

Componenti resistivi

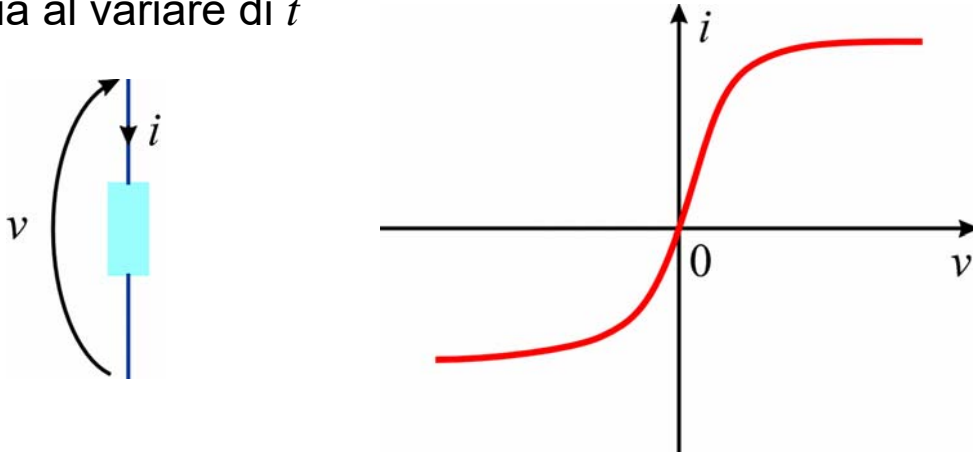
www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm
(versione del 24-2-2018)

Bipoli resistivi

- **Bipolo resistivo**: componente a due terminali avente equazione caratteristica del tipo
$$f[v(t), i(t), t] = 0$$
(f = funzione generica)
- ➔ L'equazione caratteristica mette in relazione i valori assunti dalla tensione e dalla corrente allo stesso istante t
- **Bipolo resistivo tempo-variante**:
 t compare esplicitamente come argomento di f
$$f[v(t), i(t), t] = 0$$
- **Bipolo resistivo tempo-invariante**:
 t non compare esplicitamente come argomento di f
$$f[v(t), i(t)] = 0$$

Curva caratteristica

- In ogni istante t , l'equazione di un bipolo resistivo definisce una curva nel piano v - i detta **curva caratteristica**
- I punti della curva caratteristica rappresentano tutte le possibili coppie di valori che possono assumere la tensione e la corrente del bipolo all'istante t
- Per un bipolo resistivo tempo-invariante la curva caratteristica non varia al variare di t



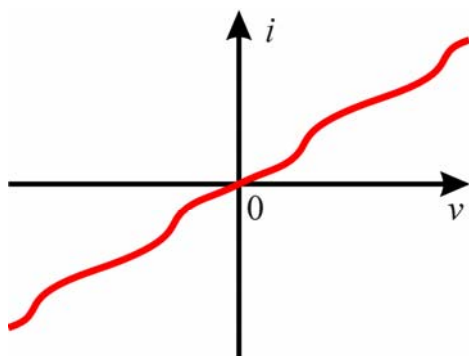
3

Bipoli resistivi

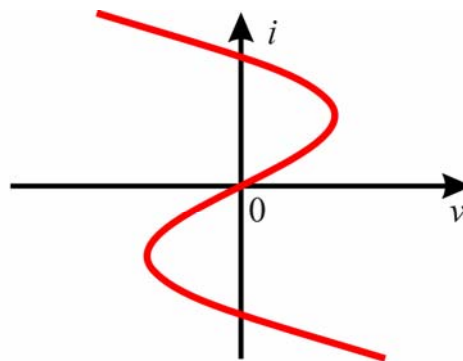
- **Bipolo comandato in tensione:**
l'equazione può essere posta nella forma $i(t) = g[v(t)]$
- **Bipolo comandato in corrente:**
l'equazione può essere posta nella forma $v(t) = h[i(t)]$
- **Bipolo bilaterale:**
 $f[v(t), i(t)] = 0 \Leftrightarrow f[-v(t), -i(t)] = 0$
 - ➔ curva caratteristica simmetrica rispetto all'origine
 - ➔ scambiando i terminali il comportamento del componente non cambia
- **Bipolo inerte:**
la curva caratteristica attraversa gli assi solo in corrispondenza dell'origine

4

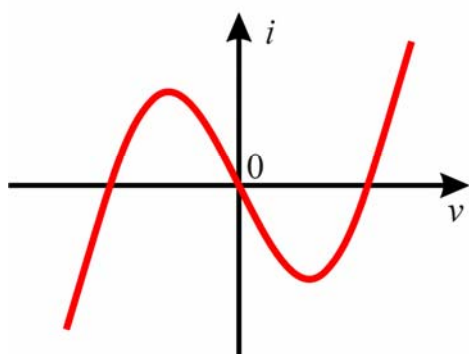
Esempi



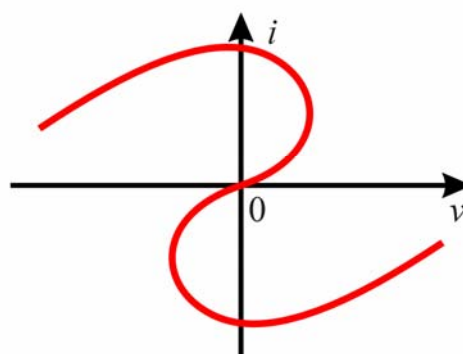
comandato in i e in v



comandato in i



comandato in v



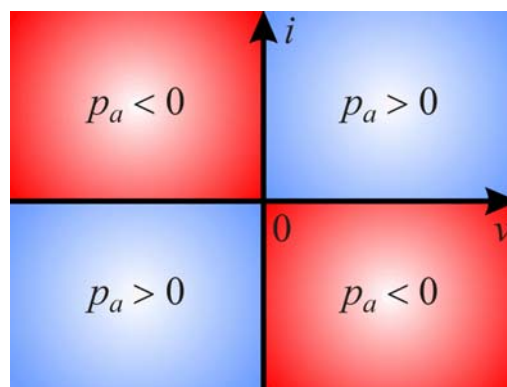
non comandato né in i né in v

5

Bipoli resistivi passivi

- Se la tensione e la corrente sono orientate secondo la convenzione dell'utilizzatore

- ◆ $p_a = vi > 0$ per i punti compresi nel 1° e nel 3° quadrante
 - ◆ $p_a = vi < 0$ per i punti compresi nel 2° e nel 4° quadrante



- Per un bipolo resistivo passivo in ogni condizione di funzionamento risulta $p_a \geq 0$
 - ➔ La curva caratteristica è interamente contenuta nel 1° e nel 3° quadrante (assi inclusi)
- Per un bipolo resistivo attivo esistono condizioni di funzionamento nelle quali $p_a < 0$
 - ➔ La curva caratteristica contiene punti del 2° o del 4° quadrante

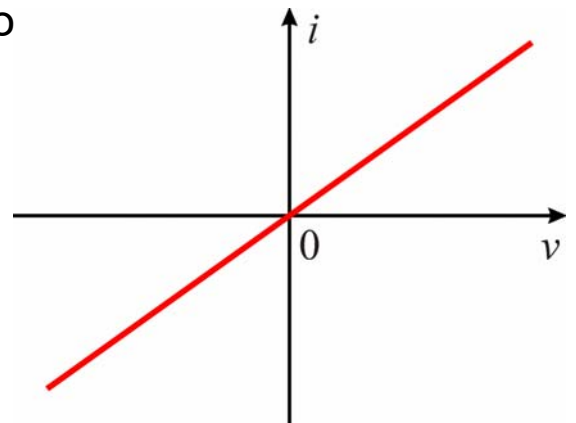
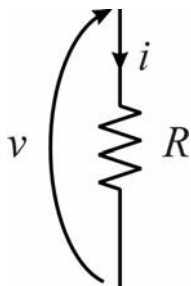
6

Resistore

- **Equazione:** $v = Ri$ $R = \text{resistenza}$ (ohm, Ω)
 $i = Gv$ $G = \text{conduttanza}$ (siemens, S) $G = 1/R$
(v e i orientate secondo la convenzione dell'utilizzatore)
- ➔ v e i soddisfano la **legge di Ohm**
- ➔ Il resistore è un bipolo lineare, comandato sia in corrente che in tensione ed è bilaterale
- **Potenza assorbita:** $p_a = vi = Ri^2 = Gv^2$
- ➔ Se $R \geq 0$ ($G \geq 0$) il resistore è passivo

Curva caratteristica

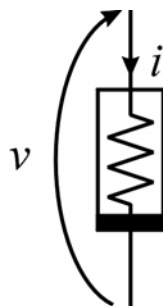
Simbolo



7

Resistori non lineari

- I bipoli resistivi per i quali la tensione e la corrente non soddisfano la legge di Ohm, sono anche indicati genericamente col nome di **resistori non lineari**
- Per rappresentare un generico bipolo resistivo non lineare si utilizza il simbolo

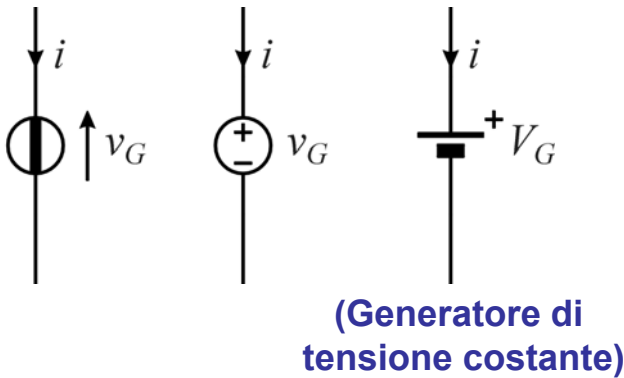


8

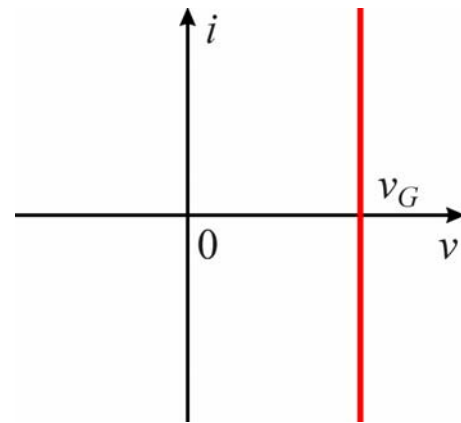
Generatore indipendente di tensione

- **Equazione:** $v = v_G(t)$
- ➔ Il generatore indipendente di tensione è un bipolo comandato in corrente e non è bilaterale
- ➔ **Potenza assorbita:** può variare da $-\infty$ a $+\infty$
- ➔ Il generatore indipendente di tensione è un componente attivo

