + \tfrac{2}{3}\pi)$$
$$v_{31}(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12} + \tfrac{4}{3}\pi) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \alpha_{12} - \tfrac{2}{3}\pi)$$

Terne di tensioni simmetriche



Terna diretta



Terna inversa

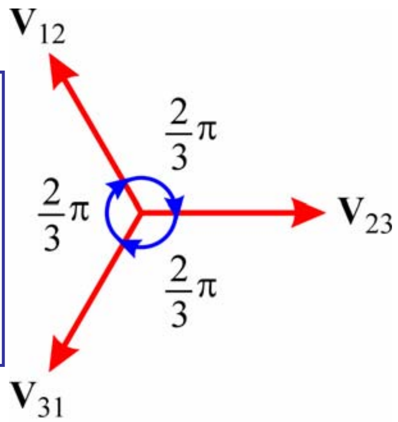
Terne di tensioni simmetriche

Terna diretta

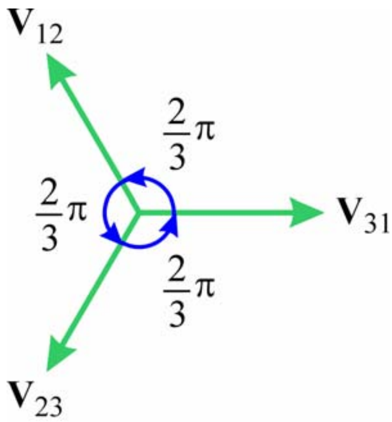
$$\mathbf{V}_{12} = Ve^{j\alpha_{12}}$$

$$\mathbf{V}_{23} = \mathbf{V}_{12}e^{-j\frac{2}{3}\pi}$$

$$\mathbf{V}_{31} = \mathbf{V}_{12}e^{j\frac{2}{3}\pi}$$



Terna inversa

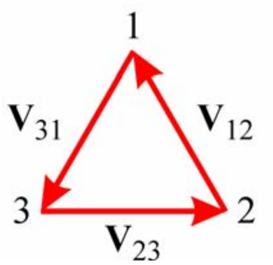


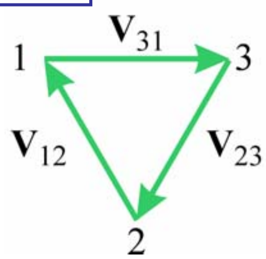
$$\mathbf{V}_{12} = Ve^{j\alpha_{12}}$$

$$\mathbf{V}_{23} = \mathbf{V}_{12}e^{j\frac{2}{3}\pi}$$

$$\mathbf{V}_{31} = \mathbf{V}_{12}e^{-j\frac{2}{3}\pi}$$

$$\boxed{\mathbf{V}_{12} + \mathbf{V}_{23} + \mathbf{V}_{31} = 0}$$

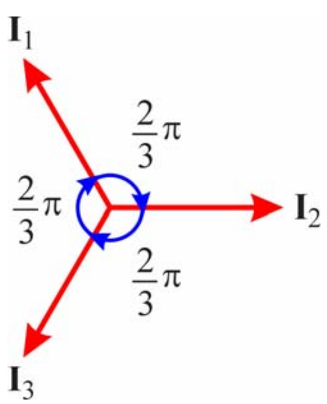


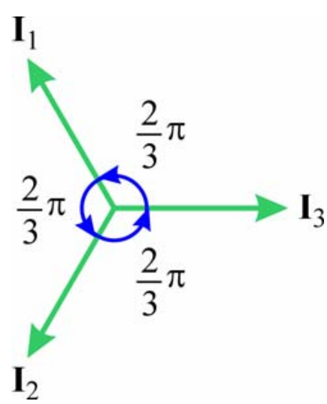


Terne di correnti equilibrate

- Una terna di correnti trifase si dice **equilibrata** se
  - le correnti hanno uguale ampiezza
  - la loro somma è nulla in ogni istante
- Per le terne di correnti equilibrate valgono considerazioni analoghe a quelle fatte per le terne di tensioni simmetriche
- Lo sfasamento tre due correnti consecutive di una terna equilibrata può essere $-2\pi/3$ (**terna diretta**) o $+2\pi/3$ (**terna inversa)**

Terna diretta





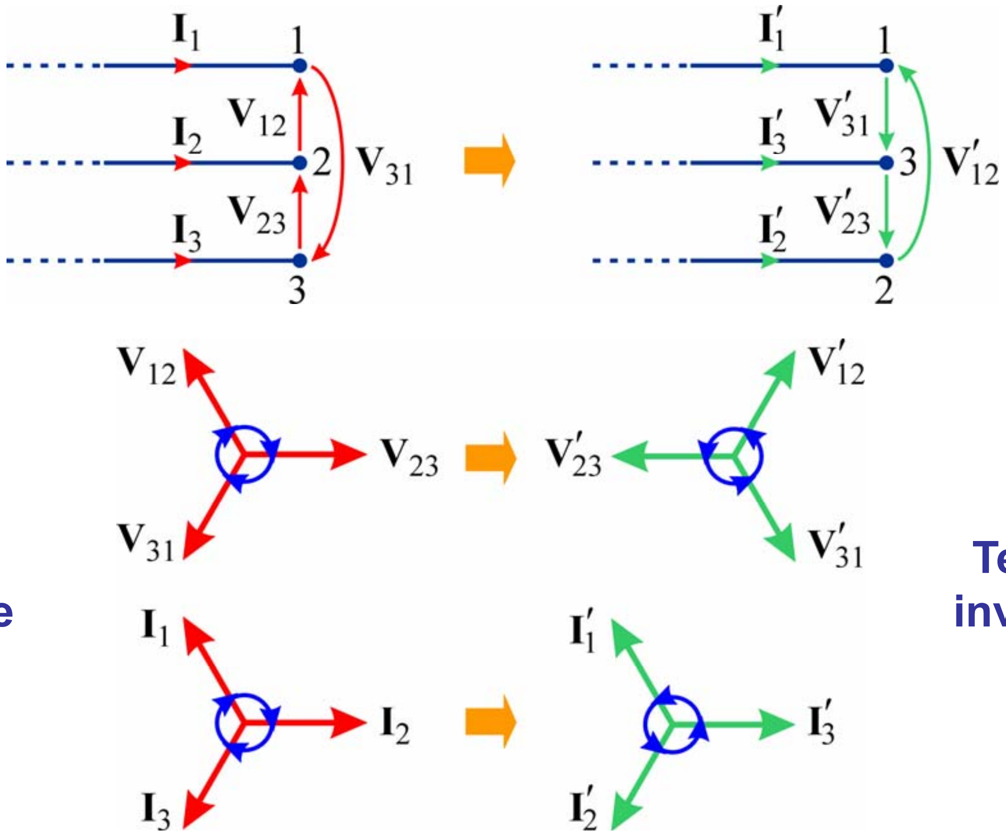
Terna inversa

Note

- Nello studio dei sistemi trifase, si utilizzeranno esclusivamente fasori il cui modulo coincide con il valore efficace (non con il valore massimo) delle tensioni e delle correnti
  - i valori efficaci delle tensioni e correnti saranno indicati con le lettere maiuscole V, E, I
- Le stesse terne di tensioni concatenate e di correnti di linea possono essere interpretate come dirette o inverse a seconda di come sono numerati i conduttori
  - ➡ In seguito, se non indicato esplicitamente, si considereranno sempre terne dirette
  - ➡ data l'arbitrarietà della numerazione dei conduttori, questo non comporta perdita di generalità

