

# **Esercizi di Elettrotecnica**

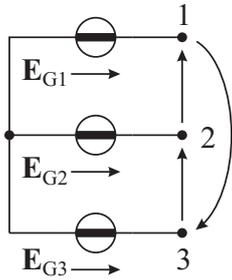
## **Sistemi trifase**

[www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm](http://www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm)

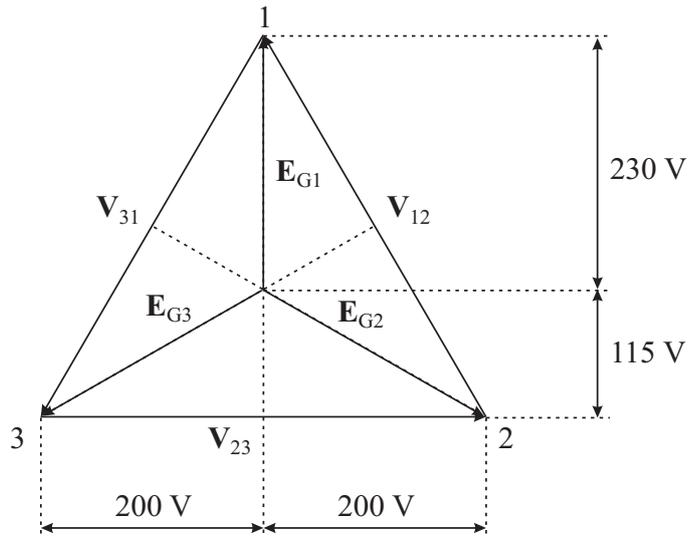
(versione del 9-5-2019)



### Esercizio n. 1



$$v_{23}(t) = 400\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ V}$$



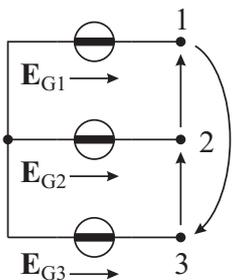
Costruzione grafica approssimata ( $400/\sqrt{3} \cong 230$ )

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta. Nota  $v_{23}(t)$ , determinare i fasori delle tensioni concatenate e delle tensioni dei generatori.

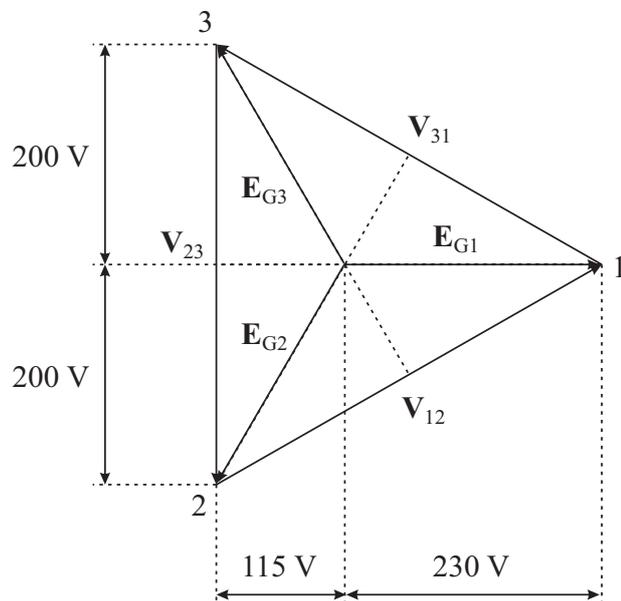
**Risultati**

$V_{12} = -200 + 345j \text{ V}$	$V_{23} = 400 \text{ V}$	$V_{31} = -200 - 345j \text{ V}$
$E_{G1} = 230j \text{ V}$	$E_{G2} = 200 - 115j \text{ V}$	$E_{G3} = -200 - 115j \text{ V}$

### Esercizio n. 2



$$e_{G1}(t) = 230\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ V}$$

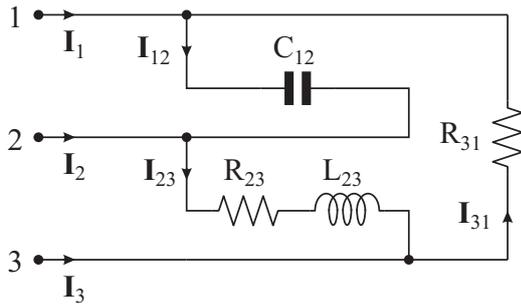


Costruzione grafica approssimata ( $400/\sqrt{3} \cong 230$ )

Le tensioni dei generatori costituiscono una terna simmetrica diretta. Nota  $e_{G1}(t)$ , determinare i fasori delle tensioni concatenate e delle tensioni dei generatori.

**Risultati**

$V_{12} = 345 + 200j \text{ V}$	$V_{23} = -400j \text{ V}$	$V_{31} = -345 + 200j \text{ V}$
$E_{G1} = 230 \text{ V}$	$E_{G2} = -115 - 200j \text{ V}$	$E_{G3} = -115 + 200j \text{ V}$

**Esercizio n. 3**

$$1/\omega C_{12} = 5 \Omega$$

$$R_{23} = 5 \Omega$$

$$\omega L_{23} = 5 \Omega$$

$$R_{31} = 5 \Omega$$

$$V_e = 400 \text{ V}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di fase e delle correnti di linea.