Simboli



Curva caratteristica

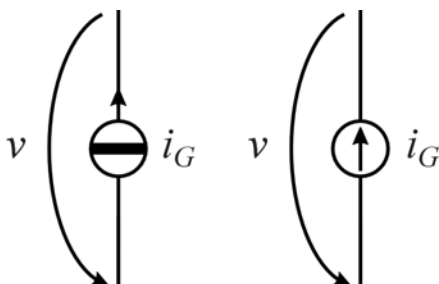


9

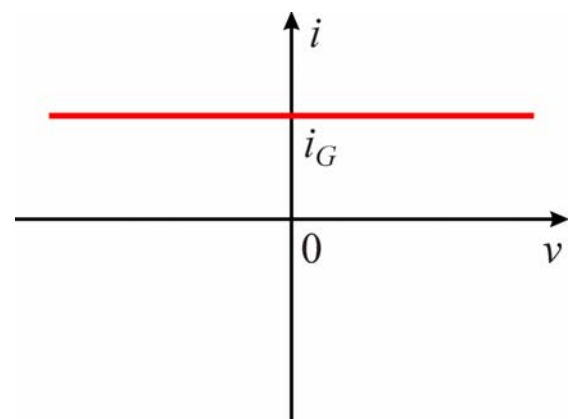
Generatore indipendente di corrente

- **Equazione:** $i = i_G(t)$
- ➔ Il generatore indipendente di corrente è un bipolo comandato in tensione e non è bilaterale
- **Potenza assorbita:** può variare da $-\infty$ a $+\infty$
- ➔ Il generatore indipendente di corrente è un componente attivo

Simboli



Curva caratteristica



10

Generatori indipendenti

- I generatori indipendenti sono casi particolari di bipoli resistivi non lineari
- Se le tensioni o le correnti impresse sono funzioni del tempo, i generatori indipendenti sono componenti tempo-varianti
- Le tensioni o le correnti impresse dei generatori indipendenti costituiscono i termini noti delle equazioni del circuito (→ **ingressi del circuito**)
- Le altre tensioni e correnti del circuito sono funzioni degli ingressi (→ **uscite o risposte del circuito**)

11

Circuiti lineari e tempo-invarianti

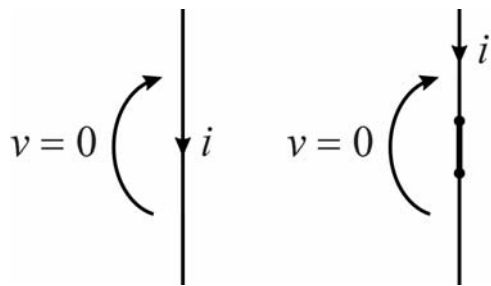
- **Circuito lineare** = circuito formato esclusivamente da componenti lineari e generatori indipendenti
 - ◆ in questo caso le equazioni del circuito costituiscono un sistema lineare nel quale le grandezze impresse dei generatori rappresentano i termini noti
- **Circuito non lineare** = circuito che contiene almeno un componente non lineare diverso da un generatore indipendente
- **Circuito tempo-invariante** = circuito formato esclusivamente da componenti tempo-invarianti e generatori indipendenti
- **Circuito tempo-variante** = circuito che contiene almeno un componente tempo-variante diverso da un generatore indipendente

12

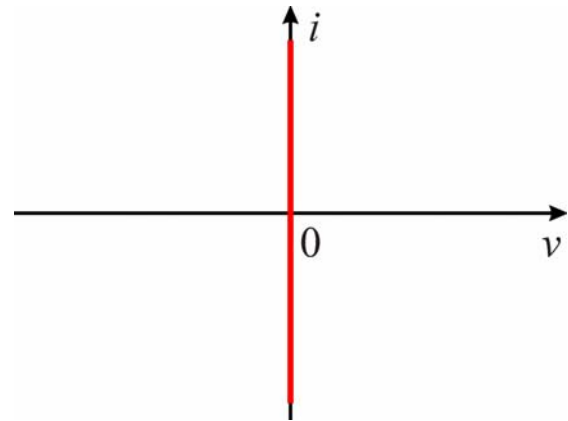
Cortocircuito

- **Equazione:** $v = 0$
- **Potenza assorbita:** $p_a = vi = 0$
- ➔ Il cortocircuito è un componente passivo
- Il cortocircuito può essere considerato un caso particolare
 - ◆ di generatore indipendente di tensione con $v_G = 0$
 - ◆ di resistore con $R = 0$

Simboli



Curva caratteristica

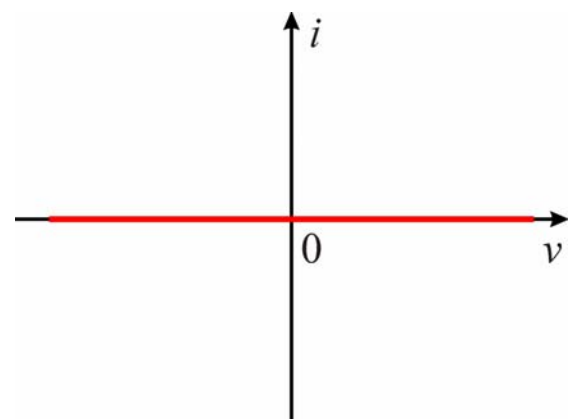
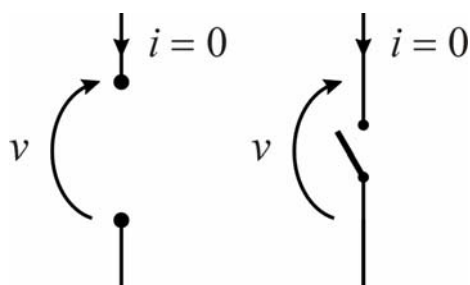


13

Circuito aperto

- **Equazione:** $i = 0$
- **Potenza assorbita:** $p_a = vi = 0$
- ➔ Il circuito aperto è un componente passivo
- Il cortocircuito può essere considerato un caso particolare
 - ◆ di generatore indipendente di corrente con $i_G = 0$
 - ◆ di resistore con $G = 0$ ($R = \infty$)

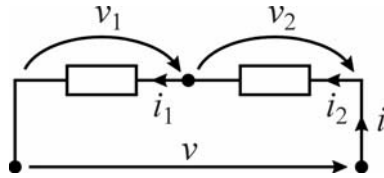
Simboli



14

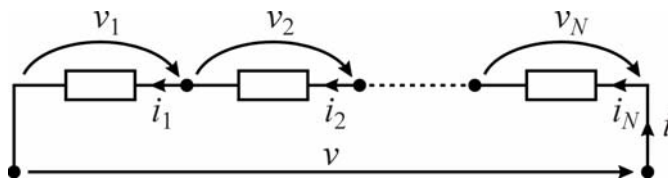
Bipoli in serie

- **Bipoli collegati in serie:** un terminale del primo bipolo e un terminale del secondo bipolo sono uniti in un nodo a cui non sono collegati altri componenti



LKV $v = v_1 + v_2$

LKI $i = i_1 = i_2$



LKV $v = \sum_{k=1}^N v_k$

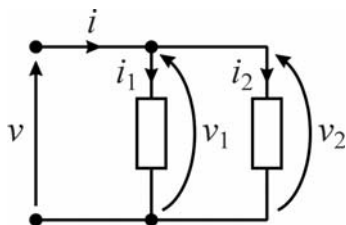
LKI $i = i_k \quad (k = 1, \dots, N)$

I bipoli collegati in serie sono percorsi dalla stessa corrente

15

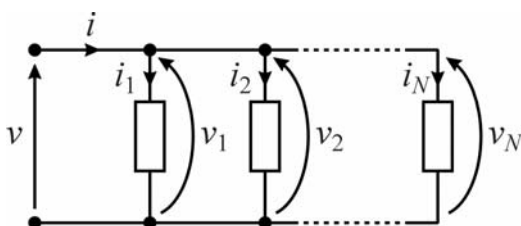
Bipoli in parallelo

- **Bipoli collegati in parallelo:** ciascuno dei terminali di un bipolo è collegato a uno dei terminali dell'altro



LKV $v = v_1 = v_2$

LKI $i = i_1 + i_2$



LKV $v = v_k \quad (k = 1, \dots, N)$

LKI $i = \sum_{k=1}^N i_k$

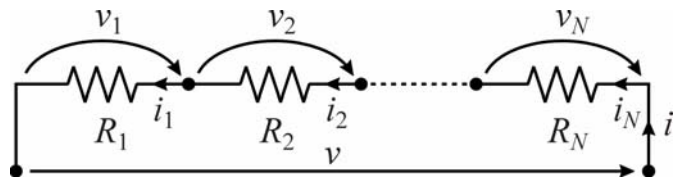
I bipoli collegati in parallelo sono sottoposti alla stessa tensione

16

Resistori in serie

LKV $v = \sum_{k=1}^N v_k$

LKI $i = i_k \quad (k = 1, \dots, N)$



Relazioni costitutive $v_k = R_k i_k \quad (k = 1, \dots, N)$

➔ $v = \sum_{k=1}^N R_k i_k = \left(\sum_{k=1}^N R_k \right) i = R_S i$

- N resistori in serie equivalgono a un resistore con resistenza

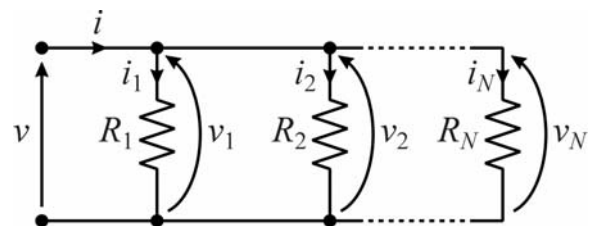
$$R_S = \sum_{k=1}^N R_k \quad R_S = \text{resistenza equivalente serie}$$

17

Resistori in parallelo

LKI $i = \sum_{k=1}^N i_k$

LKV $v = v_k \quad (k = 1, \dots, N)$



Relazioni costitutive $i_k = G_k v_k \quad (k = 1, \dots, N)$

➔ $i = \sum_{k=1}^N G_k v_k = \left(\sum_{k=1}^N G_k \right) v = G_P v$

- N resistori in parallelo equivalgono a un resistore di conduttanza

$$G_P = \sum_{k=1}^N G_k \quad G_P = \text{conduttanza equivalente parallelo}$$

18

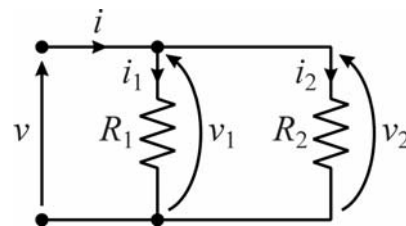
Resistori in parallelo

- In termini di resistenze si ha

$$R_P = \frac{1}{G_P} = \frac{1}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}} \quad R_P = \text{resistenza equivalente parallelo}$$

- Nel caso particolare di due resistori in parallelo, la resistenza equivalente è