Terne dirette e inverse

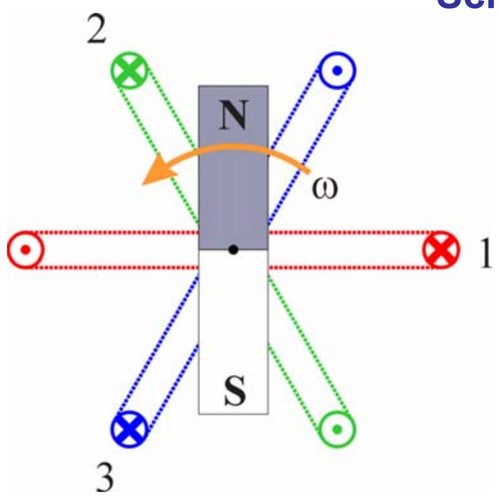
Terne dirette



Terne inverse

Generatori trifase

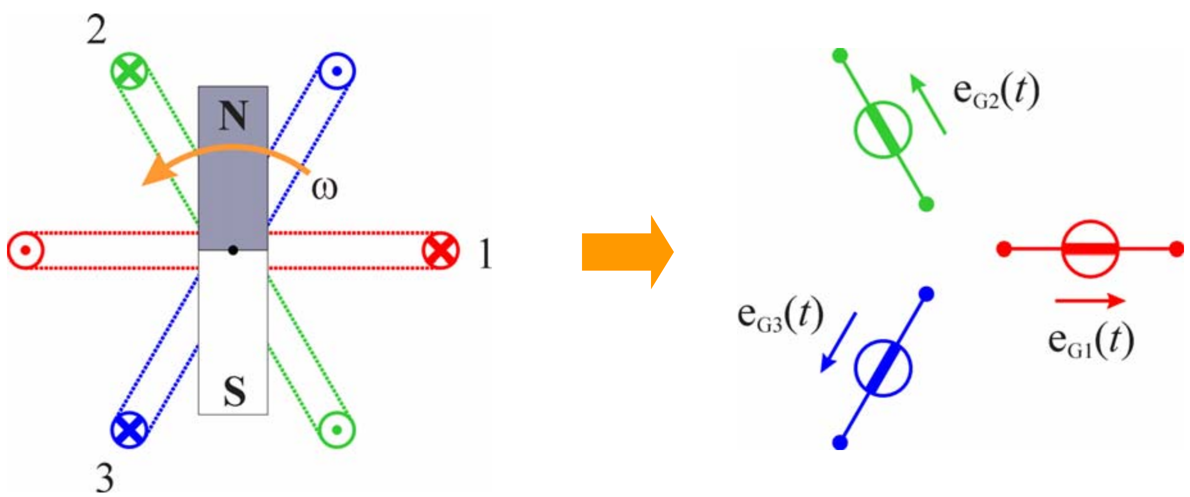
Schema di principio



- Parte mobile (**rotore**)
  - schematizzata con un magnete permanente che ruota con velocità angolare ω
- Parte fissa (**statore**)
  - tre avvolgimenti identici (rappresentati con una spira)
  - ruotati l'uno rispetto all'altro di 120°

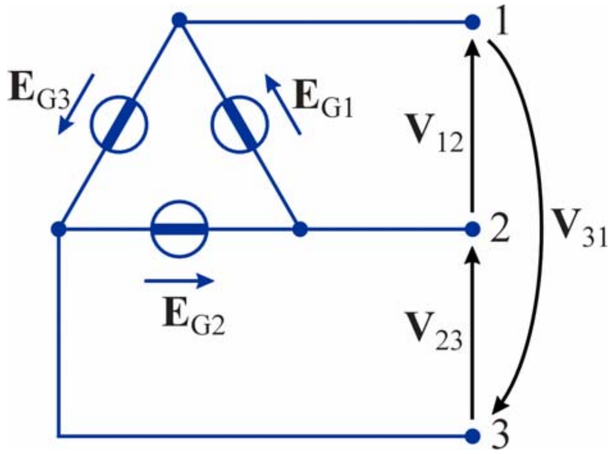
- I flussi di induzione magnetica concatenati con gli avvolgimenti sono funzioni periodiche con periodo $T = 2\pi/\omega$
- ⇨ In ciascun avvolgimento viene indotta una f.e.m. periodica
- Dimensionando opportunamente il sistema è possibile ottenere f.e.m. sinusoidali

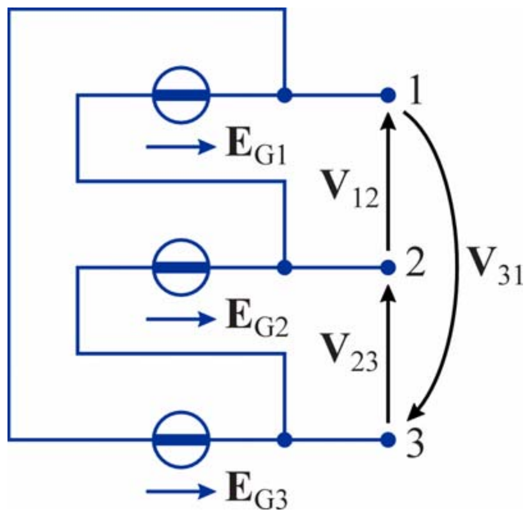
Generatori trifase



- I tre avvolgimenti (**fasi del generatore**) equivalgono a tre generatori sinusoidali con tensioni sfasate tra loro di $2\pi/3$
- Gli avvolgimenti vengono collegati a stella o a triangolo

Generatori a triangolo





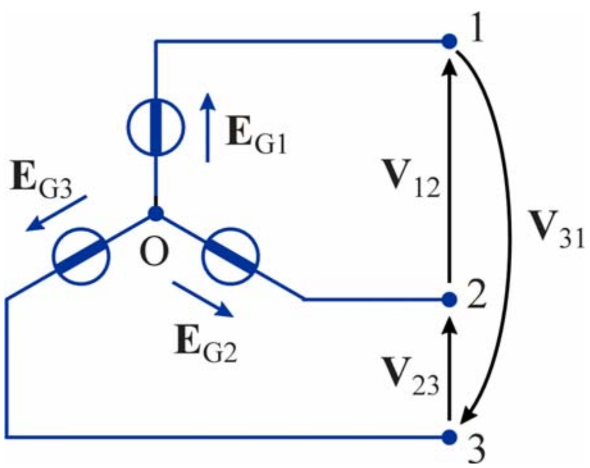
Le tensioni concatenate coincidono con le tensioni dei generatori

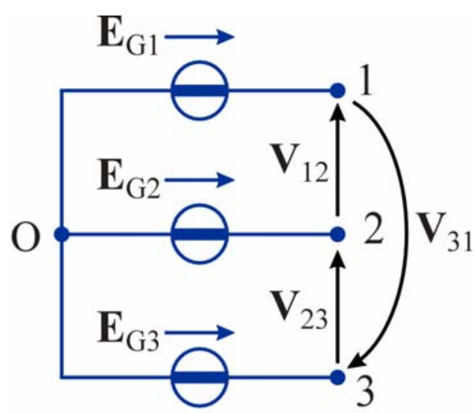
$$\mathbf{V}_{12} = \mathbf{E}_{G1} = E_G e^{j\alpha_1}$$

$$\mathbf{V}_{23} = \mathbf{E}_{G2} = \mathbf{E}_{G1} e^{-j\frac{2}{3}\pi}$$

$$\mathbf{V}_{31} = \mathbf{E}_{G3} = \mathbf{E}_{G1} e^{j\frac{2}{3}\pi}$$

Generatori a stella





Tensioni di fase (stellate)

$$\mathbf{E}_{G1} = E_G e^{j\alpha_1}$$

$$\mathbf{E}_{G2} = \mathbf{E}_{G1} e^{-j\frac{2}{3}\pi}$$

$$\mathbf{E}_{G3} = \mathbf{E}_{G1} e^{j\frac{2}{3}\pi}$$

Tensioni concatenate

$$\mathbf{V}_{12} = \mathbf{E}_{G1} - \mathbf{E}_{G2}$$

$$\mathbf{V}_{23} = \mathbf{E}_{G2} - \mathbf{E}_{G3}$$

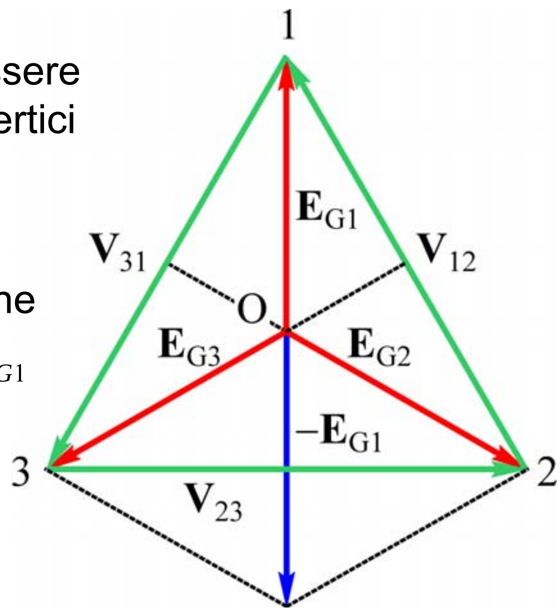
$$\mathbf{V}_{31} = \mathbf{E}_{G3} - \mathbf{E}_{G1}$$

Tensioni concatenate e tensioni di fase

- Nel piano complesso, i fasori delle tensioni concatenate possono essere rappresentati da tre vettori disposti in modo da formare un triangolo equilatero
- I fasori delle tensioni stellate possono essere rappresentati da vettori che uniscono i vertici del triangolo ad un punto O (**centro delle tensioni di fase**)
- Le tensioni stellate soddisfano la relazione

$$\mathbf{E}_{G1} + \mathbf{E}_{G2} + \mathbf{E}_{G3} = 0 \;\Rightarrow\; \mathbf{E}_{G2} + \mathbf{E}_{G3} = -\mathbf{E}_{G1}$$