**Risultati**

$$I_{12} = -69 - 40j \text{ A}$$

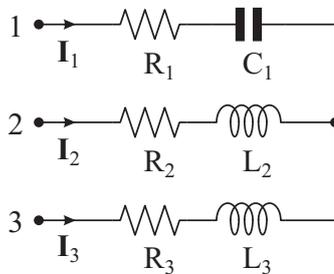
$$I_{23} = 40 - 40j \text{ A}$$

$$I_{31} = -40 - 69j \text{ A}$$

$$I_1 = -29 + 29j \text{ A}$$

$$I_2 = 109 \text{ A}$$

$$I_3 = -80 - 29j \text{ A}$$

**Esercizio n. 4**

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$1/\omega C_1 = 40 \Omega$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$\omega L_2 = 20 \Omega$$

$$R_3 = 10 \Omega$$

$$\omega L_3 = 20 \Omega$$

$$V_e = 400 \text{ V}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle tensioni di fase e delle correnti di linea.

**Risultati**

$$E_1 = 92 + 414j \text{ V}$$

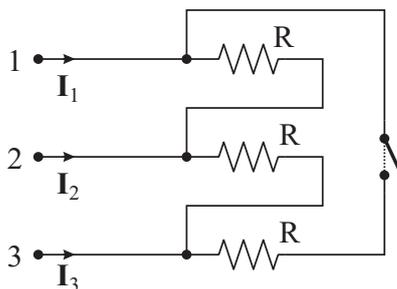
$$E_2 = 292 + 69j \text{ V}$$

$$E_3 = -108 + 69j \text{ V}$$

$$I_1 = -9.2 + 4.6j \text{ A}$$

$$I_2 = 8.6 - 10.3j \text{ A}$$

$$I_3 = 0.6 + 5.7j \text{ A}$$

**Esercizio n. 5**

$$R = 25 \Omega$$

$$V_e = 400$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di linea con l'interruttore aperto e con l'interruttore chiuso.

**Risultati**

*Interruttore aperto*

$$I_1 = -8 + 13.8j \text{ A}$$

$$I_2 = 24 - 13.8j \text{ A}$$

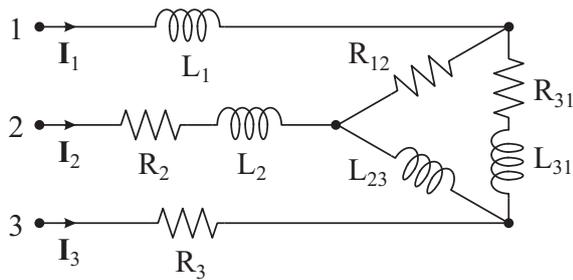
$$I_3 = -16 \text{ A}$$

*Interruttore chiuso*

$$I_1 = 27.6j \text{ A}$$

$$I_2 = 24 - 13.8j \text{ A}$$

$$I_3 = -24 - 13.8j \text{ A}$$

**Esercizio n. 6**

$$\omega L_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 15 \Omega$$

$$\omega L_2 = 15 \Omega$$

$$R_3 = 10 \Omega$$

$$E_e = 230 \text{ V}$$

$$R_{12} = 20 \Omega$$

$$\omega L_{23} = 20 \Omega$$

$$R_{31} = 20 \Omega$$

$$\omega L_{31} = 20 \Omega$$

Il sistema è alimentato mediante tre generatori collegati a stella le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace 230 V. Assumendo nulla la fase di  $E_{G1}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

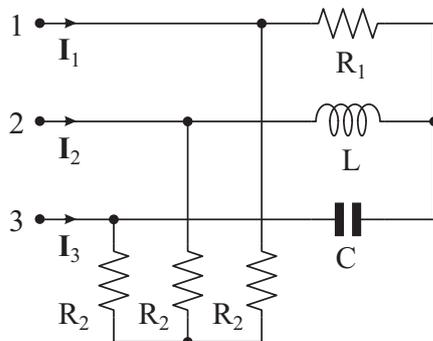
$$I_1 = 8.35 - 12.35j \text{ A}$$

$$I_2 = -9.45 - 2.55j \text{ A}$$

$$I_3 = 1.1 + 14.9j \text{ A}$$

$$P = 6371 \text{ W}$$

$$Q = 6371 \text{ Var}$$

**Esercizio n. 7**

$$R_1 = 5 \Omega$$

$$1/\omega C = 5 \Omega$$

$$\omega L = 5 \Omega$$

$$R_2 = 5 \Omega$$

$$V_e = 400 \text{ V}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

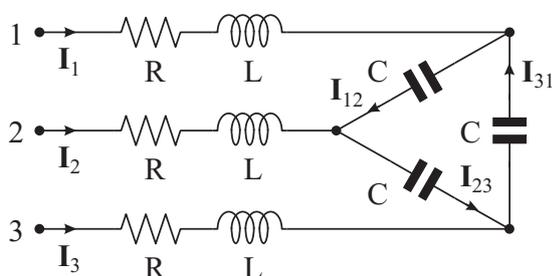
$$I_1 = 126j \text{ A}$$

$$I_2 = 51 - 63j \text{ A}$$

$$I_3 = -51 - 63j \text{ A}$$

$$P = 63.87 \text{ kW}$$

$$Q = 0 \text{ Var}$$

**Esercizio n. 8**

$$R = 5 \Omega$$

$$\omega L = 5 \Omega$$

$$1/\omega C = 30 \Omega$$

$$V_e = 400 \text{ V}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e delle correnti dei condensatori.