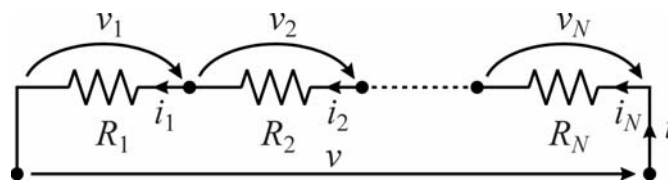
$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



19

Partitore di tensione

- Problema:** dati N resistori in serie, nota la tensione totale v e le resistenze R_k determinare le tensioni dei resistori



$$i = \frac{v}{R_S} = \frac{v}{\sum_{k=1}^N R_k} \quad \Rightarrow \quad v_j = R_j i = \frac{R_j}{\sum_{k=1}^N R_k} v \quad (j = 1, \dots, N)$$

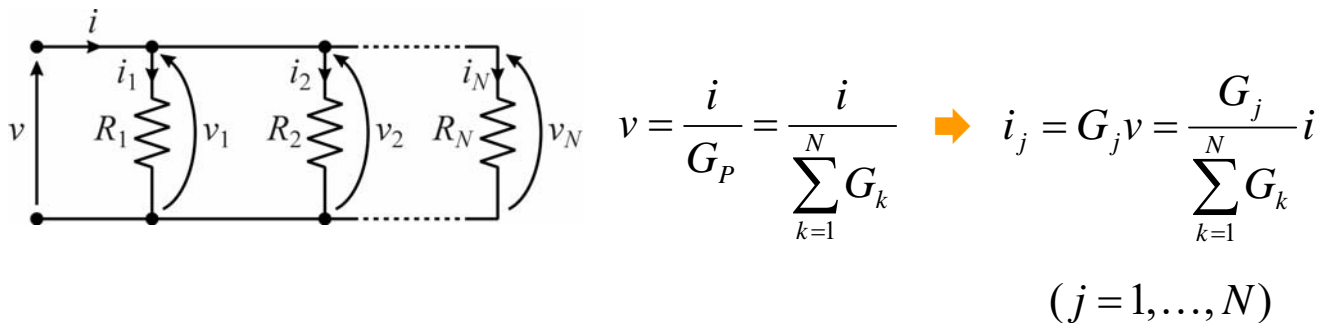
- La tensione v si suddivide in parti direttamente proporzionali alle resistenze

$$\frac{R_j}{\sum_{k=1}^N R_k} \quad \text{Fattore di partizione}$$

20

Partitore di corrente

- **Problema:** dati N resistori in parallelo, nota la corrente totale i e le resistenze R_k determinare le correnti dei resistori



- La corrente i si suddivide in parti direttamente proporzionali alle conduttanze (inversamente proporzionali alle resistenze)

$$\frac{G_j}{\sum_{k=1}^N G_k} \quad \text{Fattore di partizione}$$

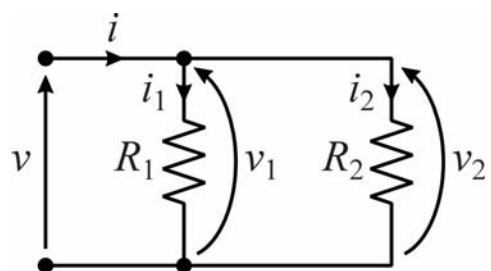
21

Partitore di corrente

- Caso particolare di due resistori in parallelo

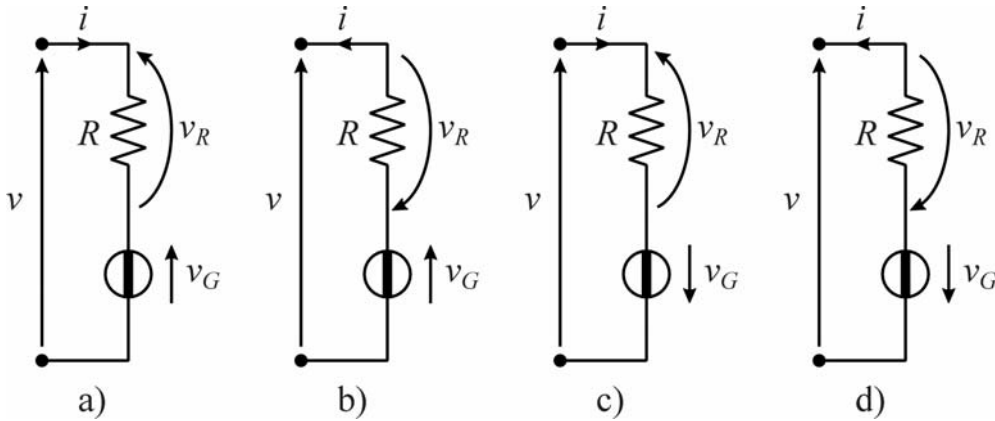
$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$



22

Generatore di tensione e resistore in serie



Equazioni caratteristiche

- a) $v = v_G + v_R = v_G + Ri$
- b) $v = v_G - v_R = v_G - Ri$
- c) $v = -v_G + v_R = -v_G + Ri$
- d) $v = -v_G - v_R = -v_G - Ri$

23

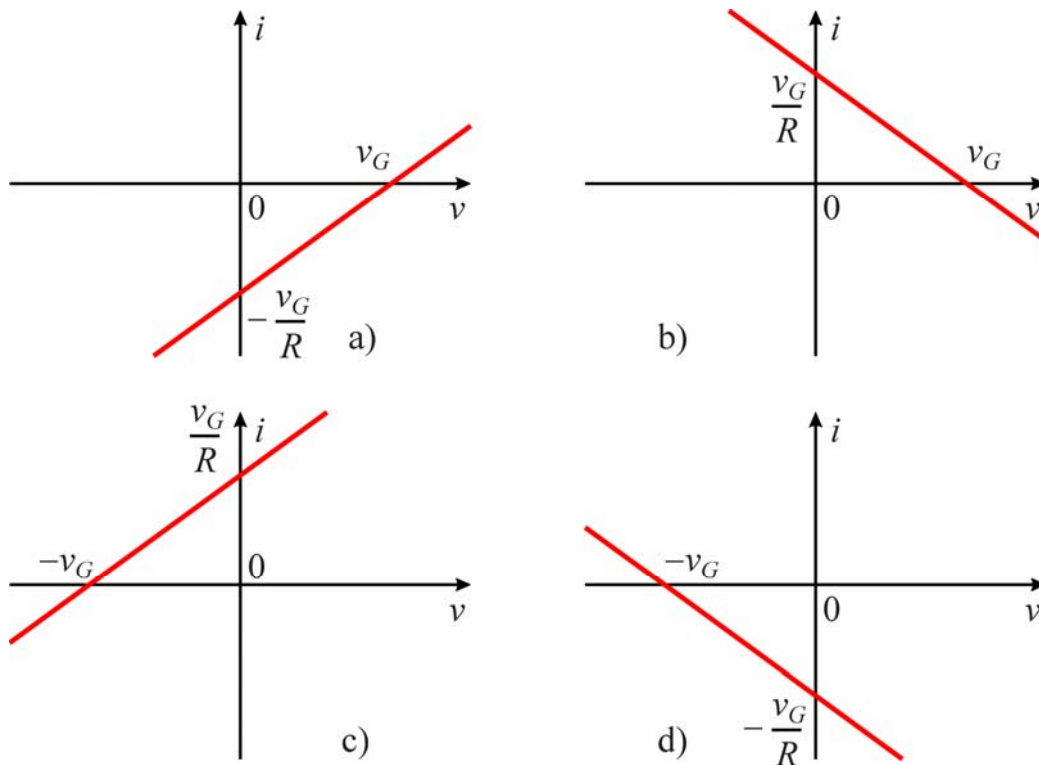
Generatore di tensione e resistore in serie

- Le curve caratteristiche sono delle rette non passanti per l'origine (se $v_G \neq 0$)
- Il valore di v per $i = 0$, corrispondente all'intersezione della retta con l'asse v , è detto **tensione a vuoto** e coincide, eventualmente a meno del segno, con la tensione del generatore
- Il valore di i per $v = 0$, corrispondente all'intersezione della retta con l'asse i , è detto **corrente di cortocircuito** e coincide, eventualmente a meno del segno, con il rapporto tra la tensione del generatore e la resistenza R

24

Generatore di tensione e resistore in serie

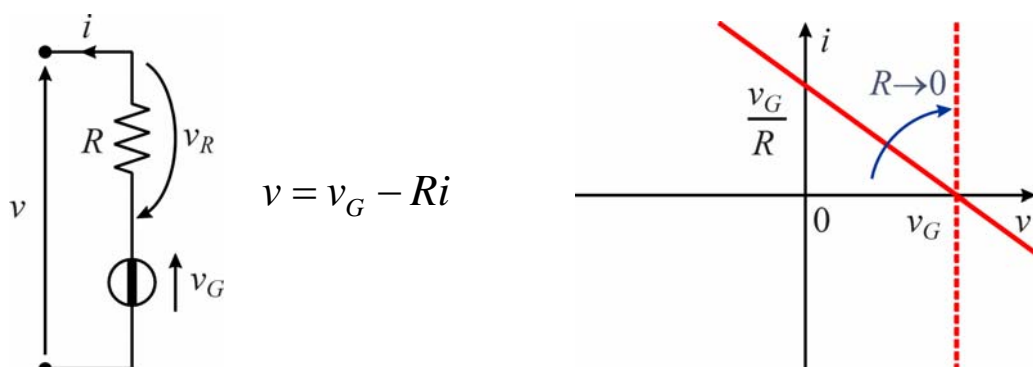
Curve caratteristiche



25

Modello di un generatore reale di tensione

- La tensione di un generatore ideale di tensione non dipende dalla corrente
- Per un generatore reale la tensione è praticamente costante solo se il valore assoluto della corrente è piccolo
- Per rappresentare un generatore reale si può utilizzare un circuito equivalente formato da un generatore ideale con un resistore in serie
- La caratteristica tende a quella di un generatore ideale al tendere a zero della resistenza



26

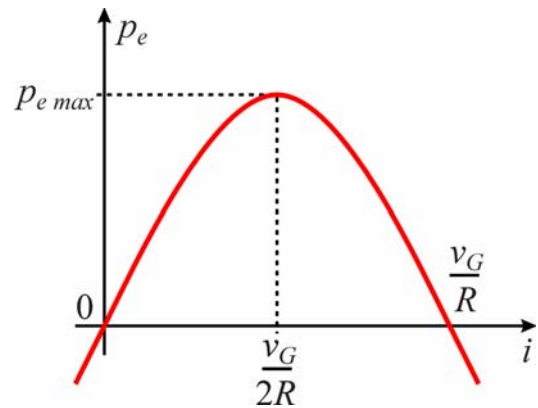
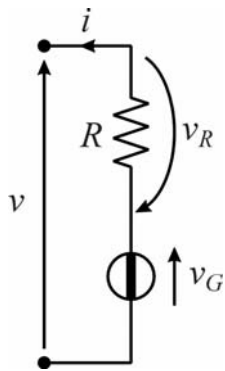
Potenza disponibile