➡ Quindi Il punto O coincide con il baricentro del triangolo (= punto di intersezione delle mediane)



Tensioni concatenate e tensioni di fase

- Con semplici considerazioni geometriche si può riconoscere che valgono le relazioni

$$|\mathbf{V}_{12}| = V = 2|\mathbf{E}_{G1}|\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}\,E_G$$

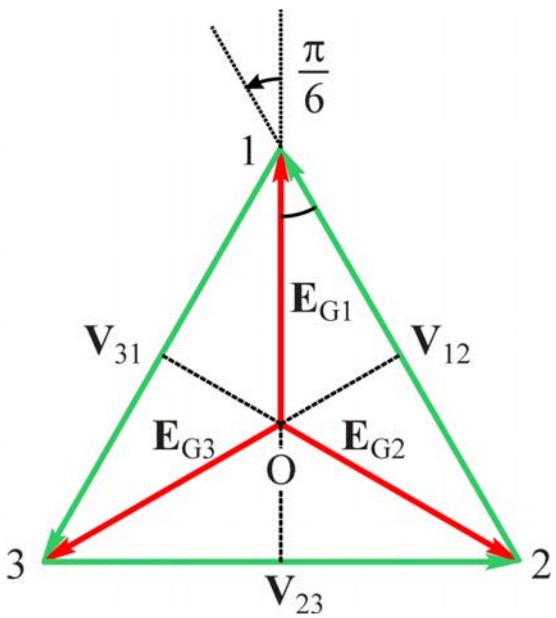
$$\arg(\mathbf{V}_{12}) = \arg(\mathbf{E}_{G1}) + \frac{\pi}{6}$$

➡ Le tensioni concatenate sono

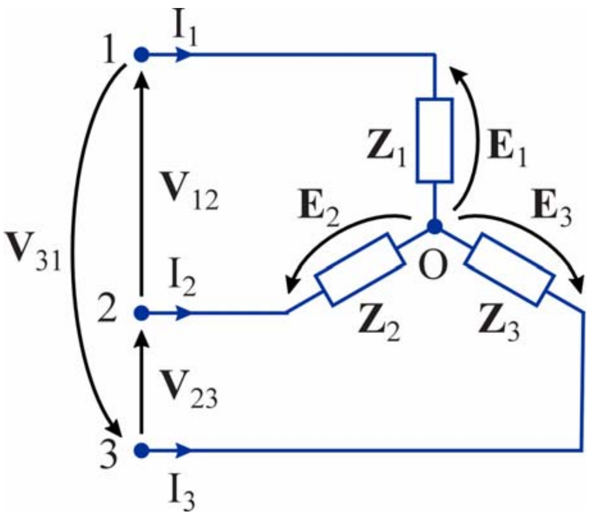
$$\mathbf{V}_{12} = \sqrt{3}\,\mathbf{E}_{G1} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

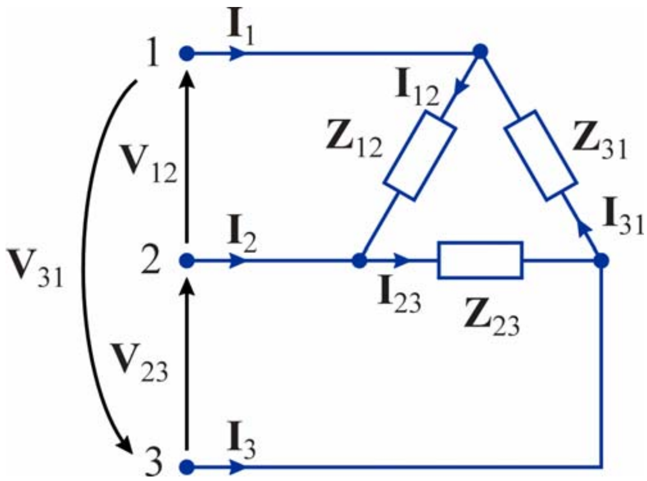
$$\mathbf{V}_{23} = \sqrt{3}\,\mathbf{E}_{G2} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\mathbf{V}_{31} = \sqrt{3}\,\mathbf{E}_{G3} e^{j\frac{\pi}{6}}$$



Utilizzatori trifase

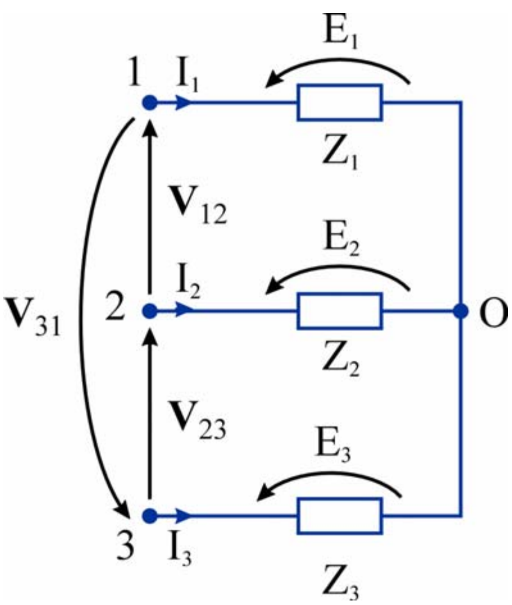


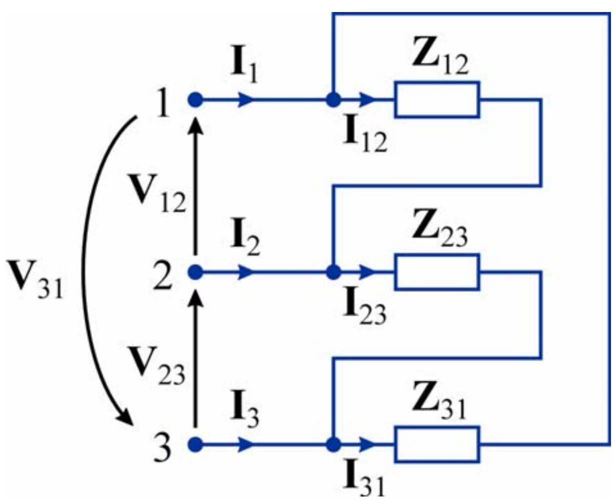


- Gli utilizzatori trifase sono normalmente rappresentabili mediante terne di impedenze (**fasi dell'utilizzatore**) collegate a stella o a triangolo

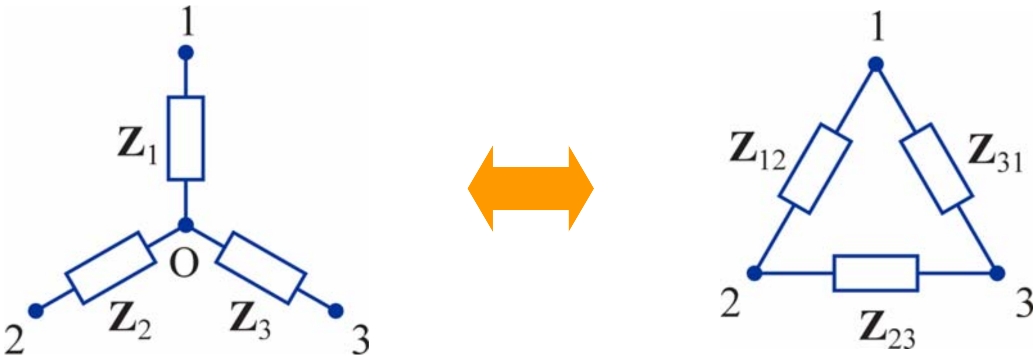
Nota

- I collegamenti a stella e a triangolo vengono rappresentati anche nel modo seguente





Equivalenza stella-triangolo

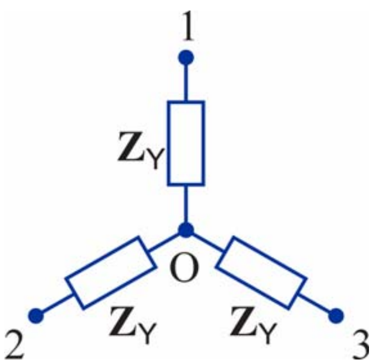


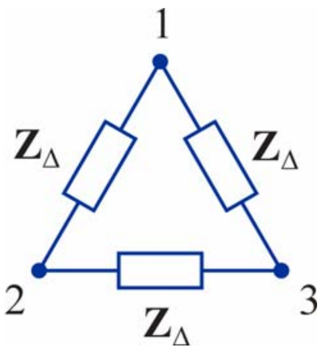
$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_{12}\mathbf{Z}_{13}}{\mathbf{Z}_{12}+\mathbf{Z}_{13}+\mathbf{Z}_{23}} \qquad \mathbf{Z}_{12} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2+\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3+\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_3}$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_{12}\mathbf{Z}_{23}}{\mathbf{Z}_{12}+\mathbf{Z}_{13}+\mathbf{Z}_{23}} \qquad \mathbf{Z}_{31} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2+\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3+\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2}$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_{13}\mathbf{Z}_{23}}{\mathbf{Z}_{12}+\mathbf{Z}_{13}+\mathbf{Z}_{23}} \qquad \mathbf{Z}_{23} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2+\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3+\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1}$$