**Risultati**

$$I_1 = -23 + 23j \text{ A}$$

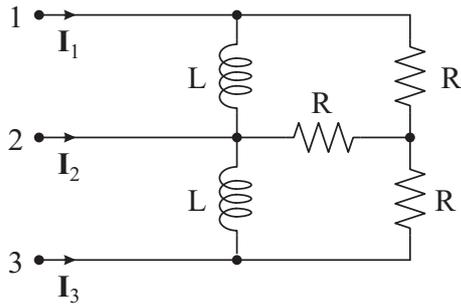
$$I_2 = 31.5 + 8.5j \text{ A}$$

$$I_3 = -8.5 - 31.5j \text{ A}$$

$$I_{12} = -18.14 + 4.86j \text{ A}$$

$$I_{23} = 13.3 + 13.34j \text{ A}$$

$$I_{31} = 4.84 - 18.2j \text{ A}$$

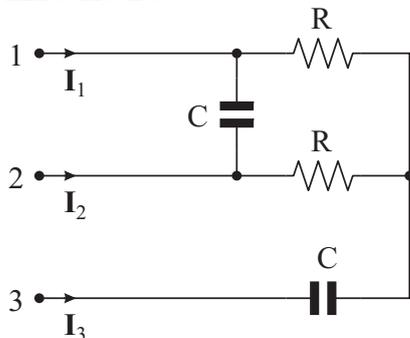
**Esercizio n. 9**

$$\begin{aligned} R &= 25 \, \Omega \\ \omega L &= 50 \, \Omega \\ V_e &= 400 \, \text{V} \end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

$$\begin{aligned} I_1 &= 6.9 + 13.2j \, \text{A} & I_2 &= 1.1 - 16.6j \, \text{A} & I_3 &= -8 + 3.4j \, \text{A} \\ P &= 6374 \, \text{W} & Q &= 6381 \, \text{Var} \end{aligned}$$

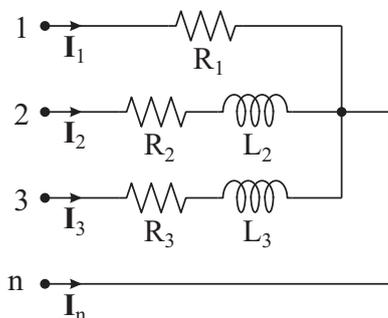
**Esercizio n. 10**

$$\begin{aligned} R &= 10 \, \Omega \\ 1/\omega C &= 10 \, \Omega \\ E_{Ge} &= 230 \, \text{V} \end{aligned}$$

Il sistema è alimentato mediante tre generatori collegati a stella le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace 230 V. Assumendo nulla la fase di  $E_{G1}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

$$\begin{aligned} I_1 &= 12.7 + 45.5j \, \text{A} & I_2 &= 18.2 - 43.6j \, \text{A} & I_3 &= -30.9 - 1.8j \, \text{A} \\ P &= 12742 \, \text{W} & Q &= -25483 \, \text{Var} \end{aligned}$$

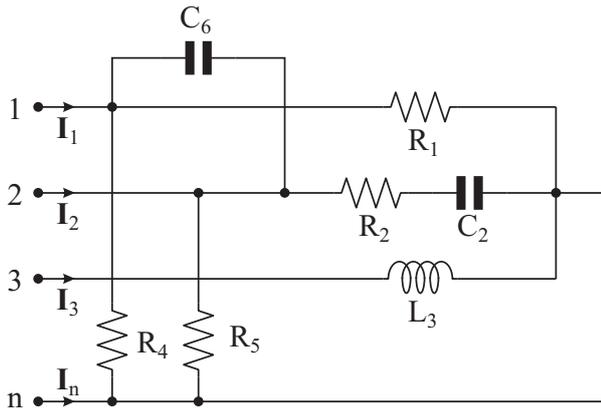
**Esercizio n. 12**

$$\begin{aligned} R_1 &= 23 \, \Omega \\ R_2 &= 23 \, \Omega \\ \omega L_2 &= 40 \, \Omega \\ R_3 &= 40 \, \Omega \\ \omega L_3 &= 23 \, \Omega \\ E_{Ge} &= 230 \, \text{V} \end{aligned}$$

Il sistema è alimentato mediante tre generatori collegati a stella con neutro le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace 230 V. Assumendo nulla la fase di  $E_{G1}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

$$\begin{aligned} I_1 &= 10 \, \text{A} & I_2 &= -5 \, \text{A} & I_3 &= 5j \, \text{A} & I_n &= -5 - 5j \, \text{A} \\ P &= 3875 \, \text{W} & Q &= 1575 \, \text{Var} \end{aligned}$$

