

**Tipo 1** Compiti A01-A05-A09-A13-A17-A21-A25-A29-A33-A37-A41-A45-A49-A53-A57

**Es. 1:**

(Esempio di risoluzione)

1. Scelto come riferimento il nodo C le incognite sono le tensioni di nodo  $V_A$  e  $V_E$  ( $V_B = \mu V_A$ ,  $V_D = V_{G8}$ ).

$$2. \begin{bmatrix} G_1(1-\mu) + G_2 + G_3 + G_7 & -G_7(1+rG_5) \\ -(\mu G_4 + G_7) & G_4 + G_5 + G_6 + G_7(1+rG_5) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_3 V_{G8} \\ G_6 V_{G8} \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{aligned} I_1 &= G_1 V_A (\mu - 1) \\ I_2 &= G_2 V_A \\ I_3 &= G_3 (V_A - V_{G8}) \\ I_4 &= G_4 (\mu V_A - V_E) \\ I_5 &= G_5 V_E \\ I_6 &= G_6 (V_{G8} - V_E) \\ I_7 &= G_7 (V_A - V_E - rG_5 V_E) \end{aligned}$$

$$4 \begin{aligned} P_{G8} &= V_{G8} (I_6 - I_3) \\ P_{GD1} &= \mu V_A (I_1 + I_4) \\ P_{GD2} &= -r I_5 I_7 \end{aligned}$$

**Es. 2:**

1. $N_1 = N_D$	$N_2 = N_C$	$N_3 = N_A$	$N_4 = N_B$
2. $I_1 = 6 + 3j \text{ A}$	$i_1(t) = 6.708 \cos(\omega t + 0.464) \text{ A}$		
$I_3 = -1 + 2j \text{ A}$	$i_3(t) = 2.236 \cos(\omega t + 2.034) \text{ A}$		
$I_4 = 6 - 2j \text{ A}$	$i_4(t) = 6.325 \cos(\omega t - 0.322) \text{ A}$		
3. $P_{G1} = 400 \text{ W}$	$Q_{G1} = 300 \text{ VAR}$	$P_{G2} = 100 \text{ W}$	$Q_{G2} = 300 \text{ VAR}$

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -\frac{1}{6} v_C + i_L - \frac{10}{3} \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{3} v_C - \frac{4}{3} i_L + \frac{20}{3} \\ v_C(0) = 20 \\ i_L(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 18 \frac{d^2 i_L}{dt^2} + 27 \frac{di_L}{dt} + 10 i_L = 40 \\ i_L(0) = 0 \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+} = 0 \end{cases}$$

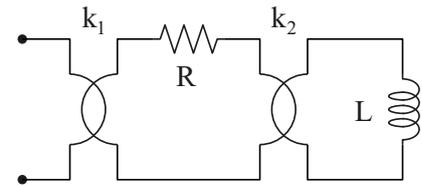
$$i_L(t) = 16 \exp\left(-\frac{5}{6}t\right) - 20 \exp\left(-\frac{2}{3}t\right) + 4$$

Domande

1

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $400+200j \Omega$ . (2 punti)

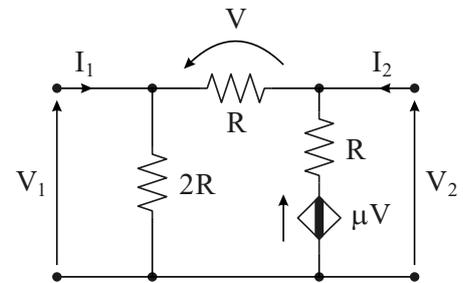
$k_1$	2	$k_2$	5
-------	---	-------	---



$R = 100 \Omega \quad L = 2 \text{ mH} \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$

2. Determinare l'elemento  $r_{21}$  della matrice di resistenza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$r_{21}$	$2R \frac{\mu+1}{\mu+4}$
----------	--------------------------



3. Due bipoli passivi, collegati in parallelo, vengono alimentati con una tensione sinusoidale. Se l'ampiezza della corrente del bipolo 1 è maggiore dell'ampiezza della corrente del bipolo 2 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 2
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 1
4. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 10 A in parallelo con una resistenza da  $20 \Omega$  è
- 250 W
  - 500 W
  - 1000 W
  - 2000 W
5. Se per  $\omega$  minore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è negativa
- l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo
6. Un circuito dinamico è degenere se contiene
- una maglia formata da condensatori e generatori di corrente
  - una maglia formata da condensatori e generatori di tensione
  - un taglio formato da condensatori e generatori di corrente