Carichi regolari





$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}_{\mathrm{Y}} \qquad \mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{23} = \mathbf{Z}_{31} = \mathbf{Z}_{\Delta}$$

- **Carico regolare** (o **equilibrato**): le tre impedenze sono uguali
- ➡ Formule di trasformazione stella triangolo

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{Y}} = \frac{\mathbf{Z}_{\Delta}}{3} \qquad \mathbf{Z}_{\Delta} = 3\mathbf{Z}_{\mathrm{Y}}$$

Carico a triangolo

- Le tensioni delle tre impedenze coincidono con le tensioni concatenate
  - Correnti di fase:

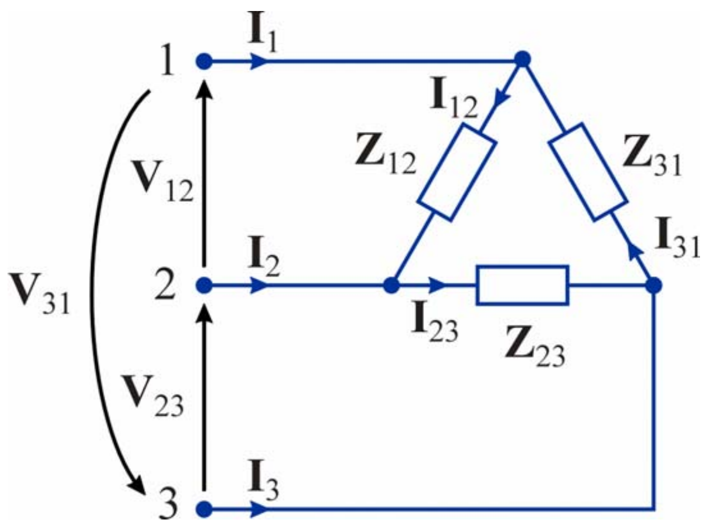
$$\mathbf{I}_{12} = \frac{\mathbf{V}_{12}}{\mathbf{Z}_{12}}$$

$$\mathbf{I}_{23} = \frac{\mathbf{V}_{23}}{\mathbf{Z}_{23}}$$

$$\mathbf{I}_{31} = \frac{\mathbf{V}_{31}}{\mathbf{Z}_{31}}$$

  - Correnti di linea:

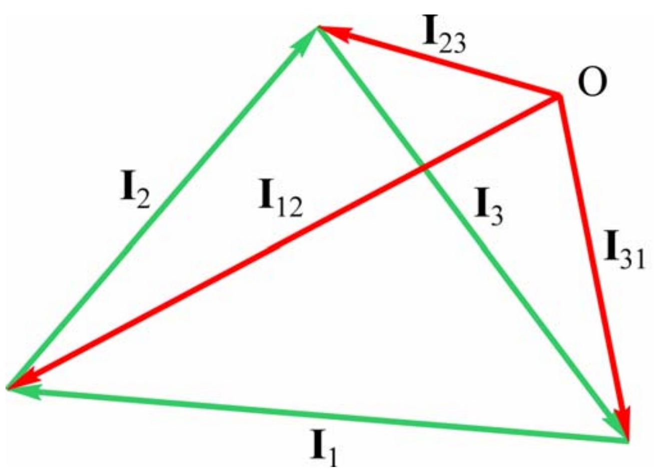
$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{12} - \mathbf{I}_{31}$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{23} - \mathbf{I}_{12}$$
$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_{31} - \mathbf{I}_{23}$$



Carico a triangolo

- Si considera il caso più generale in cui le tensioni concatenate possono essere asimmetriche e il carico può essere irregolare
- Nel piano complesso, i fasori delle correnti di fase possono essere rappresentati da tre vettori che collegano i vertici del triangolo delle correnti di linea ad un punto O

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{12} - \mathbf{I}_{31}$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{23} - \mathbf{I}_{12}$$
$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_{31} - \mathbf{I}_{23}$$

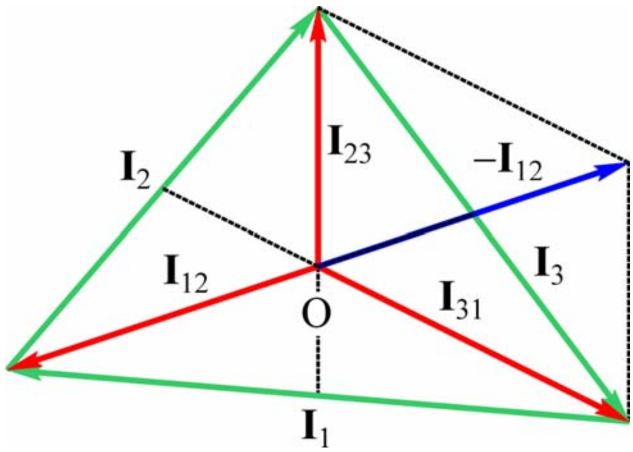


Carico a triangolo regolare

- Se il carico è regolare ($\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{23} = \mathbf{Z}_{31} = \mathbf{Z}$), anche la somma delle correnti di fase è nulla

$$\mathbf{I}_{12} + \mathbf{I}_{23} + \mathbf{I}_{31} = \frac{\mathbf{V}_{12} + \mathbf{V}_{23} + \mathbf{V}_{31}}{\mathbf{Z}} = 0$$

➡ In queste condizioni si riconosce che il punto O coincide con il baricentro del triangolo delle correnti di linea



Carico a triangolo regolare

- Nel caso generate, note le sole correnti di linea, non è possibile determinare le correnti di fase, perché le tre equazioni

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{12} - \mathbf{I}_{31}$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{23} - \mathbf{I}_{12}$$
$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_{31} - \mathbf{I}_{23}$$

  non sono indipendenti tra loro
- Nel caso di un carico a triangolo regolare è possibile ricavare le correnti di fase a partire dalle correnti di linea
- Risolvendo il sistema formato da due delle tre equazioni precedenti e dall'equazione

$$\mathbf{I}_{12} + \mathbf{I}_{23} + \mathbf{I}_{31} = 0$$

  si ottiene

$$\mathbf{I}_{12} = \frac{\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2}{3} \qquad \mathbf{I}_{23} = \frac{\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3}{3} \qquad \mathbf{I}_{31} = \frac{\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_1}{3}$$

Carico a triangolo regolare – sistema simmetrico

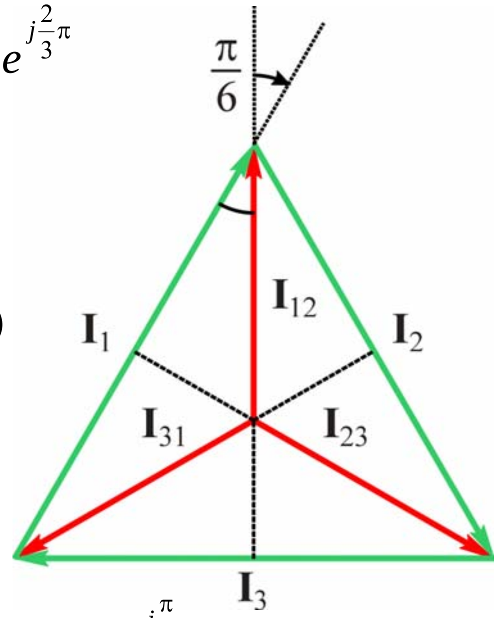
- Se il carico è regolare e le tensioni concatenate costituiscono una terna simmetrica, le correnti di fase costituiscono una terna equilibrata

$$\mathbf{I}_{12} = \frac{\mathbf{V}_{12}}{|\mathbf{Z}|} e^{-j\varphi} \qquad \mathbf{I}_{23} = \mathbf{I}_{12} e^{-j\frac{2}{3}\pi} \qquad \mathbf{I}_{31} = \mathbf{I}_{12} e^{j\frac{2}{3}\pi}$$

$$\varphi = \arg(\mathbf{Z})$$

➡ Anche le correnti di linea costituiscono una terna equilibrata (➡ il triangolo è equilatero)

➡ Con semplici considerazioni geometriche si può riconoscere che correnti di linea possono esser espresse come