- Potenza erogata dal bipolo $p_e = vi = v_G i - Ri^2$
- Al variare di i la potenza è massima se

$$\frac{dp_e}{di} = 0 \Rightarrow v_G - 2Ri = 0 \Rightarrow i = \frac{v_G}{2R}$$

- In queste condizioni la tensione è $v = v_G - R \frac{v_G}{2R} = \frac{v_G}{2}$

- La massima potenza erogabile (**potenza disponibile**) è $p_{e\max} = \frac{v_G^2}{4R}$



27

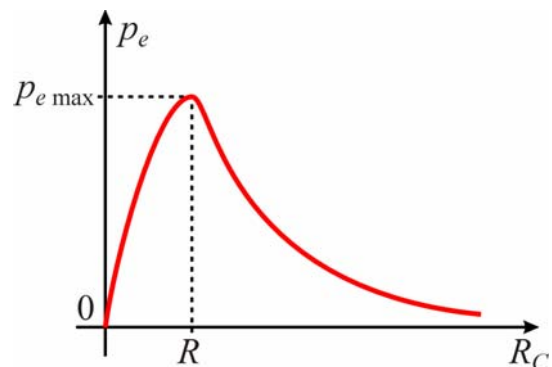
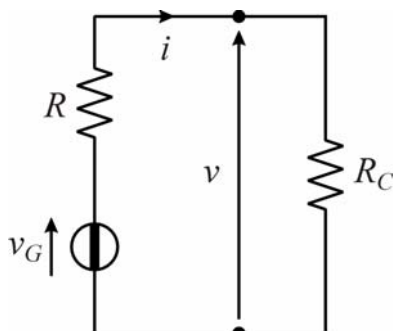
Massimo trasferimento di potenza

- Potenza erogata da un generatore reale collegato a un resistore di carico R_C

$$p_e = vi = v_G \frac{R_C}{R + R_C} \cdot \frac{v_G}{R + R_C} = v_G^2 \frac{R_C}{(R + R_C)^2}$$

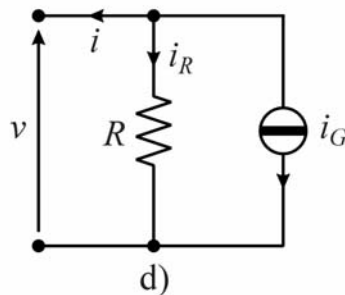
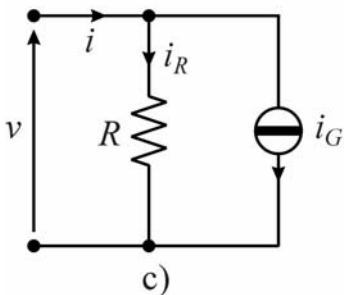
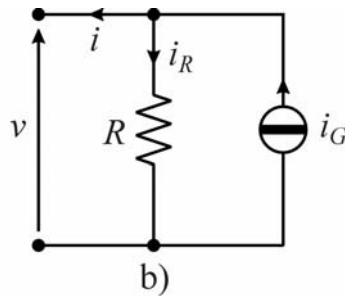
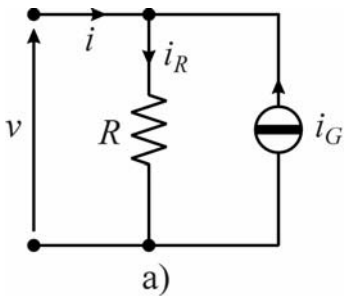
- La potenza è massima per $R_C = R$

$$p_e = p_{e\max} = \frac{v_G^2}{4R} \Leftrightarrow R_C = R$$



28

Generatore di corrente e resistore in parallelo



Equazioni caratteristiche

a) $i = -i_G + i_R = -i_G + Gv$

b) $i = i_G - i_R = i_G - Gv$

c) $i = i_G + i_R = i_G + Gv$

d) $i = -i_G - i_R = -i_G - Gv$

$$\left(G = \frac{1}{R} \right)$$

29

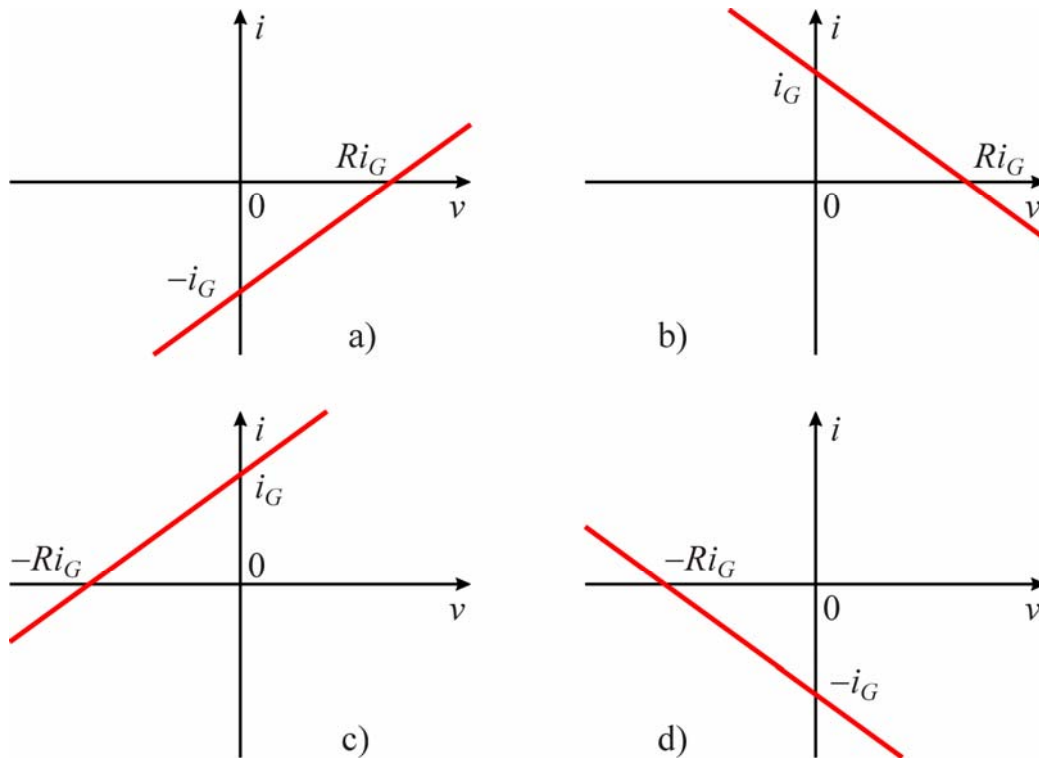
Generatore di corrente e resistore in parallelo

- Le curve caratteristiche sono delle rette non passanti per l'origine (se $i_G \neq 0$)
- La corrente di cortocircuito coincide, eventualmente a meno del segno, con la corrente del generatore
- La tensione a vuoto coincide, eventualmente a meno del segno, con il prodotto della corrente del generatore per la resistenza R

30

Generatore di corrente e resistore in parallelo

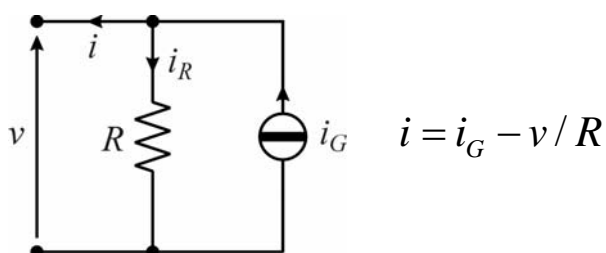
Curve caratteristiche



31

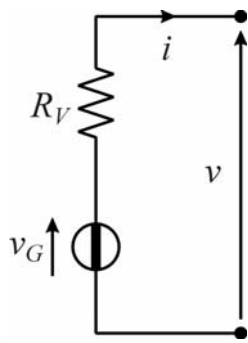
Modello di un generatore reale di corrente

- La corrente di un generatore ideale di corrente non dipende dalla tensione
- Per un generatore reale la corrente è praticamente costante solo se il valore assoluto della tensione è piccolo
- Per rappresentare un generatore reale si può utilizzare un circuito equivalente formato da un generatore ideale con un resistore in parallelo
- La caratteristica tende a quella di un generatore ideale al tendere a infinito della resistenza

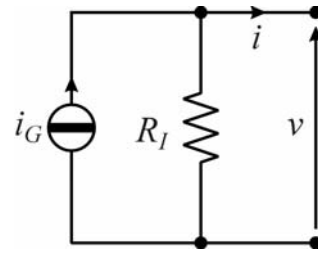


32

Trasformazione dei generatori



$$v = v_G - R_V i$$



$$i = i_G - \frac{v}{R_I} \Rightarrow v = R_I i_G - R_I i$$

- I due bipoli sono equivalenti se sono verificate le condizioni

$$R_V = R_I = R$$

$$v_G = R i_G \quad \leftarrow \quad \text{(Questa relazione vale se i versi di } v_G \text{ e } i_G \text{ sono orientati come indicato nella figura)}$$

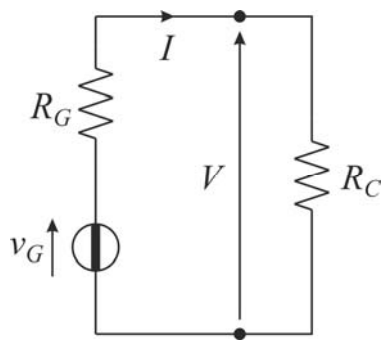
33

Nota

- L'equivalenza vale solo per il comportamento ai terminali esterni
- ➔ A parità di v e i
 - ◆ le potenze erogate dai due bipoli sono uguali
 - ◆ le potenze erogate dai generatori v_G e i_G e le potenze assorbite dai resistori in generale sono diverse