**Tipo 2** Compiti A02-A06-A10-A14-A18-A22-A26-A30-A34-A38-A42-A46-A50-A54-A58

**Es. 1:**

*(Esempio di risoluzione)*

1. Scelto l'albero formato dai lati 1, 2, 4, 6 e 7, le incognite sono le correnti di maglia  $I_3$  e  $I_5$ .

$$2. \begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_4 + R_6(1 + \alpha) & -R_4 + gR_4R_5 \\ -R_4 + \alpha R_7 & R_2 + R_4(1 - gR_5) + R_5 + R_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_3 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 I_{G8} \\ R_2 I_{G8} \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{aligned} V_1 &= R_1(I_{G8} - I_3) \\ V_2 &= R_2(I_5 - I_{G8}) \\ V_3 &= R_3 I_3 \\ V_4 &= R_4(I_5 - I_3 - gR_5 I_5) \\ V_5 &= R_5 I_5 \\ V_6 &= R_6(1 + \alpha) I_3 \\ V_7 &= R_7(\alpha I_3 + I_5) \end{aligned}$$

$$4. \begin{aligned} P_{G8} &= I_{G8}(V_1 - V_2) \\ P_{GD1} &= -gV_4 R_5 I_5 \\ P_{GD2} &= \alpha I_3(V_6 + V_7) \end{aligned}$$

**Es. 2:**

$$1. \quad N_1 = N_D \qquad N_2 = N_C \qquad N_3 = N_B \qquad N_4 = N_A$$

$$2. \quad \begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= 4 + 2j \text{ A} & i_1(t) &= 4.472 \cos(\omega t + 0.464) \text{ A} \\ \mathbf{I}_2 &= 9 - 3j \text{ A} & i_2(t) &= 9.487 \cos(\omega t - 0.322) \text{ A} \\ \mathbf{I}_3 &= 4 - 8j \text{ A} & i_3(t) &= 8.944 \cos(\omega t - 1.107) \text{ A} \end{aligned}$$

$$3. \quad P_{G1} = 400 \text{ W} \qquad Q_{G1} = 300 \text{ VAR} \qquad P_{G2} = 100 \text{ W} \qquad Q_{G2} = 300 \text{ VAR}$$

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -v_C - 2i_L + 6 \\ \frac{di_L}{dt} = v_C - 4i_L - 18 \\ v_C(0) = 18 \\ i_L(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{d^2 v_C}{dt^2} + 5 \frac{dv_C}{dt} + 6 v_C = 60 \\ v_C(0) = 18 \\ \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{0^+} = -12 \end{cases}$$

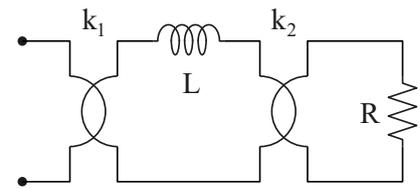
$$v_C(t) = 12 \exp(-2t) - 4 \exp(-3t) + 10$$

**Domande**

**2**

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $450+450j \Omega$ . (2 punti)

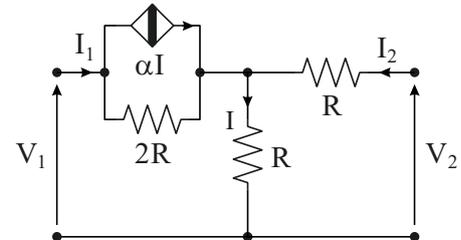
$k_1$	3	$k_2$	5
-------	---	-------	---



$R = 2 \Omega \quad L = 50 \text{ mH} \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$

2. Determinare l'elemento  $g_{12}$  della matrice di conduttanza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$g_{12}$	$\frac{1-2\alpha}{R(5-2\alpha)}$
----------	----------------------------------



3. L'ordine di un circuito dinamico degenere contenente  $N_D$  bipoli dinamici
- è uguale a  $N_D$
  - è minore di  $N_D$
  - è maggiore di  $N_D$
4. Se per  $\omega$  maggiore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è positiva
- l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo
5. Due bipoli passivi, collegati in serie, vengono alimentati con una corrente sinusoidale. Se l'ampiezza della tensione del bipolo 1 è minore dell'ampiezza della tensione del bipolo 2 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è minore del fattore di potenza del bipolo 2
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 2
6. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 4 A in parallelo con una resistenza da  $10 \Omega$  è
- 20 W
  - 40 W
  - 80 W
  - 160 W

**Tipo 3** Compiti A03-A07-A11-A15-A19-A23-A27-A31-A35-A39-A43-A47-A51-A55-A59

**Es. 1:**

(Esempio di risoluzione)