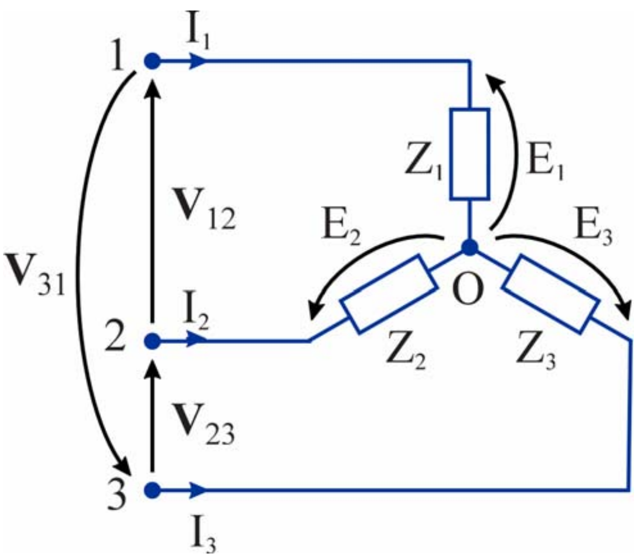
$$\mathbf{I}_1 = \sqrt{3}\,\mathbf{I}_{12} e^{-j\frac{\pi}{6}} \qquad \mathbf{I}_2 = \sqrt{3}\,\mathbf{I}_{23} e^{-j\frac{\pi}{6}} \qquad \mathbf{I}_3 = \sqrt{3}\,\mathbf{I}_{31} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

Carico a stella

- Le correnti delle impedenze coincidono con le correnti di linea
- Le correnti di linea possono essere ottenute risolvendo il sistema

$$\mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 - \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 = \mathbf{V}_{12}$$
$$\mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 - \mathbf{Z}_3\mathbf{I}_3 = \mathbf{V}_{23}$$
$$(\mathbf{Z}_3\mathbf{I}_3 - \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 = \mathbf{V}_{31})$$
$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 0$$

(La terza equazione non serve perché è conseguenza delle prime due)



- Note le correnti di linea si ricavano le tensioni di fase

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 \qquad \mathbf{E}_2 = \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 \qquad \mathbf{E}_3 = \mathbf{Z}_3\mathbf{I}_3$$

Carico a stella

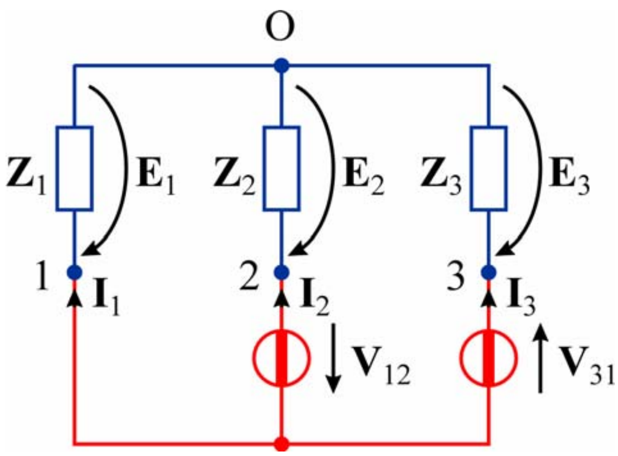
- Metodo alternativo per il calcolo delle tensioni di fase
  - Le stesse tensioni ai terminali della stella potrebbero essere ottenute mediante due soli generatori aventi tensioni uguali a due delle tensioni concatenate (come nell'esempio in figura)
  - Dalla formula di Millman si ottiene direttamente

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{Y}_2\mathbf{V}_{12} - \mathbf{Y}_3\mathbf{V}_{31}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$

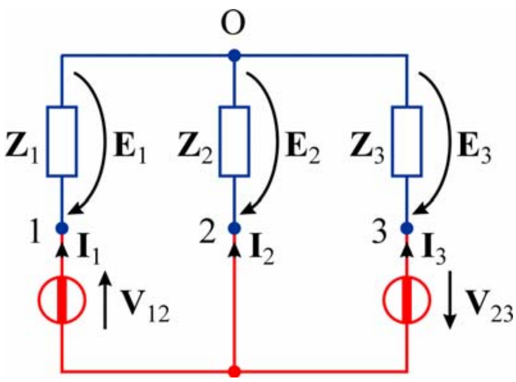
  - Quindi si ha anche

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_2\mathbf{V}_{12} - \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_1\mathbf{V}_{31}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$

  - Considerando le altre possibili coppie di generatori si possono ottenere le altre tensioni di fase

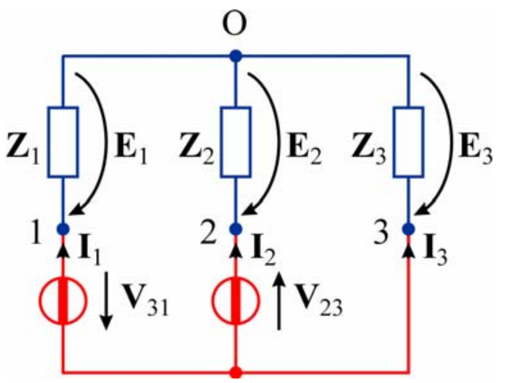


Carico a stella



$$\mathbf{E}_2 = \frac{\mathbf{Y}_3\mathbf{V}_{23} - \mathbf{Y}_1\mathbf{V}_{12}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Y}_2\mathbf{Y}_3\mathbf{V}_{23} - \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_2\mathbf{V}_{12}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$



$$\mathbf{E}_3 = \frac{\mathbf{Y}_1\mathbf{V}_{31} - \mathbf{Y}_2\mathbf{V}_{23}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_1\mathbf{V}_{31} - \mathbf{Y}_2\mathbf{Y}_3\mathbf{V}_{23}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$

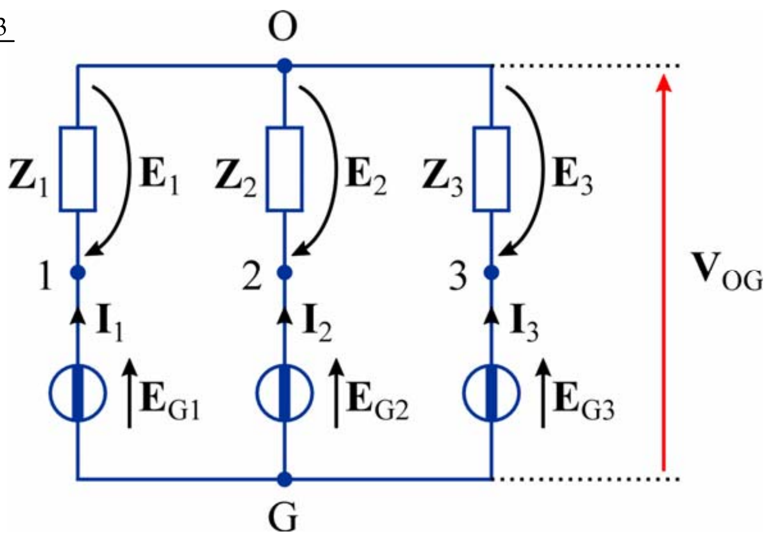
Carico a stella

- Se i generatori sono collegati a stella, è possibile ricavare le tensioni di fase del carico anche senza passare attraverso il calcolo delle tensioni concatenate
- Mediante la formula di Millman si determina la tensione tra i centri della stella di impedenze e della stella di generatori

$$\mathbf{V}_{OG} = \frac{\mathbf{Y}_1\mathbf{E}_{G1} + \mathbf{Y}_2\mathbf{E}_{G2} + \mathbf{Y}_3\mathbf{E}_{G3}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$

- Nota $\mathbf{V}_{OG}$ si calcolano le tensioni di fase del carico

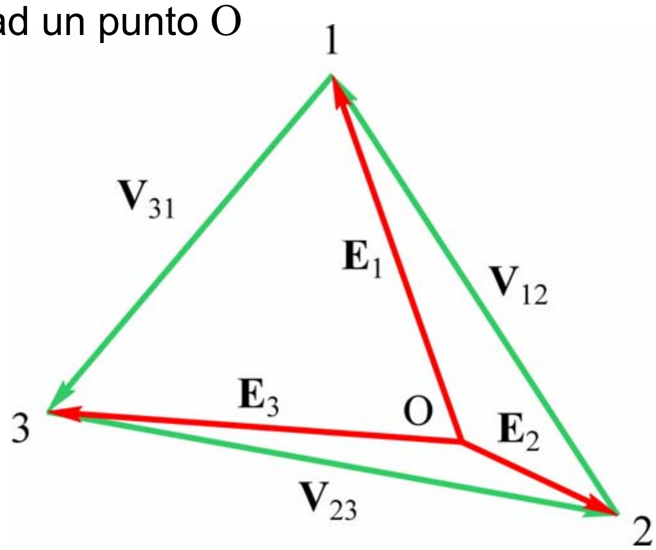
$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{G1} - \mathbf{V}_{OG}$$
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{G2} - \mathbf{V}_{OG}$$
$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{E}_{G3} - \mathbf{V}_{OG}$$