**Esercizio n. 13**

$$\begin{aligned} R_1 &= 30 \, \Omega \\ R_2 &= 40 \, \Omega \\ 1/\omega C_2 &= 23 \, \Omega \\ \omega L_3 &= 5 \, \Omega \\ R_4 &= 15 \, \Omega \\ R_5 &= 5 \, \Omega \\ 1/\omega C_6 &= 5 \, \Omega \\ E_{Ge} &= 230 \, \text{V} \end{aligned}$$

Il sistema è alimentato mediante tre generatori collegati a stella con neutro le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace 230 V. Assumendo nulla la fase di  $E_{G1}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

$$I_1 = -17 + 69j \, \text{A}$$

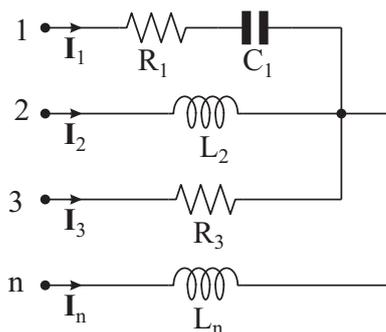
$$I_2 = 17 - 114j \, \text{A}$$

$$I_3 = 40 + 23j \, \text{A}$$

$$I_n = -40 + 22j \, \text{A}$$

$$P = 16935 \, \text{W}$$

$$Q = 21735 \, \text{Var}$$

**Esercizio n. 14**

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \, \Omega \\ 1/\omega C_1 &= 10 \, \Omega \\ \omega L_2 &= 15 \, \Omega \\ R_3 &= 10 \, \Omega \\ \omega L_n &= 5 \, \Omega \\ E_{Ge} &= 230 \, \text{V} \end{aligned}$$

Il sistema è alimentato mediante tre generatori collegati a stella con neutro le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace 230V. Assumendo nulla la fase di  $E_{G1}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

$$I_1 = 21.2 + 16.9j \, \text{A}$$

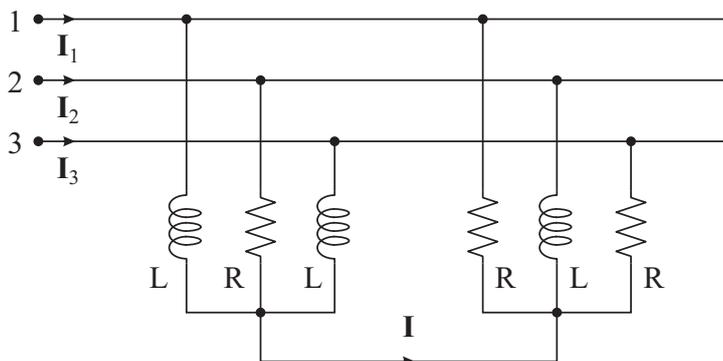
$$I_2 = -16.2 - 2.4j \, \text{A}$$

$$I_3 = 3.6 + 15.7j \, \text{A}$$

$$I_n = -8.6 - 30.2j \, \text{A}$$

$$P = 9945 \, \text{W}$$

$$Q = 1603 \, \text{Var}$$

**Esercizio n. 15**

$$\begin{aligned} R &= 5 \, \Omega \\ \omega L &= 5 \, \Omega \\ V_e &= 400 \, \text{V} \end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e della corrente  $I$ .

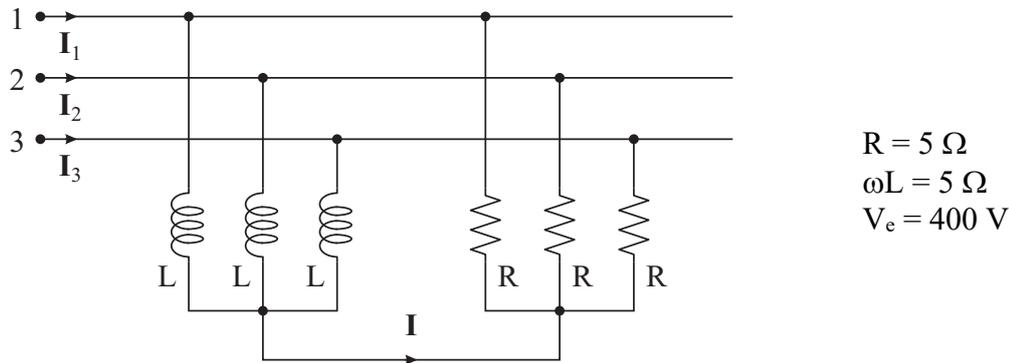
**Risultati**

$I_1 = 46 + 46j \text{ A}$

$I_2 = 17 - 63j \text{ A}$

$I_3 = -63 + 17j \text{ A}$

$I = 63 + 17j \text{ A}$

**Esercizio n. 16**

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e della corrente  $I$ .