1. Scelto come riferimento il nodo E le incognite sono le tensioni di nodo  $V_A$  e  $V_C$  ( $V_B = \mu V_C$ ,  $V_D = V_{G8}$ ).

$$2. \begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_4 + G_7(1 + rG_1) & -(\mu G_2 + G_4) \\ -G_4 & G_3(1 - \mu) + G_4 + G_5 + G_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_7 V_{G8} \\ G_6 V_{G8} \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{aligned} I_1 &= G_1 V_A \\ I_2 &= G_2(V_A - \mu V_C) \\ I_3 &= G_3(\mu - 1)V_C \\ I_4 &= G_4(V_A - V_C) \\ I_5 &= G_5 V_C \\ I_6 &= G_6(V_C - V_{G8}) \\ I_7 &= G_7(V_{G8} - V_A - rG_1 V_A) \end{aligned}$$

$$4. \begin{aligned} P_{G8} &= V_{G8}(I_7 - I_6) \\ P_{GD1} &= \mu V_C(I_3 - I_2) \\ P_{GD2} &= -rI_1 I_7 \end{aligned}$$

**Es. 2:**

$$1. \quad N_1 = N_B \qquad N_2 = N_D \qquad N_3 = N_A \qquad N_4 = N_C$$

$$2. \quad \begin{aligned} I_2 &= -3 + j \text{ A} & i_2(t) &= 3.163 \cos(\omega t + 2.820) \text{ A} \\ I_3 &= 7 + j \text{ A} & i_3(t) &= 7.071 \cos(\omega t + 0.142) \text{ A} \\ I_4 &= 4 + 2j \text{ A} & i_4(t) &= 4.472 \cos(\omega t + 0.464) \text{ A} \end{aligned}$$

$$3. \quad P_{G1} = 100 \text{ W} \qquad Q_{G1} = -50 \text{ VAR} \qquad P_{G2} = 350 \text{ W} \qquad Q_{G2} = 50 \text{ VAR}$$

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -\frac{1}{2}v_C - 2i_L + 20 \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{2}v_C - 3i_L + 15 \\ v_C(0) = 0 \\ i_L(0) = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2\frac{d^2i_L}{dt^2} + 7\frac{di_L}{dt} + 5i_L = 35 \\ i_L(0) = 10 \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+} = -15 \end{cases}$$

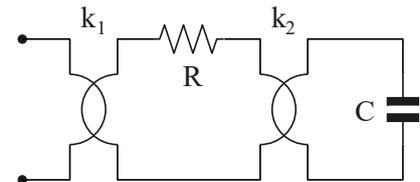
$$i_L(t) = 8 \exp\left(-\frac{5}{2}t\right) - 5 \exp(-t) + 7$$

**Domande**

**3**

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $500 - 500j \Omega$ . (2 punti)

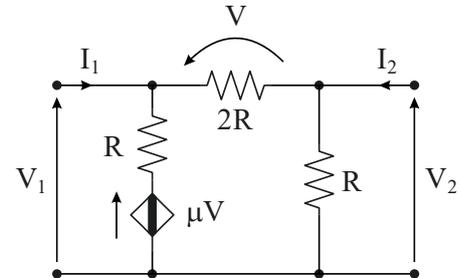
$k_1$	5	$k_2$	2
-------	---	-------	---



$R = 20 \Omega$     $C = 200 \mu\text{F}$     $\omega = 1000 \text{ rad/s}$

2. Determinare l'elemento  $r_{12}$  della matrice di resistenza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$r_{12}$	$R \frac{1 - 2\mu}{2(2 - \mu)}$
----------	---------------------------------



3. Due bipoli passivi, collegati in parallelo, vengono alimentati con una tensione sinusoidale. Se l'ampiezza della corrente del bipolo 2 è maggiore dell'ampiezza della corrente del bipolo 1 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 1
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è minore del fattore di potenza del bipolo 1
4. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 5 A in parallelo con una resistenza da  $40 \Omega$  è
- 125 W
  - 250 W
  - 500 W
  - 1000 W
5. Se per  $\omega$  minore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è positiva
- l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo
6. Un circuito dinamico è degenere se contiene
- una maglia formata da induttori e generatori di corrente
  - una maglia formata da induttori e generatori di tensione
  - un taglio formato da induttori e generatori di corrente

**Tipo 4** Compiti A04-A08-A12-A16-A20-A24-A28-A32-A36-A40-A44-A48-A52-A56-A60

**Es. 1:**

(Esempio di risoluzione)