Carico a stella

- Si considera il caso più generale in cui le tensioni concatenate possono essere asimmetriche e il carico può essere irregolare
  - Dato che $\mathbf{V}_{12} + \mathbf{V}_{23} + \mathbf{V}_{31} = 0$, le tensioni concatenate possono essere rappresentate da tre vettori che formano un triangolo
  - Le tensioni di fase possono essere rappresentate da vettori che collegano i vertici del triangolo ad un punto O (**centro delle tensioni di fase**)

$$\mathbf{V}_{12} = \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2$$
$$\mathbf{V}_{23} = \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3$$
$$\mathbf{V}_{31} = \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_1$$

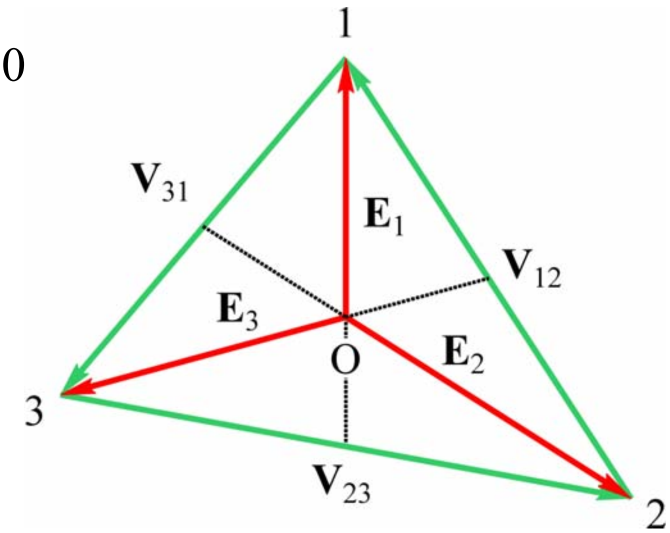


Carico a stella regolare

- Se il carico è regolare ($\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}$), anche la somma delle tensioni di fase è nulla
- Per verificarlo si esprimono le tensioni di fase in funzione delle correnti di linea

$$\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 = \mathbf{Z}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3) = 0$$

➡ In queste condizioni il centro delle tensioni di fase coincide con il baricentro del triangolo



Carico a stella regolare

- Nel caso generale, note le sole tensioni concatenate non è possibile determinare le tensioni di fase
- Nel caso di un carico a stella regolare è possibile anche ricavare le tensioni stellate direttamente dalle tensioni concatenate
- Risolvendo il sistema formato da due delle equazioni

$$\mathbf{V}_{12} = \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2$$
$$\mathbf{V}_{23} = \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3$$
$$\mathbf{V}_{31} = \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_1$$

e dall'equazione

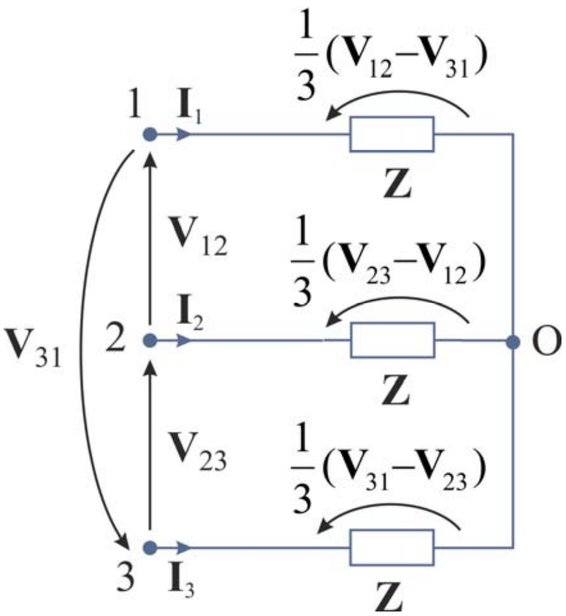
$$\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 = 0$$

si ottiene

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{V}_{12} - \mathbf{V}_{31}}{3} \qquad \mathbf{E}_2 = \frac{\mathbf{V}_{23} - \mathbf{V}_{12}}{3} \qquad \mathbf{E}_3 = \frac{\mathbf{V}_{31} - \mathbf{V}_{23}}{3}$$

Carico a stella regolare

- Si può notare che, nel caso di carico regolare, i valori delle tensioni di fase non dipendono dal valore delle tre impedenze
- ➡ Per ogni carico a stella formato da tre impedenze uguali, a parità di tensioni concatenate, si ottengono le stesse tensioni di fase



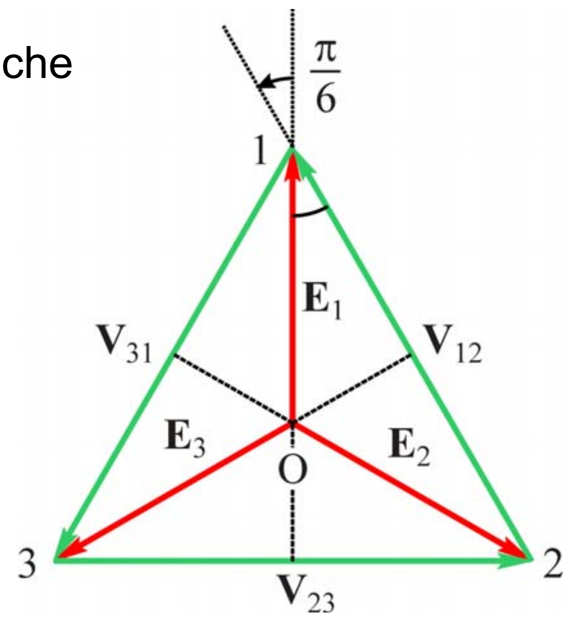
Carico a stella regolare - sistema simmetrico

- Se il carico è regolare e le tensioni concatenate formano una terna simmetrica, anche le tensioni di fase formano una terna simmetrica
- In questo caso si può verificare che valgono le relazioni

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{V}_{12}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\mathbf{E}_2 = \frac{\mathbf{V}_{23}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\mathbf{E}_3 = \frac{\mathbf{V}_{31}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$



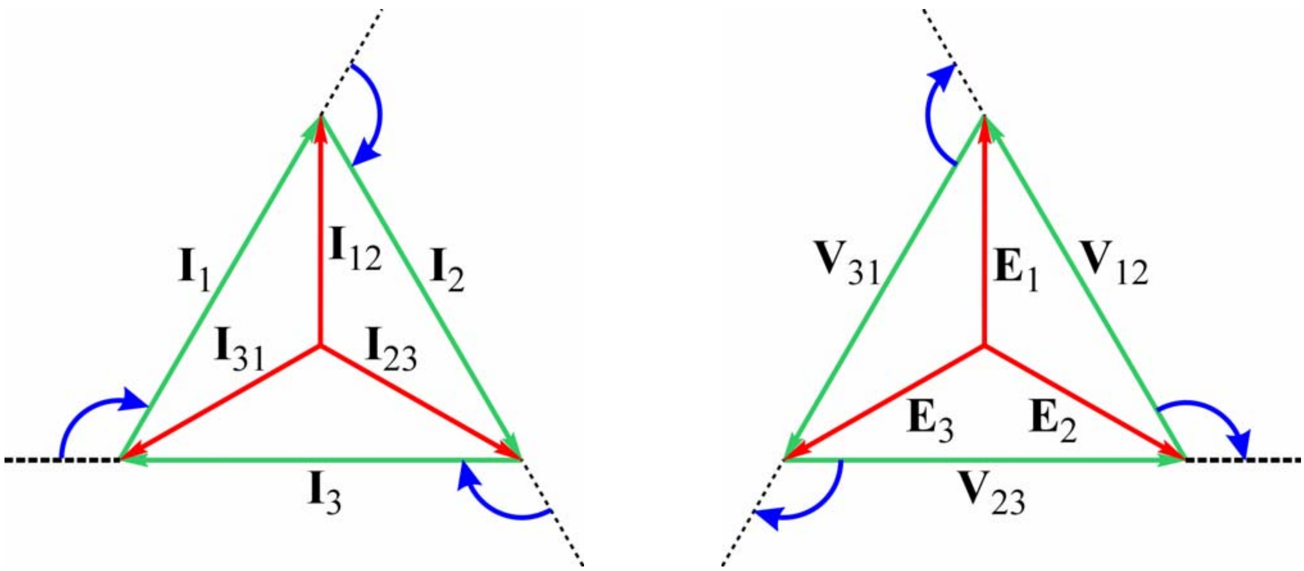
Nota

- Le relazioni tra le correnti di linea e le correnti di fase di un carico a triangolo e le relazioni tra le tensioni concatenate e le tensioni di fase di un carico a stella sono simili, ma non hanno esattamente la stessa forma