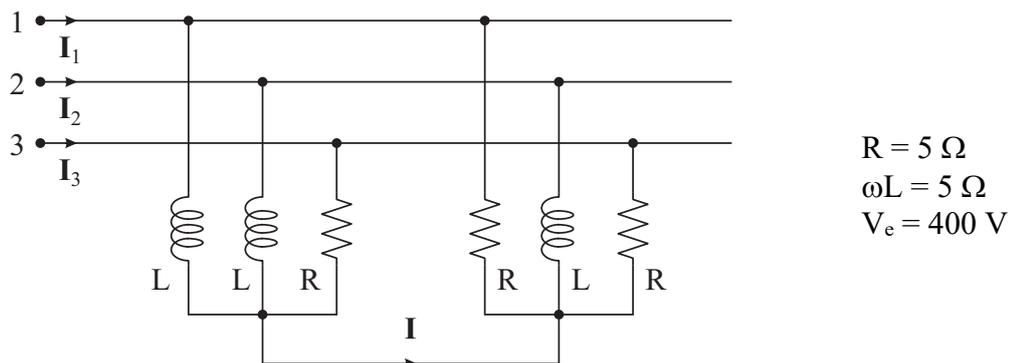
**Risultati**

$I_1 = 46 + 46j \text{ A}$

$I_2 = 17 - 63j \text{ A}$

$I_3 = -63 + 17j \text{ A}$

$I = 0 \text{ A}$

**Esercizio n. 17**

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo nulla la fase di  $V_{23}$ , determinare i fasori delle correnti di linea e della corrente  $I$ .

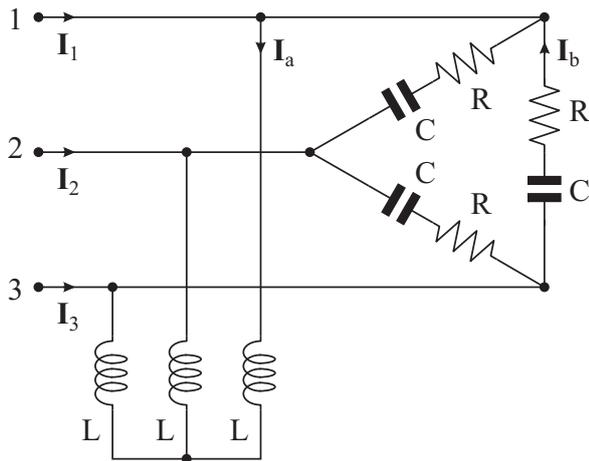
**Risultati**

$I_1 = 72.67 + 72.67j \text{ A}$

$I_2 = 7.33 - 80j \text{ A}$

$I_3 = -80 + 7.33j \text{ A}$

$I = 36.33 - 36.33j \text{ A}$

**Esercizio n. 19**

$$R = 30 \, \Omega$$

$$1/\omega C = 30 \, \Omega$$

$$\omega L = 5 \, \Omega$$

$$V_e = 400 \, \text{V}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Determinare:

- il valore efficace delle correnti di linea;
- i valori efficaci delle correnti  $I_a$ ,  $I_b$ ;
- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

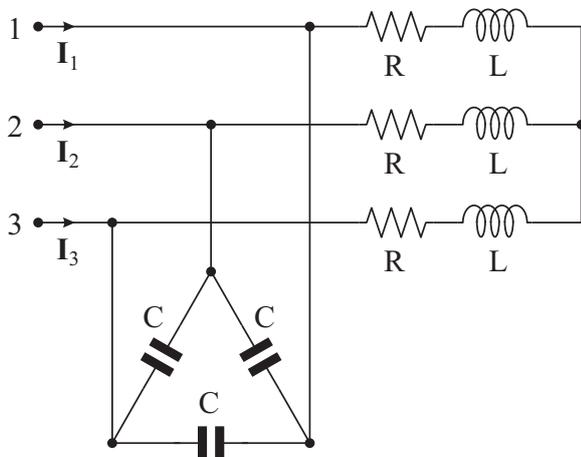
$$I_e = 36.37 \, \text{A}$$

$$I_{ac} = 46 \, \text{A}$$

$$I_{be} = 9.39 \, \text{A}$$

$$P = 7.94 \, \text{kW}$$

$$Q = 23.8 \, \text{kVar}$$

**Esercizio n. 20**

$$R = 10 \, \Omega$$

$$\omega L = 10 \, \Omega$$

$$1/\omega C = 15 \, \Omega$$

$$E_{Ge} = 100 \, \text{V}$$

Il sistema è alimentato mediante tre generatori collegati a stella le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace 100 V. Determinare:

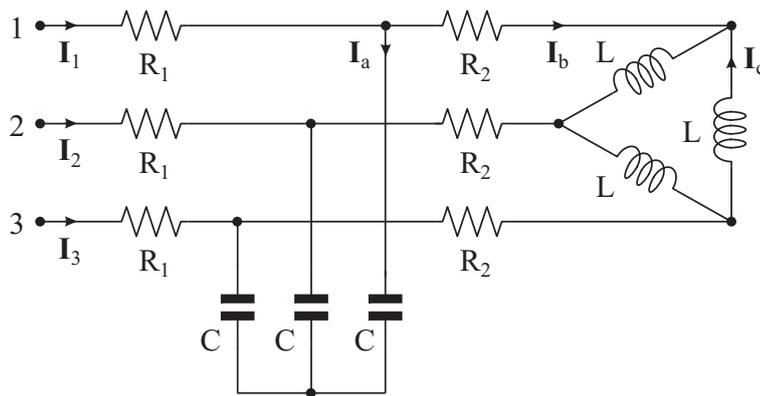
- il valore efficace delle correnti di linea;
- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultato**