1. Scelto l'albero formato dai lati 1, 2, 4, 5 e 6, le incognite sono le correnti di maglia  $I_3$  e  $I_7$ .

$$2. \begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_4 + R_5 + gR_3R_5 & -\alpha R_1 + R_5 \\ R_5(1 + gR_3) & R_5 + R_6 + R_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_3 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_4 I_{G8} \\ R_6 I_{G8} \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{aligned} V_1 &= R_1(\alpha I_7 - I_3) \\ V_2 &= R_2(\alpha I_7 + I_{G8}) \\ V_3 &= R_3 I_3 \\ V_4 &= R_4(I_3 + I_{G8}) \\ V_5 &= -R_5(I_3 + I_7 + gR_3 I_3) \\ V_6 &= R_6(I_{G8} - I_7) \\ V_7 &= R_7 I_7 \end{aligned}$$

$$4. \begin{aligned} P_{G8} &= I_{G8}(V_2 + V_4 + V_6) \\ P_{GD1} &= -gV_5 V_3 \\ P_{GD2} &= \alpha I_7(V_1 + V_2) \end{aligned}$$

**Es. 2:**

$$1. \quad N_1 = N_D \qquad N_2 = N_B \qquad N_3 = N_A \qquad N_4 = N_C$$

$$2. \quad \begin{aligned} I_1 &= 6 + 2j \text{ A} & i_1(t) &= 6.325 \cos(\omega t + 0.322) \text{ A} \\ I_2 &= -2 + 2j \text{ A} & i_2(t) &= 2.828 \cos(\omega t + 2.356) \text{ A} \\ I_3 &= -2j \text{ A} & i_3(t) &= 2 \cos(\omega t - 1.571) \text{ A} \end{aligned}$$

$$3. \quad P_{G1} = 160 \text{ W} \qquad Q_{G1} = -80 \text{ VAR} \qquad P_{G2} = 120 \text{ W} \qquad Q_{G2} = 240 \text{ VAR}$$

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -v_C - 2i_L + 30 \\ \frac{di_L}{dt} = 2v_C - 6i_L - 30 \\ v_C(0) = 0 \\ i_L(0) = 15 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{d^2 v_C}{dt^2} + 7 \frac{dv_C}{dt} + 10 v_C = 240 \\ v_C(0) = 0 \\ \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{0^+} = 0 \end{cases}$$

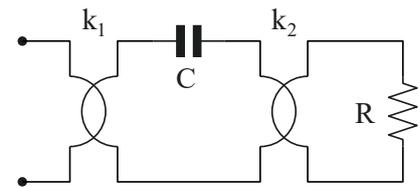
$$v_C(t) = 16 \exp(-5t) - 40 \exp(-2t) + 24$$

**Domande**

**4**

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $180 - 80j \Omega$ . (2 punti)

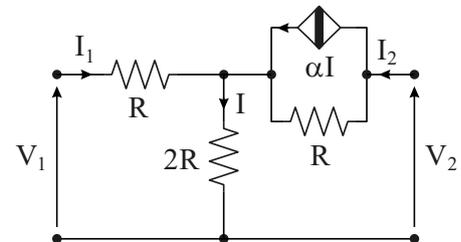
$k_1$	2	$k_2$	3
-------	---	-------	---



$R = 5 \Omega \quad C = 50 \mu\text{F} \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$

2. Determinare l'elemento  $g_{21}$  della matrice di conduttanza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$g_{21}$	$\frac{\alpha - 2}{R(5 - \alpha)}$
----------	------------------------------------



3. Due bipoli passivi, collegati in serie, vengono alimentati con una corrente sinusoidale. Se l'ampiezza della tensione del bipolo 1 è minore dell'ampiezza della tensione del bipolo 2 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è minore del fattore di potenza del bipolo 2
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è minore del fattore di potenza del bipolo 1
4. Se per  $\omega$  maggiore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è negativa
- l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo
5. L'ordine di un circuito dinamico degenere contenente  $N_D$  bipoli dinamici
- è maggiore di  $N_D$
  - è minore di  $N_D$
  - è uguale a  $N_D$
6. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 2 A in parallelo con una resistenza da  $20 \Omega$  è
- 10 W
  - 20 W
  - 40 W
  - 80 W

**Tipo 5** Compiti B01-B05-B09-B13-B17-B21-B25-B29-B33-B37-B41-B45-B49-B53-B57

**Es. 1:**

(Esempio di risoluzione)