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{12} - \mathbf{I}_{31} \qquad \mathbf{V}_{12} = \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{23} - \mathbf{I}_{12} \qquad \mathbf{V}_{23} = \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3$$
$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_{31} - \mathbf{I}_{23} \qquad \mathbf{V}_{31} = \mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_1$$

➡ Questo ha come conseguenza che, nel caso di terne dirette,
  - i vettori che rappresentano le correnti di fase “circolano” in senso orario
  - i vettori che rappresentano le tensioni concatenate “circolano” in senso antiorario

Nota



- Ciascun vettore si ottiene applicando al precedente una rotazione di 120° in senso orario (➡ terna diretta)

Tensioni principali di fase

- Ad una terna di tensioni concatenate si possono associare infinite terne di tensioni stellate, rappresentate da vettori che collegano un punto O del piano complesso ai vertici del triangolo delle tensioni concatenate
- Le tensioni $\mathbf{E}_{10}$, $\mathbf{E}_{20}$, $\mathbf{E}_{30}$, aventi centro coincidente con il baricentro del triangolo delle tensioni concatenate (quindi corrispondenti alle tensioni di fase di un carico regolare), sono dette **tensioni principali di fase**
- In generale le tensioni principali di fase possono essere ricavate dalle tensioni concatenate mediante le relazioni

$$\mathbf{E}_{10} = \frac{\mathbf{V}_{12} - \mathbf{V}_{31}}{3} \qquad \mathbf{E}_{20} = \frac{\mathbf{V}_{23} - \mathbf{V}_{12}}{3} \qquad \mathbf{E}_{30} = \frac{\mathbf{V}_{31} - \mathbf{V}_{23}}{3}$$

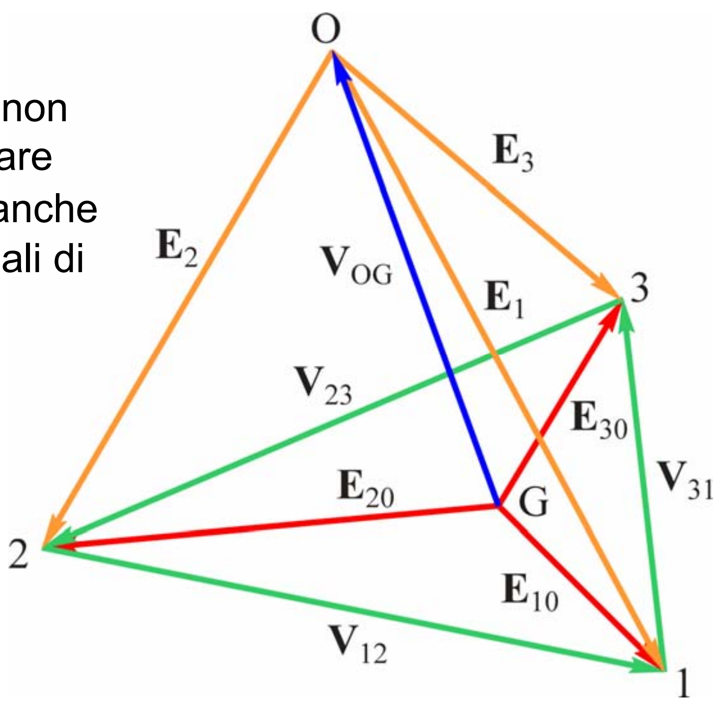
- Se le tensioni concatenate costituiscono una terna simmetrica si ha

$$\mathbf{E}_{10} = \frac{\mathbf{V}_{12}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}} \qquad \mathbf{E}_{20} = \frac{\mathbf{V}_{23}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}} \qquad \mathbf{E}_{30} = \frac{\mathbf{V}_{31}}{\sqrt{3}} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

Spostamento del centro delle tensioni fase

- Nel caso di un carico a stella non regolare è possibile determinare le tensioni di fase $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{E}_3$ anche a partire dalle tensioni principali di fase e dalla tensione $\mathbf{V}_{OG}$ (➡ **spostamento del centro delle tensioni di fase**)

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{10} - \mathbf{V}_{OG}$$
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{20} - \mathbf{V}_{OG}$$
$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{E}_{30} - \mathbf{V}_{OG}$$



Spostamento del centro delle tensioni di fase

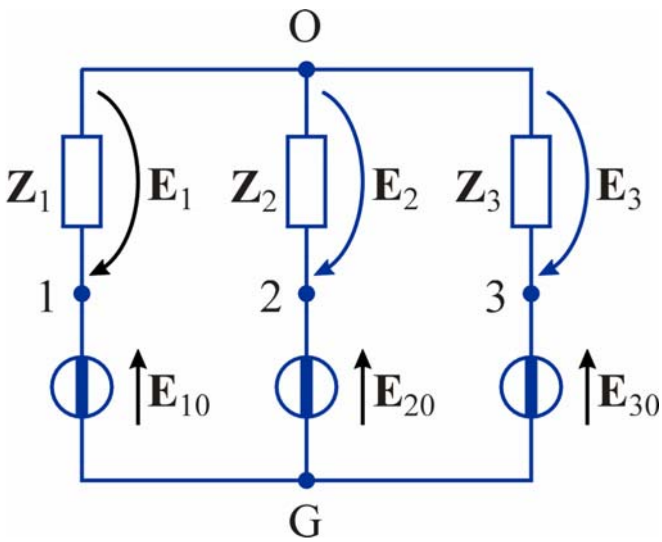
- La terna di tensioni concatenate che alimenta il carico a stella può essere ottenuta mediante tre generatori collegati a stella aventi tensioni coincidenti con le tensioni principali di fase

➡ La tensione $\mathbf{V}_{OG}$ può essere calcolata mediante la formula di Millman

$$\mathbf{V}_{OG} = \frac{\mathbf{E}_{10}\mathbf{Y}_1 + \mathbf{E}_{20}\mathbf{Y}_2 + \mathbf{E}_{30}\mathbf{Y}_3}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$

- Per un carico regolare si ha

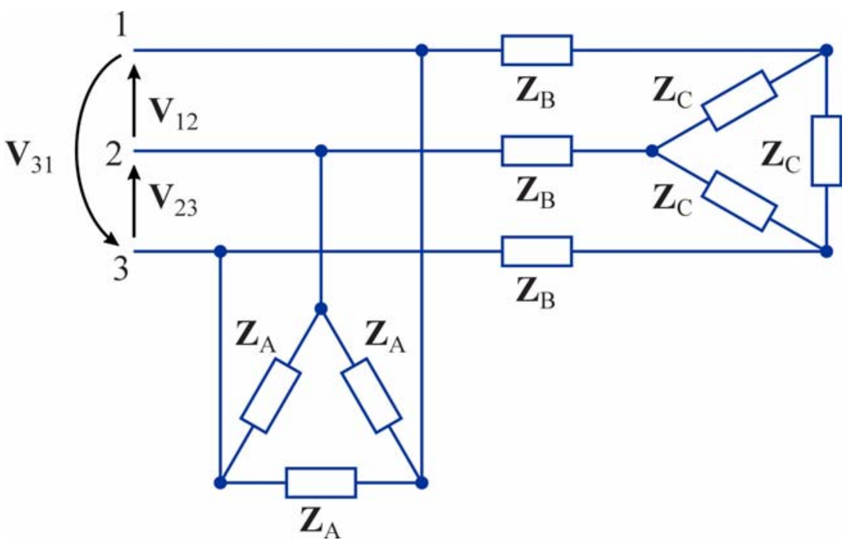
$$\mathbf{V}_{OG} = \frac{\mathbf{E}_{10} + \mathbf{E}_{20} + \mathbf{E}_{30}}{3} = 0$$



Rete ridotta monofase

- **Ipotesi**:
  - Le tensioni concatenate costituiscono una terna simmetrica
  - I carichi sono regolari