$$I_e = 15.81 \, \text{A}$$

$$P = 1.5 \, \text{kW}$$

$$Q = -4.5 \, \text{kVar}$$

**Esercizio n. 21**

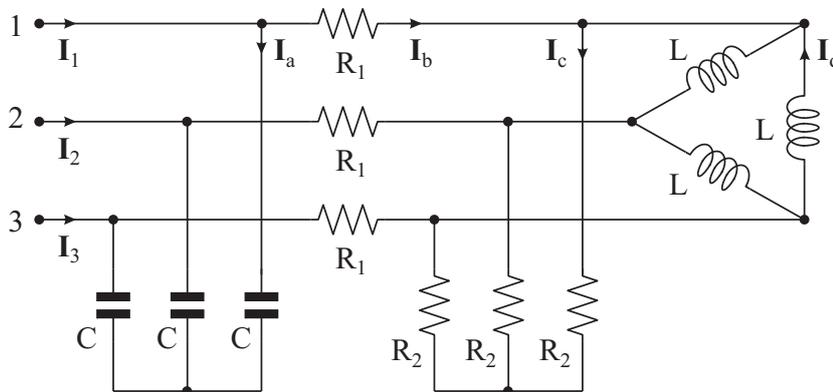
$$\begin{aligned} R_1 &= 3 \, \Omega \\ R_2 &= 4 \, \Omega \\ \omega L &= 6 \, \Omega \\ 1/\omega C &= 2 \, \Omega \\ V_e &= 400 \, \text{V} \end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Determinare:

- il valore efficace delle correnti di linea;
- i valori efficaci delle correnti  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ;
- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

$$\begin{aligned} I_e &= 51.43 \, \text{A} & I_{ae} &= 57.5 \, \text{A} & I_{be} &= 25.72 \, \text{A} & I_{ce} &= 14.85 \, \text{A} \\ P &= 31.74 \, \text{kW} & Q &= -15.87 \, \text{kVar} \end{aligned}$$

**Esercizio n. 22**

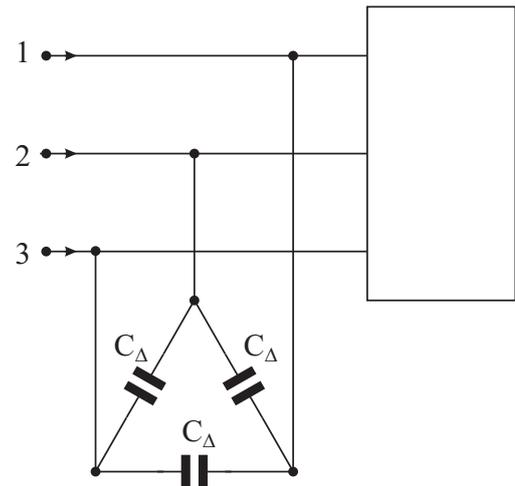
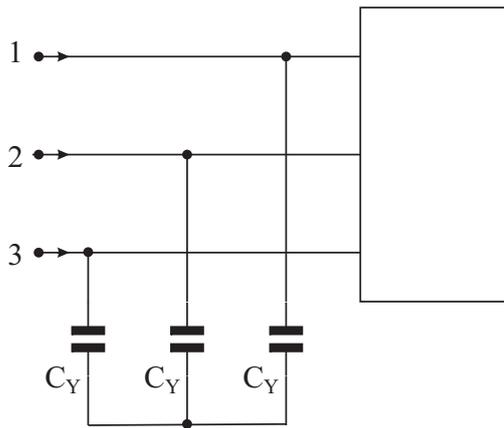
$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \, \Omega \\ R_2 &= 50 \, \Omega \\ \omega L &= 75 \, \Omega \\ 1/\omega C &= 20 \, \Omega \\ V_e &= 400 \, \text{V} \end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Determinare:

- il valore efficace delle correnti di linea;
- i valori efficaci delle correnti  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ ,  $I_d$ ;
- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico.

**Risultati**

$$\begin{aligned} I_e &= 8.13 \, \text{A} & I_{ae} &= 11.5 \, \text{A} & I_{be} &= 8.13 \, \text{A} & I_{ce} &= 3.64 \, \text{A} & I_{de} &= 4.2 \, \text{A} \\ P &= 3968 \, \text{W} & Q &= -3968 \, \text{Var} \end{aligned}$$