1. Scelto l'albero formato dai lati 1, 2, 3, 5 e 6, le incognite sono le correnti di maglia  $I_4$  e  $I_7$ .

$$2. \begin{bmatrix} R_2(1-\alpha) + R_3 + R_4 + R_6 & -R_6 + gR_3R_7 \\ -R_6 & R_5 + R_6 + R_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_4 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_3I_{G8} \\ -R_5I_{G8} \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{aligned} V_1 &= R_1(\alpha I_4 + I_{G8}) \\ V_2 &= R_2(\alpha - 1)I_4 \\ V_3 &= R_3(-I_4 - I_{G8} - gR_7I_7) \\ V_4 &= R_4I_4 \\ V_5 &= -R_5(I_{G8} + I_7) \\ V_6 &= R_6(I_4 - I_7) \\ V_7 &= R_7I_7 \end{aligned}$$

$$4. \begin{aligned} P_{G8} &= I_{G8}(V_1 - V_3 - V_5) \\ P_{GD1} &= -gV_3V_7 \\ P_{GD2} &= \alpha I_4(V_1 + V_2) \end{aligned}$$

**Es. 2:**

$$1. \quad N_1 = N_C \qquad N_2 = N_A \qquad N_3 = N_B \qquad N_4 = N_D$$

$$2. \quad \begin{aligned} I_1 &= 5 + 3j \text{ A} & i_1(t) &= 5.831 \cos(\omega t + 0.540) \text{ A} \\ I_2 &= -1 + j \text{ A} & i_2(t) &= 1.414 \cos(\omega t + 2.356) \text{ A} \\ I_3 &= 1 + 3j \text{ A} & i_3(t) &= 3.162 \cos(\omega t + 1.249) \text{ A} \end{aligned}$$

$$3. \quad P_{G1} = 160 \text{ W} \qquad Q_{G1} = -40 \text{ VAR} \qquad P_{G2} = 120 \text{ W} \qquad Q_{G2} = -120 \text{ VAR}$$

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -v_C + 2i_L + 12 \\ \frac{di_L}{dt} = -v_C - 4i_L + 6 \\ v_C(0) = 0 \\ i_L(0) = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{d^2i_L}{dt^2} + 5\frac{di_L}{dt} + 6i_L = -6 \\ i_L(0) = -6 \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+} = 30 \end{cases}$$

$$i_L(t) = 15\exp(-2t) - 20\exp(-3t) - 1$$

**Domande**

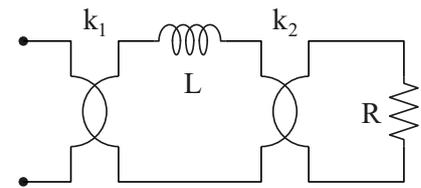
**5**

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $720 + 720j \Omega$ . (2 punti)

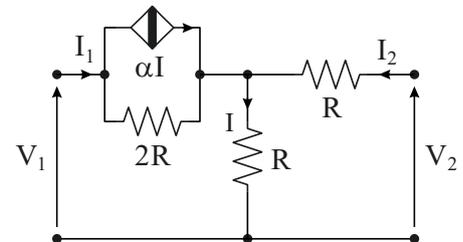
$k_1$	4	$k_2$	3
-------	---	-------	---

2. Determinare l'elemento  $g_{21}$  della matrice di conduttanza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$g_{21}$	$\frac{1}{R(2\alpha - 5)}$
----------	----------------------------



$R = 5 \Omega \quad L = 45 \text{ mH} \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$



3. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 3 A in parallelo con una resistenza da  $40 \Omega$  è
- 45 W
  - 90 W
  - 180 W
  - 360 W
4. Due bipoli passivi, collegati in serie, vengono alimentati con una corrente sinusoidale. Se l'ampiezza della tensione del bipolo 1 è maggiore dell'ampiezza della tensione del bipolo 2 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 2
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 1
5. Un circuito dinamico è degenere se contiene
- una maglia formata da induttori e generatori di corrente
  - una maglia formata da induttori e generatori di tensione
  - un taglio formato da induttori e generatori di corrente
6. Se per  $\omega$  maggiore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è negativa
- l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo

**Tipo 6** Compiti B02-B06-B10-B14-B18-B22-B26-B30-B34-B38-B42-B46-B50-B54-B58

**Es. 1:**

(Esempio di risoluzione)

1. Scelto come riferimento il nodo C le incognite sono le tensioni di nodo  $V_A$  e  $V_E$  ( $V_B = V_{G8}$ ,  $V_D = \mu V_E$ ).