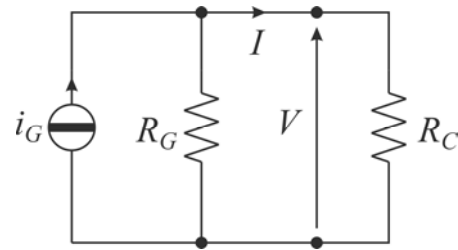
34

Esempio



$$V = v_G \frac{R_C}{R_G + R_C}$$

$$I = \frac{v_G}{R_G + R_C}$$



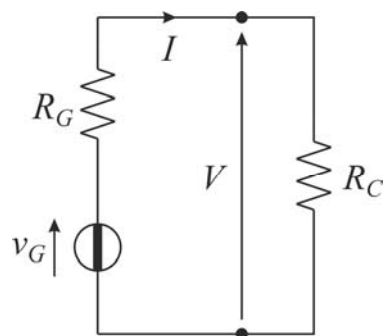
$$V = i_G \frac{R_G R_C}{R_G + R_C}$$

$$I = i_G \frac{R_G}{R_G + R_C}$$

- Se $v_G = R_G i_G$ nei due circuiti V e I sono uguali

35

Esempio



$$P_G = v_G I$$

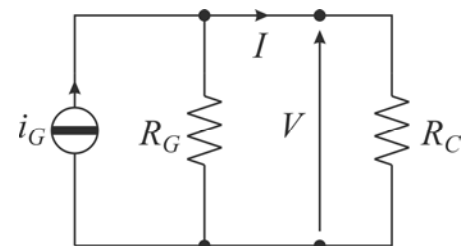
Potenza erogata
dal generatore

Potenza
assorbita da R_G

Potenza
assorbita da R_C

$$P_{RG} = (v_G - V) I$$

$$P_{RC} = VI = P_G - P_{RG}$$



$$P_G = Vi_G$$

$$P_{RG} = V(i_G - I)$$

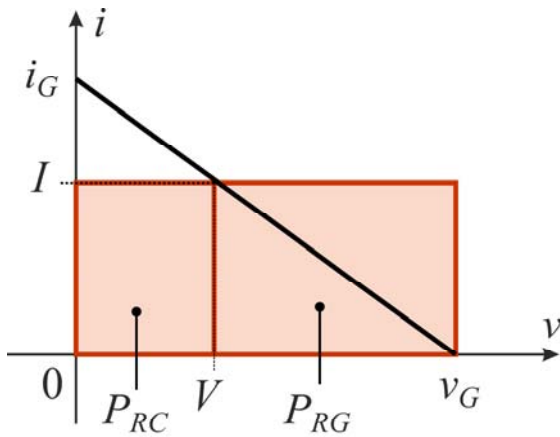
$$P_{RC} = VI = P_G - P_{RG}$$

- In generale P_G e P_{RG} nei due circuiti sono diverse

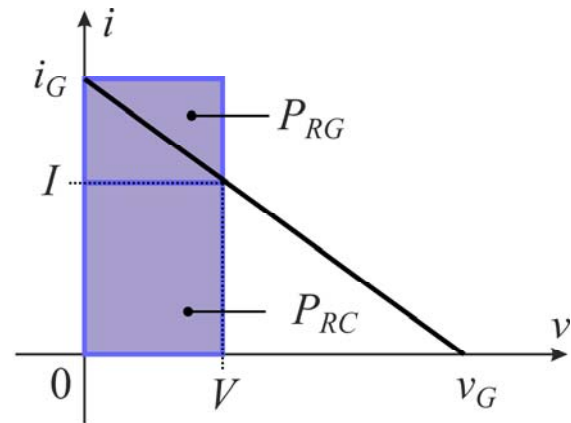
36



Esempio

Generatore di tensione



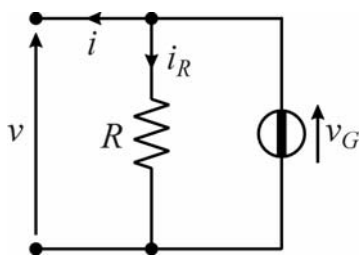
Generatore di corrente



-  potenza erogata dal generatore di tensione
-  potenza erogata dal generatore di corrente

37

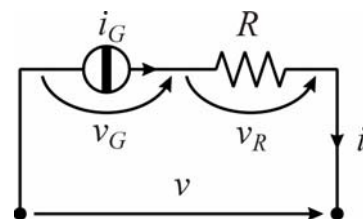
Altri collegamenti tra generatori e resistori



$$v = v_G$$



Il bipolo equivale al solo generatore di tensione v_G



$$i = i_G$$



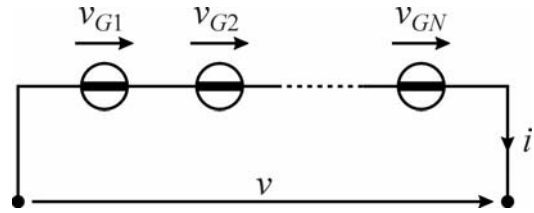
Il bipolo equivale al solo generatore di corrente i_G

38

Collegamenti tra generatori

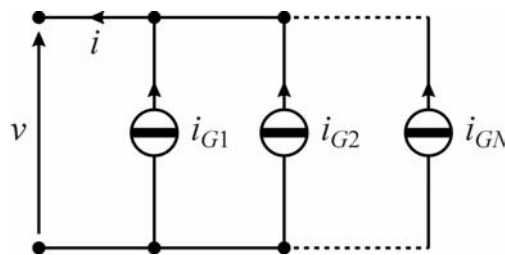
- N generatori indipendenti di tensione in serie equivalgono a un unico generatore di tensione

$$v_{GS} = v = \sum_{k=1}^N v_{Gk}$$



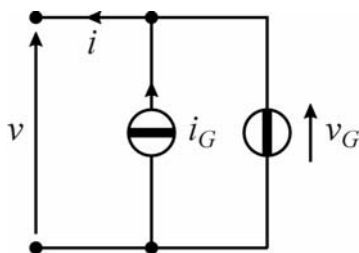
- N generatori indipendenti di corrente in parallelo equivalgono ad un unico generatore di corrente

$$i_{GP} = i = \sum_{k=1}^N i_{Gk}$$



39

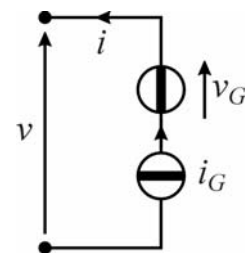
Collegamenti tra generatori



$$v = v_G$$



Il bipolo equivale al solo generatore di tensione v_G



$$i = i_G$$



Il bipolo equivale al solo generatore di corrente i_G

40

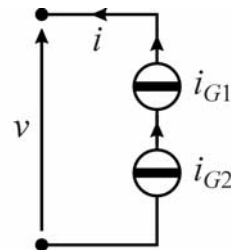
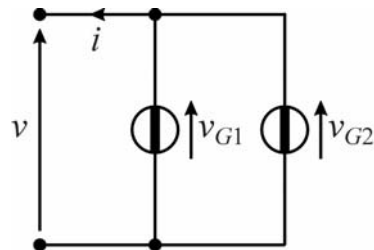
Collegamenti non ammessi

- **Generatori ideali di tensione in parallelo**

- ◆ se le tensioni sono diverse il collegamento viola la LKV
- ◆ se le tensioni sono uguali le correnti dei generatori sono indeterminate

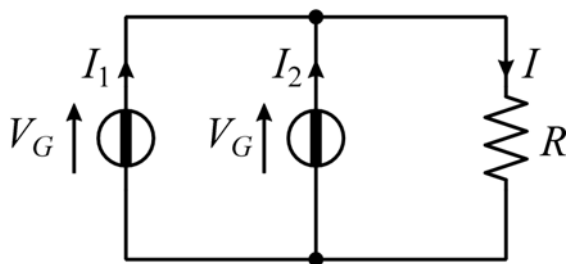
- **Generatori ideali di corrente in serie**

- ◆ se le correnti sono diverse il collegamento viola la LKI
- ◆ se le correnti sono uguali le tensioni dei generatori sono indeterminate