**Esercizio n. 23**

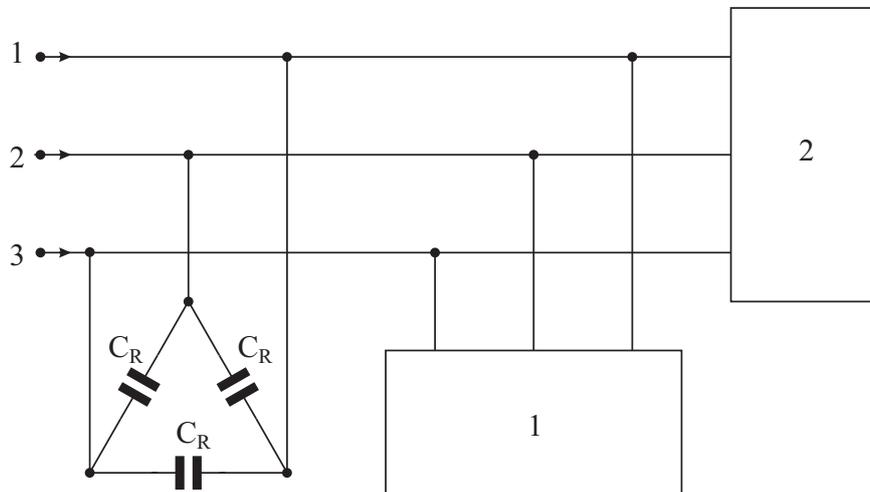
$$P = 50 \text{ kW} \quad Q = 50 \text{ kVar} \quad V_e = 400 \text{ V} \quad f = 50 \text{ Hz}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo che il carico sia regolare, determinare:

- il valore delle capacità di rifasamento necessarie per ottenere un fattore di potenza pari a 0.95, sia nel caso di collegamento a stella che nel caso di collegamento a triangolo;
- il valore efficace delle correnti di linea in assenza ( $I_{e0}$ ) e in presenza ( $I_{e1}$ ) dei condensatori di rifasamento.

**Risultati**

$$C_Y = 668 \text{ } \mu\text{F} \quad C_{\Delta} = 223 \text{ } \mu\text{F} \quad I_{e0} = 102 \text{ A} \quad I_{e1} = 76 \text{ A}$$

**Esercizio n. 24**

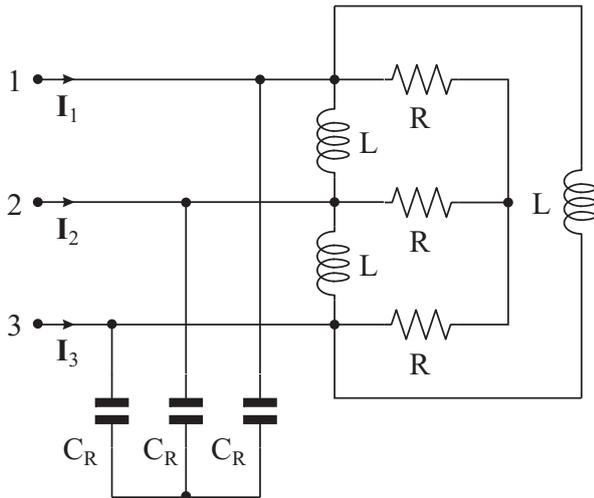
$$\begin{aligned} S_1 &= 30 \text{ kVA} \\ \cos \varphi_1 &= 0.6 \text{ (ritardo)} \\ P_2 &= 16 \text{ kW} \\ \cos \varphi_2 &= 0.8 \text{ (ritardo)} \\ V_e &= 400 \text{ V} \\ f &= 50 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Assumendo che i due carichi siano regolari, determinare:

- il fattore di potenza del carico complessivo;
- il valore delle capacità di rifasamento necessarie per ottenere un fattore di potenza pari a 0.9;
- il valore efficace delle correnti di linea in assenza ( $I_{e0}$ ) e in presenza ( $I_{e1}$ ) dei condensatori di rifasamento.

**Risultati**

$$C_R = 130 \text{ } \mu\text{F} \quad I_{e0} = 71.47 \text{ A} \quad I_{e1} = 54.53 \text{ A}$$

**Esercizio n. 25**

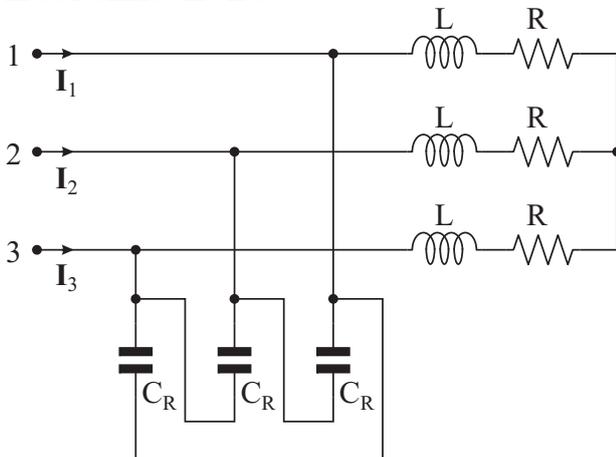
$$\begin{aligned} R &= 10 \, \Omega \\ \omega L &= 15 \, \Omega \\ E_{Ge} &= 100 \, \text{V} \\ f &= 50 \, \text{Hz} \end{aligned}$$

Il sistema è alimentato mediante tre generatori collegati a stella le cui tensioni costituiscono una terna diretta simmetrica con valore efficace 100 V. Determinare:

- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il fattore di potenza del carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il valore delle capacità di rifasamento necessarie per ottenere un fattore di potenza pari a 0.95;
- il valore efficace delle correnti di linea in assenza ( $I_{e0}$ ) e in presenza ( $I_{e1}$ ) dei condensatori di rifasamento.