$$2. \begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_4 + G_6 & -(G_1 + \mu G_6) \\ -G_1 + rG_4 G_7 & G_1 + G_3 + G_5 + G_7(1 - \mu) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_2 V_{G8} \\ G_3 V_{G8} \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{aligned} I_1 &= G_1(V_A - V_E) \\ I_2 &= G_2(V_A - V_{G8}) \\ I_3 &= G_3(V_{G8} - V_E) \\ I_4 &= G_4 V_A \\ I_5 &= G_5 V_E \\ I_6 &= G_6(V_A - \mu V_E) \\ I_7 &= G_7(\mu V_E - V_E - rG_4 V_A) \end{aligned}$$

$$4 \begin{aligned} P_{G8} &= V_{G8}(I_3 - I_2) \\ P_{GD1} &= \mu V_E(I_7 - I_6) \\ P_{GD2} &= -rI_4 I_7 \end{aligned}$$

**Es. 2:**

$$1. \quad N_1 = N_C \qquad N_2 = N_D \qquad N_3 = N_B \qquad N_4 = N_A$$

$$2. \quad \begin{aligned} I_2 &= -3 - j \text{ A} & i_2(t) &= 3.162 \cos(\omega t - 2.820) \text{ A} \\ I_3 &= 7 - j \text{ A} & i_3(t) &= 7.071 \cos(\omega t - 0.142) \text{ A} \\ I_4 &= 4 - 2j \text{ A} & i_4(t) &= 4.472 \cos(\omega t - 0.464) \text{ A} \end{aligned}$$

$$3. \quad P_{G1} = 100 \text{ W} \qquad Q_{G1} = 50 \text{ VAR} \qquad P_{G2} = 350 \text{ W} \qquad Q_{G2} = -50 \text{ VAR}$$

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -\frac{1}{6}v_C - 2i_L - \frac{5}{2} \\ \frac{di_L}{dt} = v_C - 3i_L - 15 \\ v_C(0) = 15 \\ i_L(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6 \frac{d^2 v_C}{dt^2} + 19 \frac{dv_C}{dt} + 15 v_C = 135 \\ v_C(0) = 15 \\ \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{0^+} = -5 \end{cases}$$

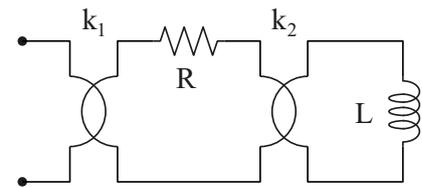
$$v_C(t) = 30 \exp\left(-\frac{3}{2}t\right) - 24 \exp\left(-\frac{5}{3}t\right) + 9$$

**Domande**

**6**

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $450 + 450j \Omega$ . (2 punti)

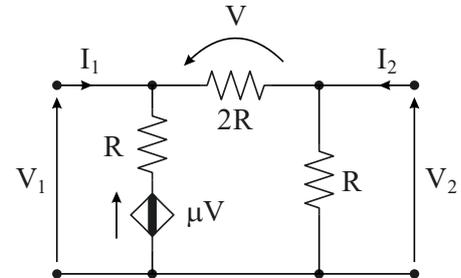
$k_1$	5	$k_2$	3
-------	---	-------	---



$R = 18 \Omega \quad L = 2 \text{ mH} \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$

2. Determinare l'elemento  $r_{21}$  della matrice di resistenza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$r_{21}$	$\frac{R}{2(2-\mu)}$
----------	----------------------



3. Se per  $\omega$  minore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è positiva
- l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo
4. L'ordine di un circuito dinamico degenere contenente  $N_D$  bipoli dinamici
- è maggiore di  $N_D$
  - è uguale a  $N_D$
  - è minore di  $N_D$
5. Due bipoli passivi, collegati in parallelo, vengono alimentati con una tensione sinusoidale. Se l'ampiezza della corrente del bipolo 2 è minore dell'ampiezza della corrente del bipolo 1 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è minore del fattore di potenza del bipolo 1
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 1
6. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 6 A in parallelo con una resistenza da  $20 \Omega$  è
- 90 W
  - 180 W
  - 360 W
  - 720 W

**Tipo 7** Compiti B03-B07-B11-B15-B19-B23-B27-B31-B35-B39-B43-B47-B51-B55-B59

**Es. 1:**

(Esempio di risoluzione)