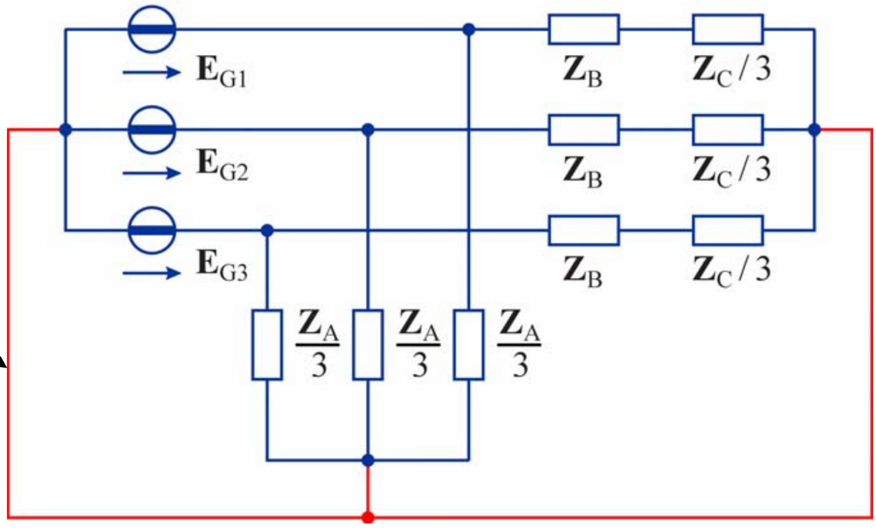
Esempio



Rete ridotta monofase

- Si sostituiscono eventuali generatori a triangolo con generatori a stella
- Si trasformano eventuali carichi a triangolo in stelle equivalenti

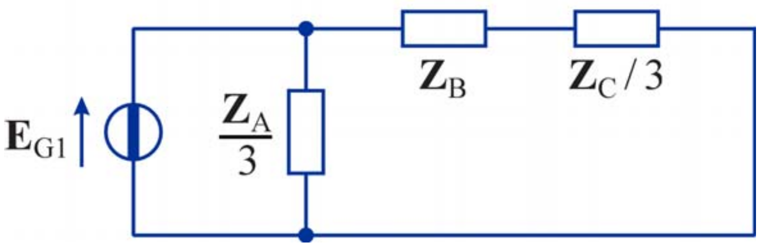
collegamento tra i centri delle stelle



- Tutti i carichi sono regolari
  - ➡ i centri di tutte le stelle sono allo stesso potenziale
  - ➡ collegandoli tra loro non si altera il comportamento del circuito

Rete ridotta monofase

- Nel circuito così ottenuto, ciascuna delle fasi può essere studiata separatamente dalle altre
- I circuiti relativi alle tre fasi sono identici, a parte la rotazione di fase dei generatori



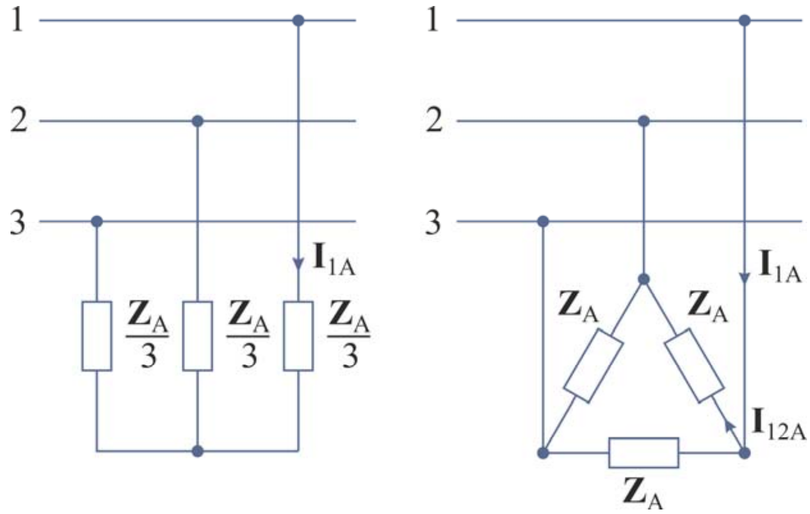
➡ Risolta la rete relativa alla prima fase (**rete ridotta monofase**) è possibile determinare le tensioni e le correnti delle altre due fasi introducendo i corrispondenti sfasamenti di $\pm 2\pi/3$

Rete ridotta monofase

- Per i carichi a triangolo si può riconoscere che le correnti nelle impedenze delle stelle equivalenti svolgono il ruolo di correnti di linea
- ➡ Le correnti di fase dei carichi a triangolo si ottengono moltiplicando le correnti omologhe delle impedenze delle stelle equivalenti per il fattore

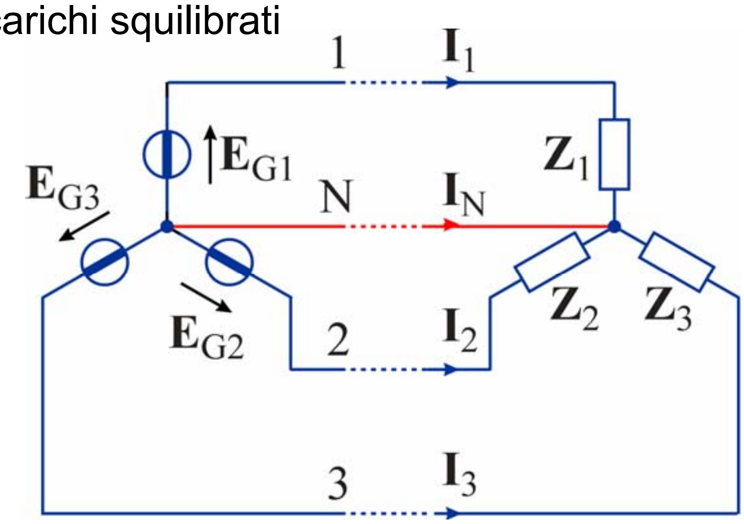
$$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\mathbf{I}_{12\mathrm{A}} = \frac{\mathbf{I}_{1\mathrm{A}}}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}}$$



Sistemi trifase con neutro

- Nel caso di generatori e carico a stella è possibile aggiungere un quarto conduttore (**neutro**) che collega il centro della stella di generatori al nodo centrale del carico
- Le tensioni di fase del carico coincidono con le tensioni dei generatori e quindi non dipendono dalle impedenze di carico
- ➡ Il neutro consente di garantire valori prefissati delle tensioni di fase in presenza di carichi squilibrati



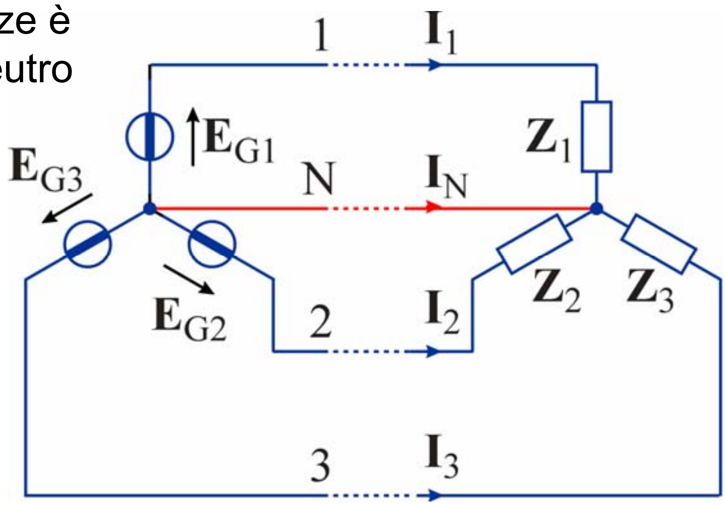
Sistemi trifase con neutro

- Il neutro è percorso dalla corrente

$$\mathbf{I}_N = -(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3) = -\left(\frac{\mathbf{E}_{G1}}{\mathbf{Z}_1} + \frac{\mathbf{E}_{G2}}{\mathbf{Z}_2} + \frac{\mathbf{E}_{G3}}{\mathbf{Z}_3}\right)$$

➡ $\mathbf{I}_N$ si annulla se le tre impedenze sono uguali (carico regolare)

- In questo caso la tensione tra il centro della stella di generatori e il centro della stella di impedenze è nulla anche in assenza del neutro
  - ➡ la presenza del neutro è irrilevante
- Se il carico è irregolare nel neutro circola una corrente la cui intensità è tanto maggiore quanto più il carico è squilibrato



Sistemi trifase con neutro

- I sistemi con neutro sono utilizzati nella distribuzione di energia a bassa tensione
- In Italia il valore normalizzato delle tensioni di fase per la distribuzione a bassa tensione è di 230 V efficaci, corrispondenti a tensioni concatenate di 400 V efficaci
- Le tensioni di fase sono utilizzate per alimentare carichi monofasi indipendenti (es. utenze domestiche)
  - ➡ normalmente il carico risulta squilibrato
- Le tensioni concatenate sono utilizzate per carichi trifase o per carichi monofase che richiedono potenze più elevate