41

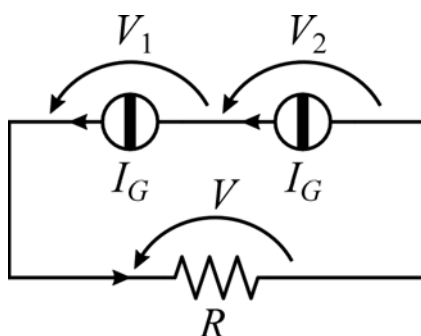
Esempi di circuiti indeterminati



- Tutte le coppie di valori di I_1 e I_2 tali che

$$I_1 + I_2 = I = \frac{V_G}{R}$$

sono compatibili con il circuito



- Tutte le coppie di valori di V_1 e V_2 tali che

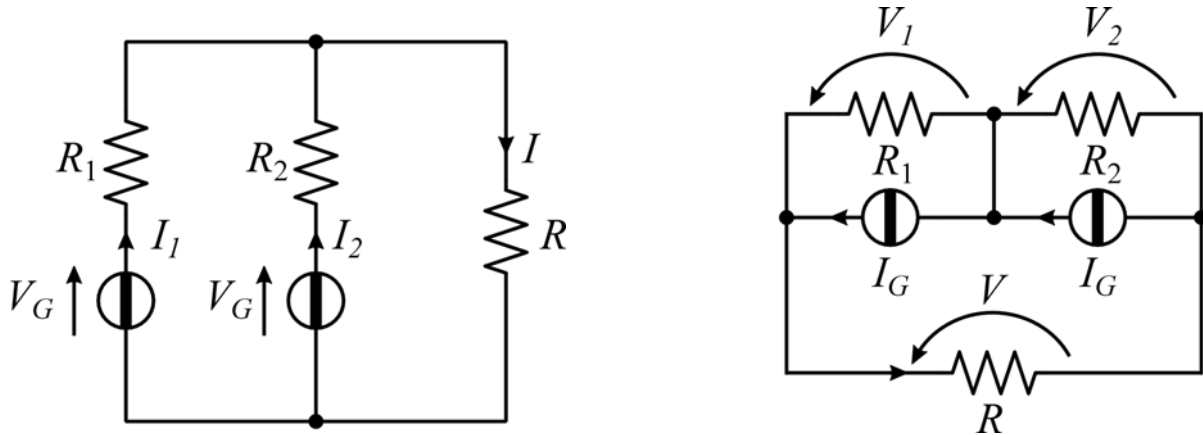
$$V_1 + V_2 = V = RI_G$$

sono compatibili con il circuito

42

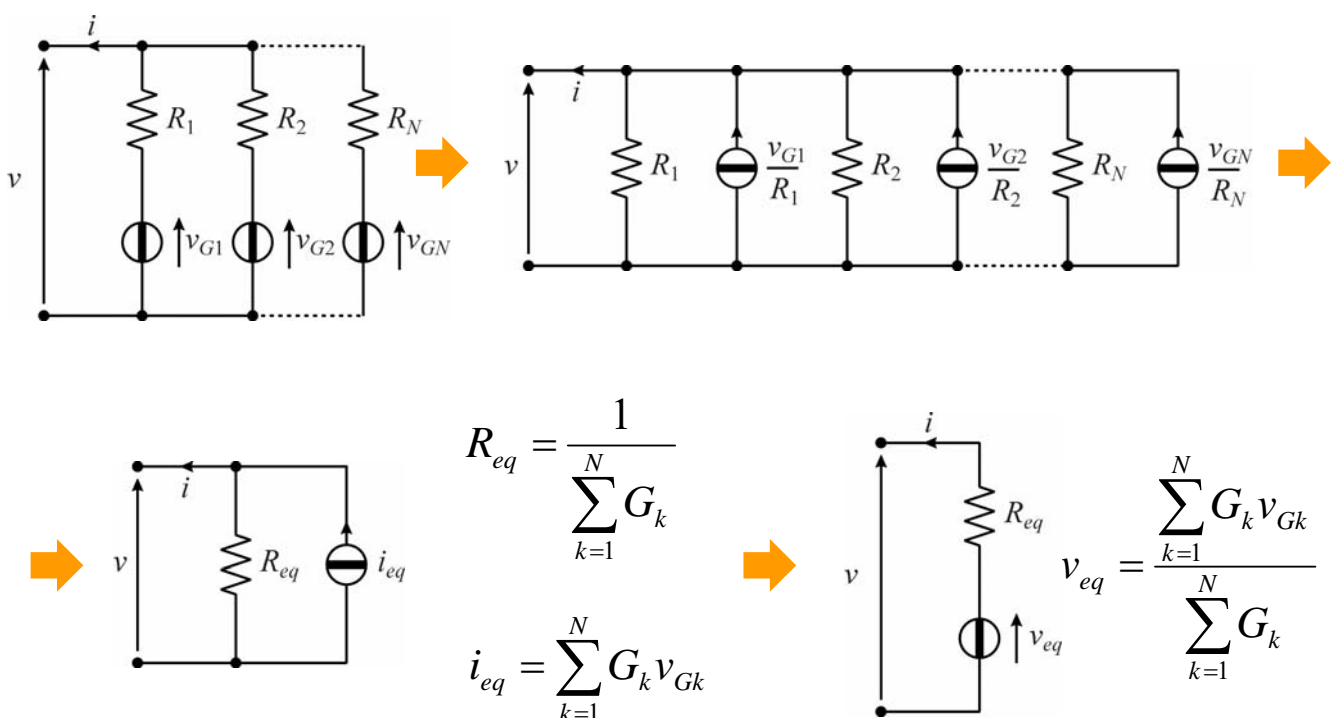
Esempi di circuiti indeterminati

- L'indeterminazione può essere eliminata se si tiene conto del fatto che
 - ◆ ogni generatore reale di tensione ha in serie una resistenza non nulla
 - ◆ ogni generatore reale di corrente ha in parallelo una resistenza di valore finito



43

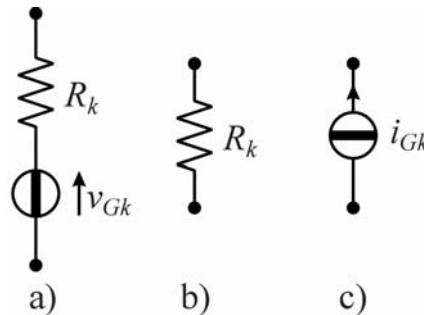
Prima formula di Millman



44

Prima formula di Millman

- Più in generale, per un bipolo formato da bipoli dei tipi a, b e c collegati in parallelo, procedendo come nel caso precedente si ottiene



$$v_{eq} = \frac{\sum_{k \in \mathcal{A}} G_k v_{Gk} + \sum_{k \in \mathcal{C}} i_{Gk}}{\sum_{k \in \mathcal{A} \cup \mathcal{B}} G_k} \quad R_{eq} = \frac{1}{\sum_{k \in \mathcal{A} \cup \mathcal{B}} G_k}$$

\mathcal{A} = insieme dei valori di k per cui il bipolo k è di tipo a

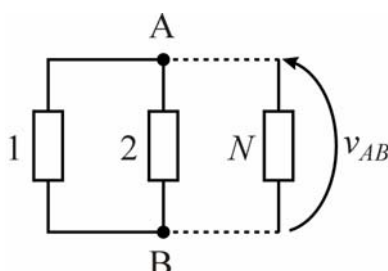
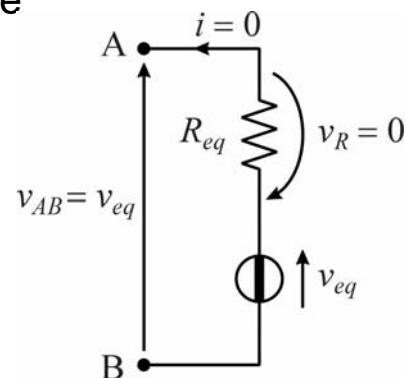
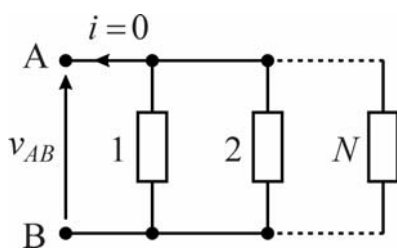
\mathcal{B} = insieme dei valori di k per cui il bipolo k è di tipo b

\mathcal{C} = insieme dei valori di k per cui il bipolo k è di tipo c

45

Prima formula di Millman

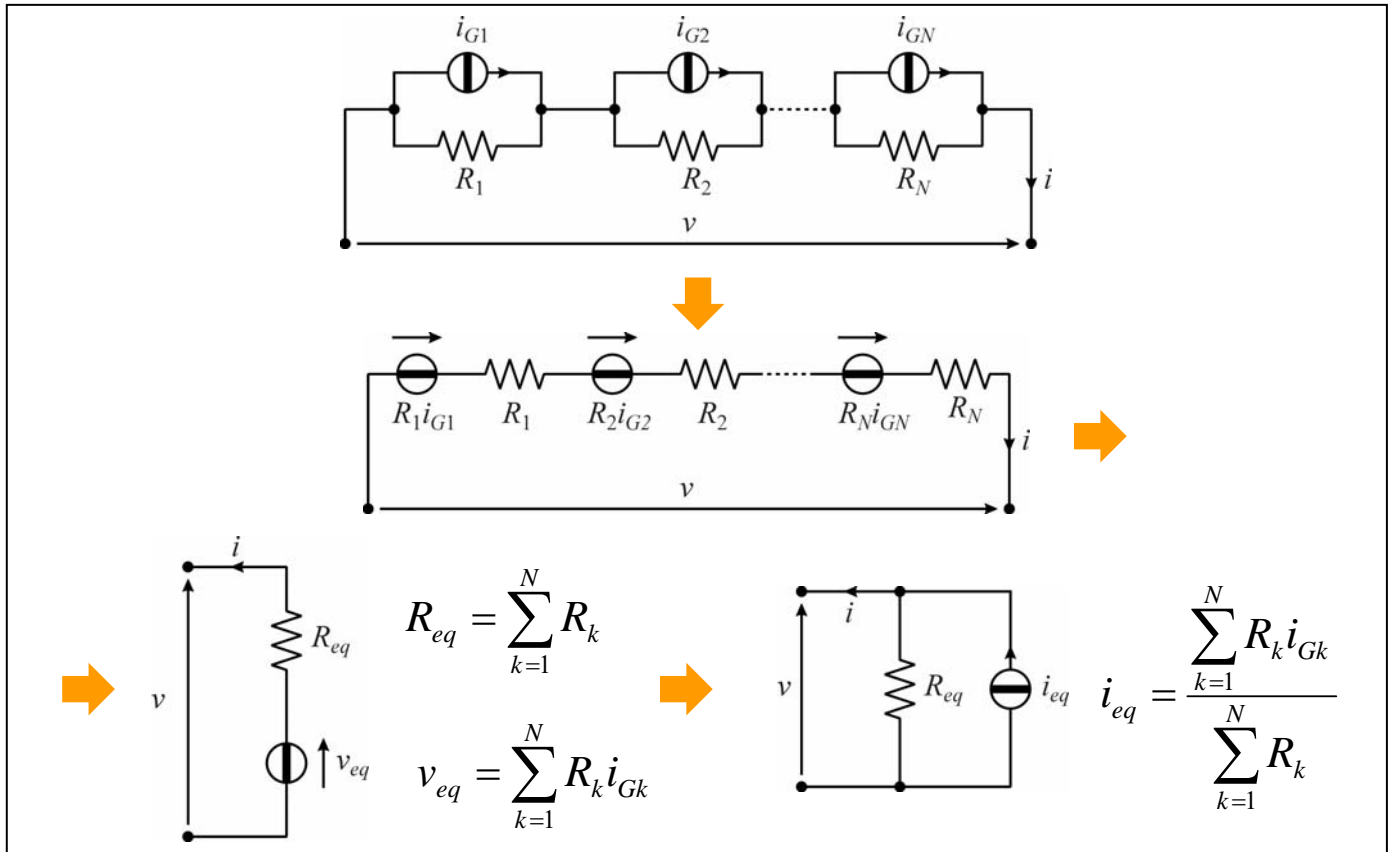
- Se i terminali A e B sono lasciati aperti ($i = 0$), la tensione v_{AB} coincide con la tensione del generatore equivalente



- ➔ La tensione tra i due nodi di un circuito formato da bipoli dei tipi a b e c collegati in parallelo può essere determinata per mezzo della prima formula di Millman

46

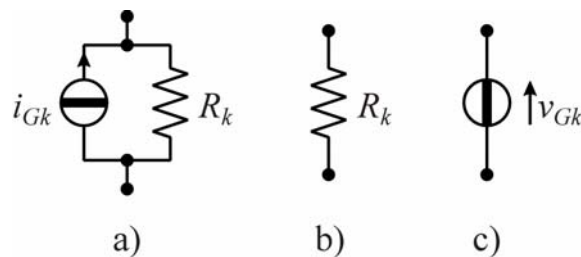
Seconda formula di Millman



47

Seconda formula di Millman

- Più in generale, per un bipolo formato da bipoli dei tipi a, b e c collegati in serie, procedendo come nel caso precedente si ottiene



$$i_{eq} = \frac{\sum_{k \in \mathcal{A}} R_k i_{Gk} + \sum_{k \in \mathcal{C}} v_{Gk}}{\sum_{k \in \mathcal{A} \cup \mathcal{B}} R_k} \quad R_{eq} = \sum_{k \in \mathcal{A} \cup \mathcal{B}} R_k$$