1. Scelto l'albero formato dai lati 2, 3, 4, 6 e 7, le incognite sono le correnti di maglia  $I_1$  e  $I_5$ .

$$2. \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 + gR_1R_2 & -(\alpha R_2 + R_3) \\ -R_3 & R_3 + R_4(1 - \alpha) + R_5 + R_7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_7 I_{G8} \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{aligned} V_1 &= R_1 I_1 \\ V_2 &= R_2(\alpha I_5 - I_1 - gR_1 I_1) \\ V_3 &= R_3(I_5 - I_1) \\ V_4 &= R_4(\alpha - 1)I_5 \\ V_5 &= R_5 I_5 \\ V_6 &= R_6(I_{G8} - \alpha I_5) \\ V_7 &= R_7(I_{G8} - I_5) \end{aligned}$$

$$4. \begin{aligned} P_{G8} &= I_{G8}(V_6 + V_7) \\ P_{GD1} &= -gV_2V_1 \\ P_{GD2} &= \alpha I_4(V_2 + V_4 - V_6) \end{aligned}$$

**Es. 2:**

$$1. \quad N_1 = N_A \qquad N_2 = N_C \qquad N_3 = N_D \qquad N_4 = N_B$$

$$2. \quad \begin{aligned} I_1 &= 6 + 2j \text{ A} & i_1(t) &= 6.325 \cos(\omega t + 0.322) \text{ A} \\ I_2 &= 1 + 7j \text{ A} & i_2(t) &= 7.071 \cos(\omega t + 1.429) \text{ A} \\ I_3 &= -4 + 2j \text{ A} & i_3(t) &= 4.472 \cos(\omega t + 2.678) \text{ A} \end{aligned}$$

$$3. \quad P_{G1} = 300 \text{ W} \qquad Q_{G1} = -400 \text{ VAR} \qquad P_{G2} = 100 \text{ W} \qquad Q_{G2} = -200 \text{ VAR}$$

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -v_C - 2i_L - 15 \\ \frac{di_L}{dt} = 2v_C - 6i_L + 60 \\ v_C(0) = -30 \\ i_L(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{d^2 i_L}{dt^2} + 7 \frac{di_L}{dt} + 10 i_L = 30 \\ i_L(0) = 0 \\ \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{0^+} = 0 \end{cases}$$

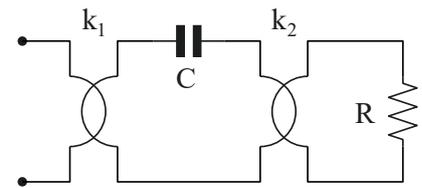
$$i_L(t) = 2 \exp(-5t) - 5 \exp(-2t) + 3$$

**Domande**

**7**

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $360 - 360j \Omega$ . (2 punti)

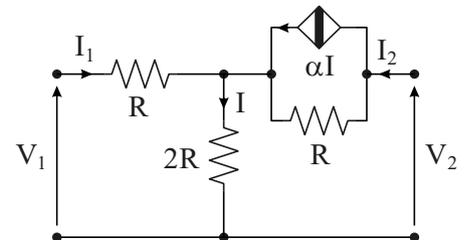
$k_1$	3	$k_2$	2
-------	---	-------	---



$R = 10 \Omega \quad C = 25 \mu\text{F} \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$

2. Determinare l'elemento  $g_{12}$  della matrice di conduttanza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$g_{12}$	$\frac{2}{R(\alpha - 5)}$
----------	---------------------------



3. Un circuito dinamico è degenere se contiene
- una maglia formata da condensatori e generatori di corrente
  - una maglia formata da condensatori e generatori di tensione
  - un taglio formato da condensatori e generatori di corrente
4. Due bipoli passivi, collegati in serie, vengono alimentati con una corrente sinusoidale. Se l'ampiezza della tensione del bipolo 1 è maggiore dell'ampiezza della tensione del bipolo 2 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è maggiore del fattore di potenza del bipolo 2
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è minore del fattore di potenza del bipolo 2
5. Se per  $\omega$  maggiore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è positiva
- l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo
6. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 4 A in parallelo con una resistenza da  $80 \Omega$  è
- 160 W
  - 320 W
  - 640 W
  - 1280 W

**Tipo 8** Compiti B04-B08-B12-B16-B20-B24-B28-B32-B36-B40-B44-B48-B52-B56-B60

**Es. 1:**

(Esempio di risoluzione)

1. Scelto come riferimento il nodo E le incognite sono le tensioni di nodo  $V_A$  e  $V_E$  ( $V_B = V_{G8}$ ,  $V_D = \mu V_C$ ).

$$2. \begin{bmatrix} G_1 + G_3 + G_6 + G_7 & -(G_3 + rG_4G_7 + \mu G_6) \\ -G_3 & G_2 + G_3 + G_4 + G_5(1 - \mu) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 V_{G8} \\ G_2 V_{G8} \end{bmatrix}$$