**Risultati**

$$P = 3 \, \text{kW} \quad Q = 6 \, \text{kVar} \quad \cos\varphi = 0.447 \quad C_R = 532 \, \mu\text{F} \quad I_{e0} = 22.36 \, \text{A} \quad I_{e1} = 10.53 \, \text{A}$$

**Esercizio n. 26**

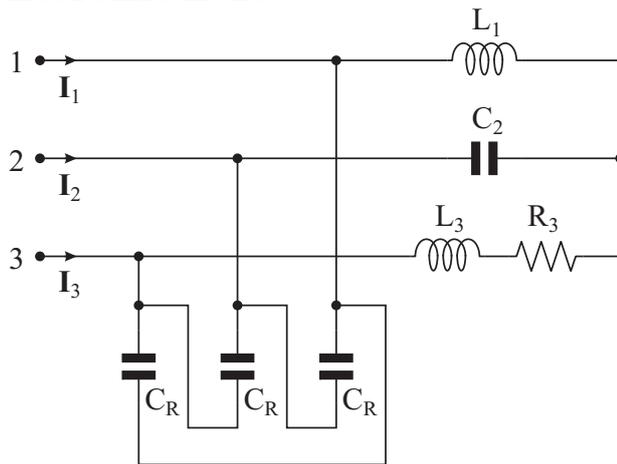
$$\begin{aligned} R &= 69 \, \Omega \\ \omega L &= 92 \, \Omega \\ V_e &= 400 \, \text{V} \\ f &= 50 \, \text{Hz} \end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Determinare:

- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il fattore di potenza del carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il valore delle capacità di rifasamento necessarie per ottenere un fattore di potenza pari a 0.95;
- il valore efficace delle correnti di linea in assenza ( $I_{e0}$ ) e in presenza ( $I_{e1}$ ) dei condensatori di rifasamento.

**Risultati**

$$P = 828 \, \text{W} \quad Q = 1104 \, \text{Var} \quad \cos\varphi = 0.6 \quad C_R = 5.52 \, \mu\text{F} \quad I_{e0} = 2 \, \text{A} \quad I_{e1} = 1.33 \, \text{A}$$

**Esercizio n. 27**

$$\begin{aligned}\omega L_1 &= 50 \, \Omega \\ 1/\omega C_2 &= 100 \, \Omega \\ R_3 &= 150 \, \Omega \\ \omega L_3 &= 50 \, \Omega \\ V_e &= 400 \, \text{V} \\ f &= 50 \, \text{Hz}\end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Determinare:

- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il fattore di potenza del carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il valore delle capacità di rifasamento necessarie per ottenere un fattore di potenza pari a 0.9.

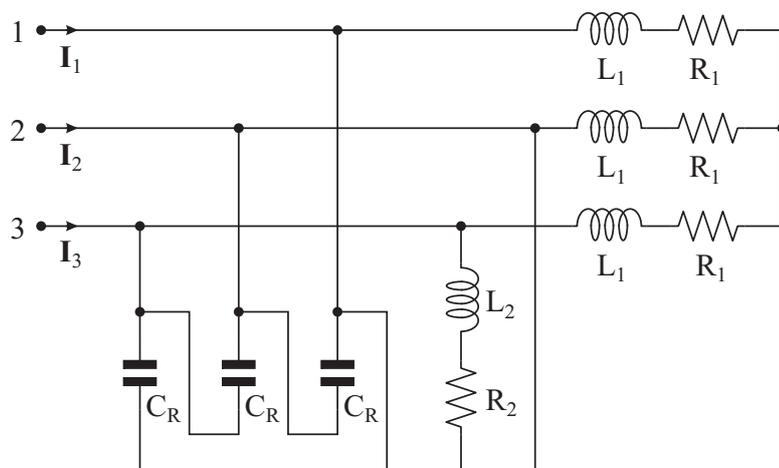
**Risultati**

$$P = 1587 \, \text{W}$$

$$Q = 1594 \, \text{Var}$$

$$\cos\Phi = 0.706$$

$$C_R = 5.5 \, \mu\text{F}$$

**Esercizio n. 28**

$$\begin{aligned}R_1 &= 5 \, \Omega \\ \omega L_1 &= 5 \, \Omega \\ R_2 &= 5 \, \Omega \\ \omega L_2 &= 15 \, \Omega \\ V_e &= 400 \, \text{V} \\ f &= 50 \, \text{Hz}\end{aligned}$$

Le tensioni concatenate formano una terna simmetrica diretta con valore efficace 400 V. Determinare:

- la potenza attiva e reattiva assorbita dal carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il fattore di potenza del carico in assenza dei condensatori di rifasamento;
- il valore delle capacità di rifasamento necessarie per ottenere un fattore di potenza pari a 0.93.

**Risultati**

$$P = 19.14 \, \text{kW}$$

$$Q = 25.54 \, \text{kVar}$$

$$\cos\Phi = 0.6$$

$$C_R = 120 \, \mu\text{F}$$