\mathcal{A} = insieme dei valori di k per cui il bipolo k è di tipo a

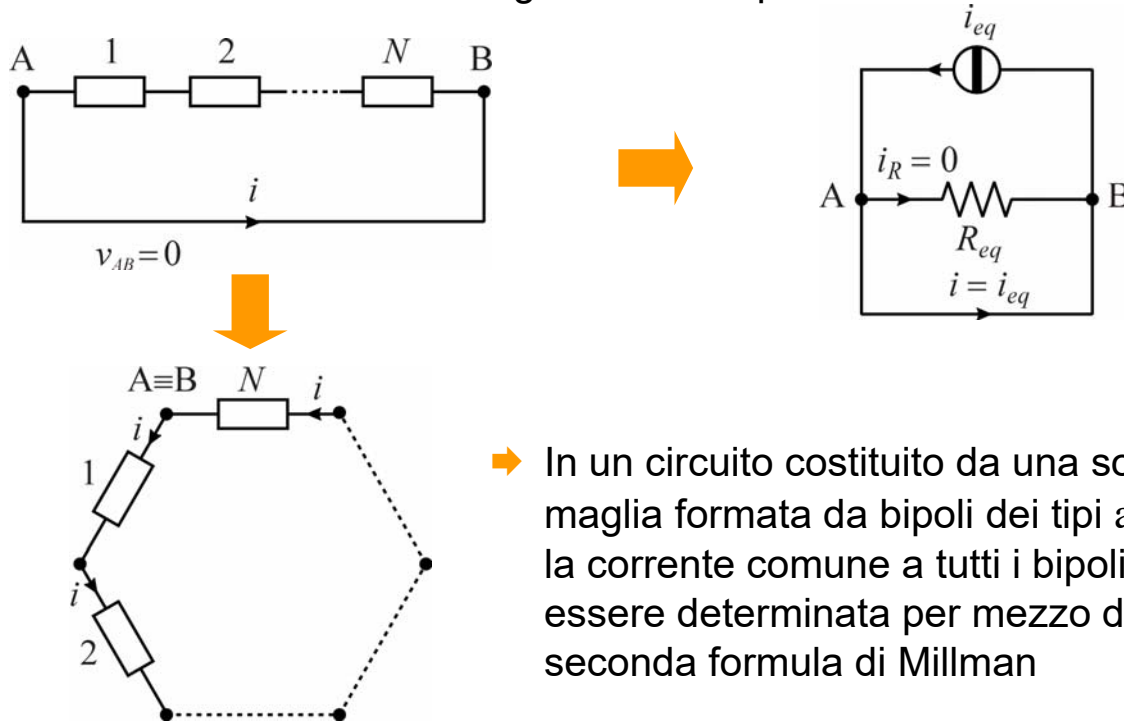
\mathcal{B} = insieme dei valori di k per cui il bipolo k è di tipo b

\mathcal{C} = insieme dei valori di k per cui il bipolo k è di tipo c

48

Seconda formula di Millman

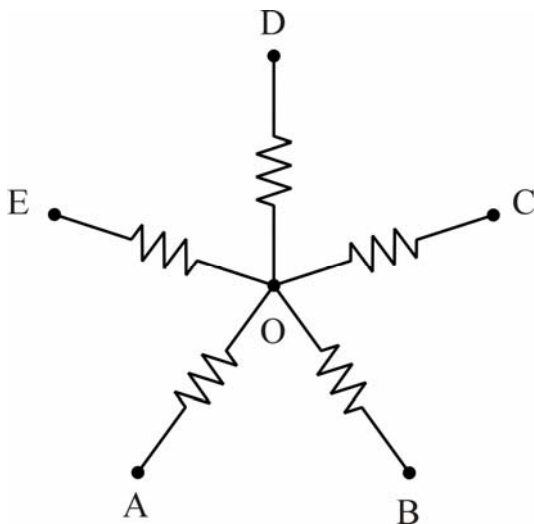
- Se i terminali A e B sono collegati in cortocircuito ($v_{AB} = 0$), la corrente i coincide con la corrente del generatore equivalente



- In un circuito costituito da una sola maglia formata da bipoli dei tipi a b e c la corrente comune a tutti i bipoli può essere determinata per mezzo della seconda formula di Millman

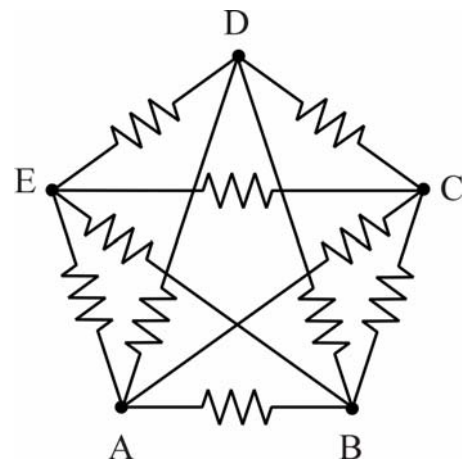
49

Stelle e poligoni di resistori



Stella ad N vertici

N resistori collegati ad un nodo comune a cui non sono collegati altri componenti

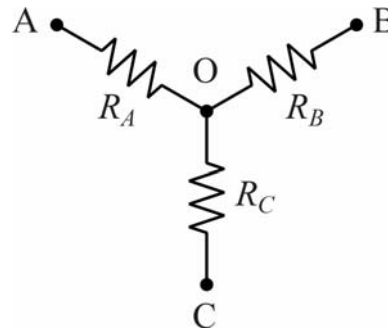
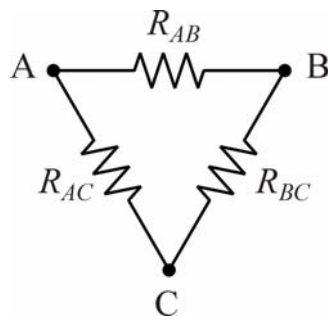


Poligono ad N vertici

$N(N-1)/2$ resistori che collegano tutte le coppie di vertici

50

Trasformazione triangolo-stella



$$R_A = \frac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC} R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

Caso particolare:

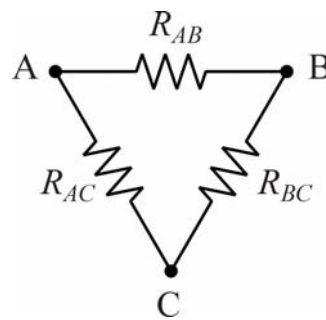
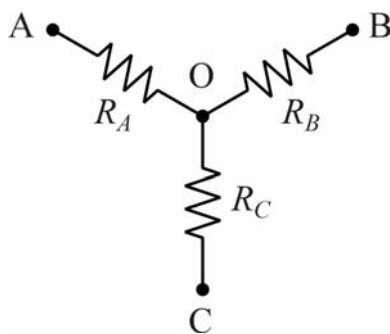
$$R_{AB} = R_{AC} = R_{BC} = R$$



$$R_A = R_B = R_C = \frac{R}{3}$$

51

Trasformazione stella-triangolo



$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C}$$

$$R_{AC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A}$$

Caso particolare:

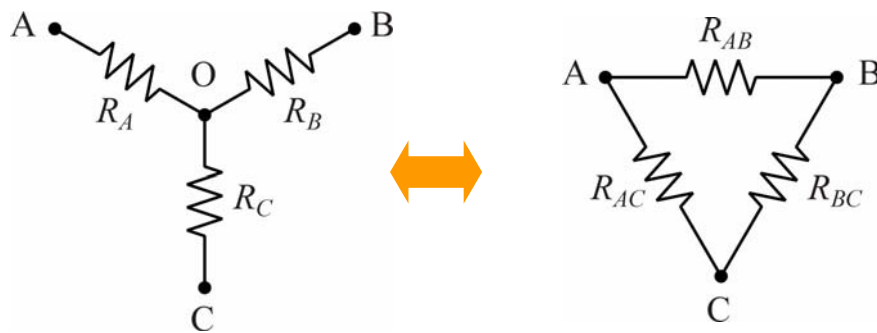
$$R_A = R_B = R_C = R$$



$$R_{AB} = R_{AC} = R_{BC} = 3R$$

52

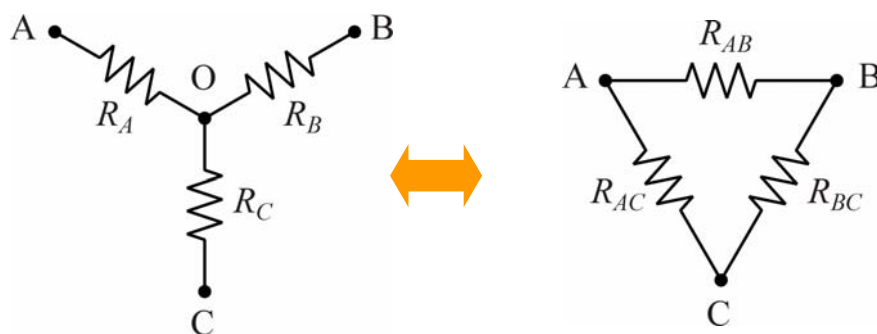
Equivalenza stella-triangolo - dimostrazione



- Per ricavare le condizioni di equivalenza si impone che le resistenze equivalenti valutate tra ciascuna coppia di terminali omologhi della stella e del triangolo siano uguali
 - ◆ Per la stella ciascuna resistenza equivalente corrisponde alla serie delle due resistenze che collegano la coppia di terminali
 - ◆ Per il triangolo ciascuna resistenza equivalente corrisponde al parallelo della resistenza che collega la coppia di terminali con la serie delle altre due resistenze

53

Equivalenza stella-triangolo - dimostrazione



- Imponendo che le tre resistenze equivalenti siano uguali si ottiene

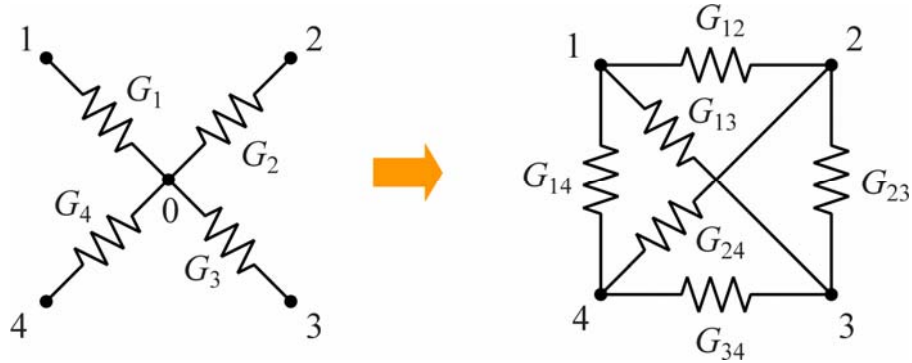
$$R_A + R_B = \frac{R_{AB}(R_{AC} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{\Sigma}} + \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{\Sigma}}$$

$$R_A + R_C = \frac{R_{AC}(R_{AB} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{\Sigma}} + \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{\Sigma}}$$

$$R_B + R_C = \frac{R_{BC}(R_{AB} + R_{AC})}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{\Sigma}} + \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{\Sigma}} \quad (R_{\Sigma} = R_{AB} + R_{AC} + R_{BC})$$

54

Trasformazione stella-poligono



- Si può dimostrare che le conduttanze dei resistori di un poligono equivalente ad una stella di N resistori sono data dalla relazione

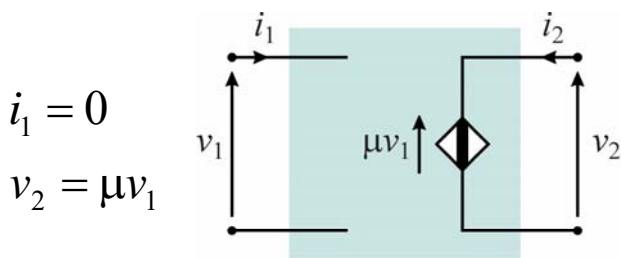
$$G_{ij} = \frac{G_i G_j}{\sum_{k=1}^N G_k}$$