3

$$\begin{aligned} I_1 &= G_1(V_A - V_{G8}) \\ I_2 &= G_2(V_{G8} - V_C) \\ I_3 &= G_3(V_A - V_C) \\ I_4 &= G_4V_C \\ I_5 &= G_5(\mu - 1)V_C \\ I_6 &= G_6(\mu V_C - V_A) \\ I_7 &= G_7(V_A - rG_4V_C) \end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned} P_{G8} &= V_{G8}(I_2 - I_1) \\ P_{GD1} &= \mu V_C(I_5 + I_6) \\ P_{GD2} &= -rI_4I_7 \end{aligned}$$

**Es. 2:**

1.  $N_1 = N_C$                        $N_2 = N_A$                        $N_3 = N_B$                        $N_4 = N_D$

2.  $I_1 = -1 + 3j$  A                       $i_1(t) = 3.162\cos(\omega t + 1.893)$  A  
 $I_3 = -7 - j$  A                       $i_3(t) = 7.071\cos(\omega t - 3)$  A  
 $I_4 = 9 - j$  A                       $i_4(t) = 9.055\cos(\omega t - 0.111)$  A

3.  $P_{G1} = 400$  W                       $Q_{G1} = 80$  VAR                       $P_{G2} = 160$  W                       $Q_{G2} = -200$  VAR

**Es. 3:**

$$\begin{cases} \frac{dv_C}{dt} = -v_C - 4i_L + 16 \\ \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{2}v_C - 4i_L + 4 \\ v_C(0) = 0 \\ i_L(0) = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{d^2v_C}{dt^2} + 5\frac{dv_C}{dt} + 6v_C = 48 \\ v_C(0) = 0 \\ \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{0^+} = 0 \end{cases}$$

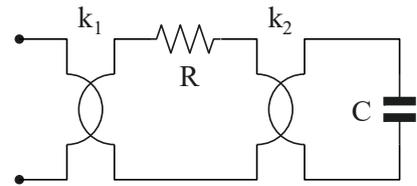
$$v_C(t) = 16\exp(-3t) - 24\exp(-2t) + 8$$

**Domande**

**8**

1. Determinare i valori dei rapporti spire dei trasformatori con cui si ottiene un'impedenza equivalente pari a  $180 - 720j \Omega$ . (2 punti)

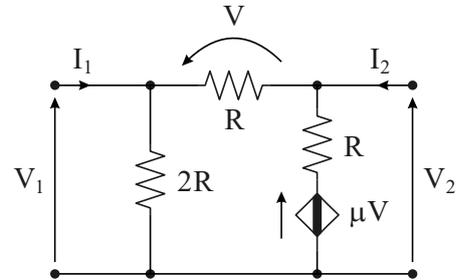
$k_1$	3	$k_2$	4
-------	---	-------	---



$R = 20 \Omega \quad C = 200 \mu\text{F} \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$

2. Determinare l'elemento  $r_{12}$  della matrice di resistenza del doppio bipolo rappresentato nella figura. (2 punti)

$r_{12}$	$\frac{2R}{4 + \mu}$
----------	----------------------



3. Due bipoli passivi, collegati in parallelo, vengono alimentati con una tensione sinusoidale. Se l'ampiezza della corrente del bipolo 1 è minore dell'ampiezza della corrente del bipolo 2 e le potenze attive assorbite dai due bipoli sono uguali
- i fattori di potenza dei due bipoli sono uguali
  - il fattore di potenza del bipolo 1 è minore del fattore di potenza del bipolo 2
  - il fattore di potenza del bipolo 2 è minore del fattore di potenza del bipolo 1
4. L'ordine di un circuito dinamico degenere contenente  $N_D$  bipoli dinamici
- è minore di  $N_D$
  - è maggiore di  $N_D$
  - è uguale a  $N_D$
5. La potenza disponibile di un bipolo costituito da un generatore di corrente sinusoidale di ampiezza 6 A in parallelo con una resistenza da  $40 \Omega$  è
- 180 W
  - 360 W
  - 720 W
  - 1440 W
6. Se per  $\omega$  minore della pulsazione di risonanza la reattanza di un bipolo costituito dal collegamento di un condensatore e di un induttore è negativa
- l'induttore e il condensatore sono collegati in parallelo
  - l'induttore e il condensatore sono collegati in serie
  - non è possibile stabilire se l'induttore e il condensatore sono collegati in serie o in parallelo