- Se il numero di vertici è maggiore di 3, il numero di resistori del poligono è maggiore del numero di resistori della stella
- ➔ E' sempre possibile trasformare una stella in un poligono, ma non è possibile trasformare un generico poligono in una stella

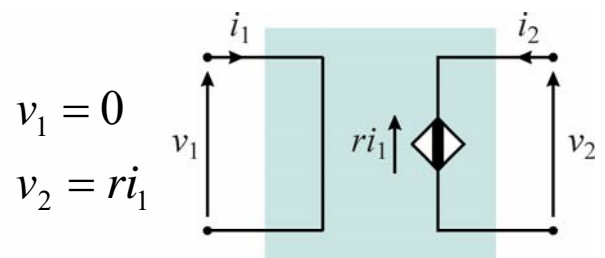
55

Generatori dipendenti

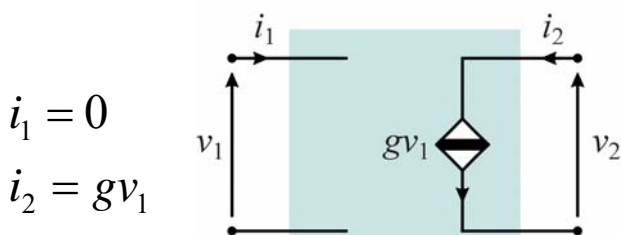
Generatore di tensione controllato in tensione



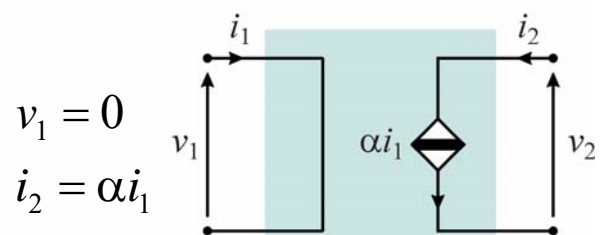
Generatore di tensione controllato in corrente



Generatore di corrente controllato in tensione



Generatore di corrente controllato in corrente



56

Generatori dipendenti

- I generatori dipendenti sono componenti a due porte (doppi bipoli) ideali utilizzati prevalentemente come elementi di circuiti equivalenti di componenti multipolari
- Le costanti μ r g α sono dette **parametri di trasferimento**
 - ◆ μ e α sono adimensionali
 - ◆ r ha le dimensioni di una resistenza (**resistenza di trasferimento** o **transresistenza**)
 - ◆ g ha le dimensioni di una conduttanza (**conduttanza di trasferimento** o **transconduttanza**)

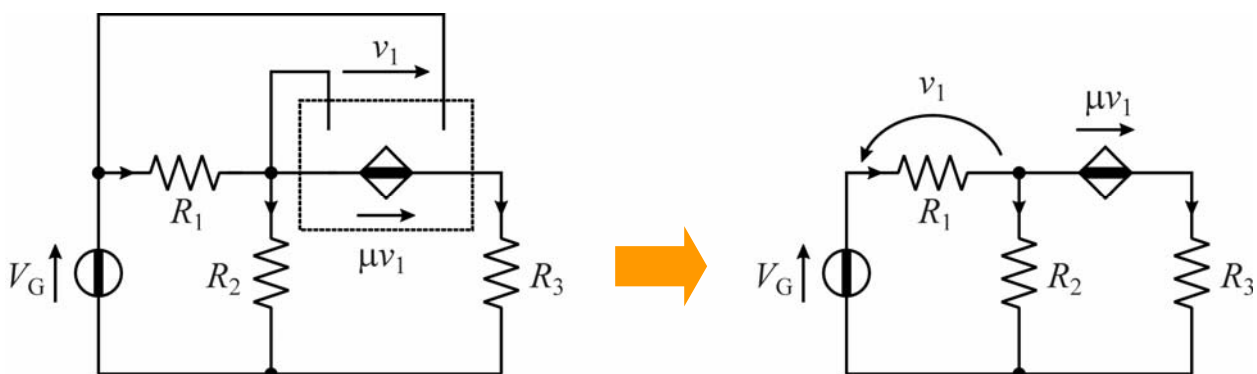
- **Potenza assorbita:**

$$p_a = \underbrace{v_1 i_1}_{=0} + v_2 i_2 = v_2 i_2$$

- ◆ una delle grandezze relative alla porta 2 può assumere valori arbitrari (dipendenti solo dal circuito in cui il componente è inserito)
- ➔ la potenza assorbita può variare da $-\infty$ a $+\infty$
- ➔ i generatori dipendenti sono componenti attivi

57

Esempio

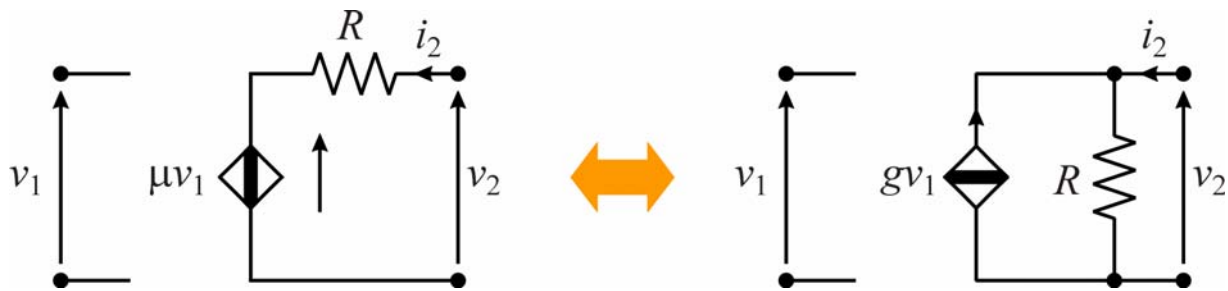


Normalmente la porta 1 di un generatore dipendente non viene rappresentata esplicitamente negli schemi

58

Trasformazione dei generatori dipendenti

- Relazioni analoghe alle formule di trasformazione dei generatori indipendenti valgono anche nel caso dei generatori dipendenti



$$i_1 = 0$$

$$v_2 = \mu v_1 + R i_2$$

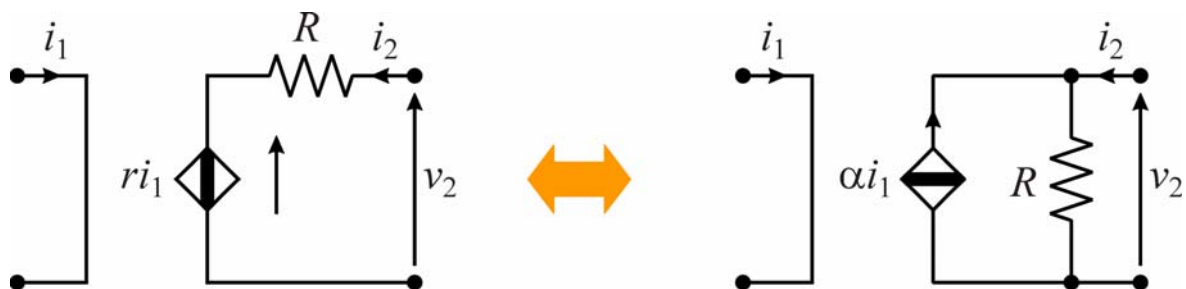
$$i_1 = 0$$

$$v_2 = g R v_1 + R i_2$$

➔ I due doppi bipoli sono equivalenti se $\mu = gR$

59

Trasformazione dei generatori dipendenti



$$v_1 = 0$$

$$v_2 = r i_1 + R i_2$$

$$v_1 = 0$$

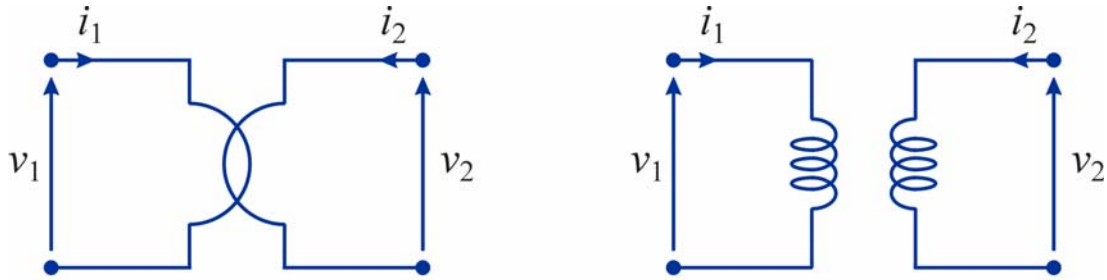
$$v_2 = \alpha R i_1 + R i_2$$

➔ I due doppi bipoli sono equivalenti se $r = \alpha R$

60

Trasformatore ideale

Simboli



Equazioni

$$v_1 = K v_2$$

$$i_1 = -\frac{1}{K} i_2$$

K = **rapporto di trasformazione** o **rapporto spire** (adimensionale)

Le porte 1 e 2 sono anche dette **primario** e **secondario** del trasformatore

61

Trasformatore ideale

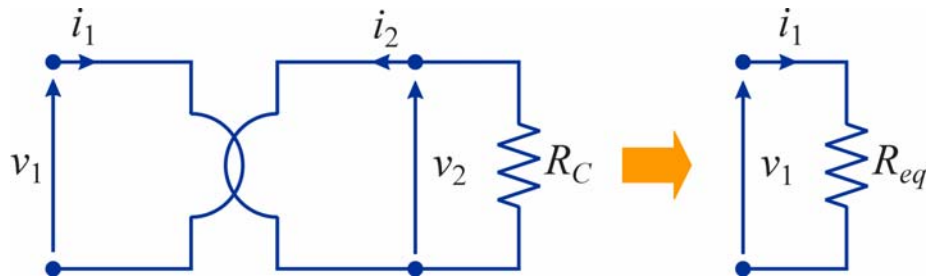
- La **potenza assorbita** è

$$p_a = v_1 i_1 + v_2 i_2 = K v_2 \left[-\frac{1}{K} i_2 \right] + v_2 i_2 = 0$$

- ➔ Il trasformatore ideale è un componente passivo
- ➔ La potenza assorbita ad una delle due porte è sempre uguale a quella ceduta all'altra porta
- ➔ Il trasformatore ideale consente di trasferire energia da una porta all'altra cambiando i livelli di tensione e corrente

62

Trasformazione della resistenza di carico



$$v_1 = Kv_2$$

$$i_2 = -Ki_1$$

$$v_2 = -R_C i_2$$

$$v_1 = -KR_C i_2 = K^2 R_C i_1$$

$$R_{eq} = \frac{v_1}{i_1} = K^2 R_C$$

- ➔ Un trasformatore con il secondario chiuso su una resistenza di carico R_C equivale ad un resistore con resistenza data da R_C per il quadrato del rapporto spire