Amplificatori operazionali

Parte 3

www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm
(versione del 6-12-2012)

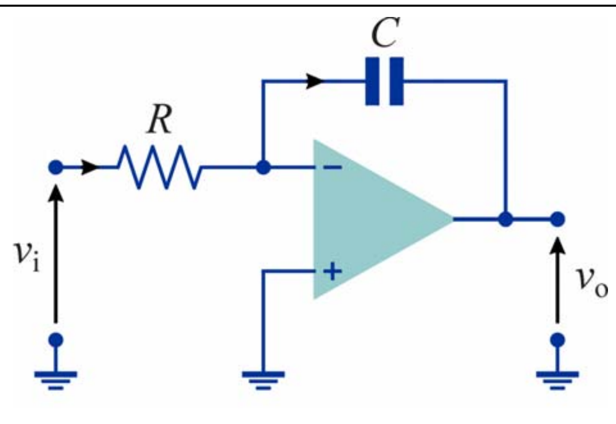
Integratore

- Dato che l'ingresso invertente è virtualmente a massa si ha

$$i_R(t) = \frac{v_i(t)}{R}$$

- Inoltre

$$i_C(t) = i_R(t)$$



- Quindi, se per $t = 0$ la tensione del condensatore è $v_C(0) = V_0$, si ricava

$$v_o(t) = -v_C(t) = -v_C(0) - \frac{1}{C}\int_0^t i_C(x)dx = -V_0 - \frac{1}{RC}\int_0^t v_i(x)dx$$

➡ L'uscita è $-V_0$ più un termine proporzionale all'integrale dell'ingresso

- RC = costante di tempo dell'integratore

Integratore – Risposta in frequenza

- Si pone

$$\mathbf{Z}_1 = R \qquad \mathbf{Z}_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

- La funzione di trasferimento è

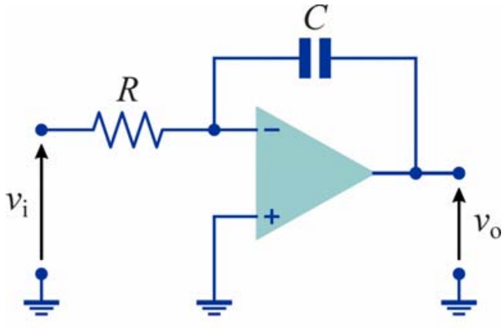
$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

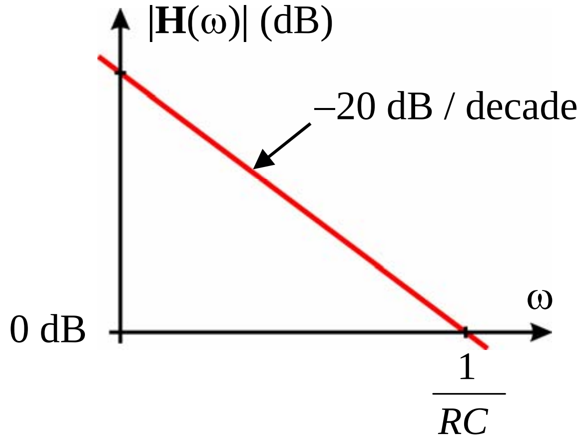
- Quindi si ha

$$\left|\mathbf{H}(j\omega)\right| = \frac{1}{\omega RC}$$

$$\arg\left[\mathbf{H}(j\omega)\right] = 90°$$

- Il modulo della funzione di trasferimento vale 1 (guadagno = 0 dB) per $\omega = 1/(RC)$





Integratore – Risposta in frequenza

- Per ω tendente a 0 il guadagno tende a infinito
  - Il condensatore tende a comportarsi come un circuito aperto
  - il comportamento dell'integratore tende a quello dell'amplificatore operazionale non retroazionato
- ➡ L'integratore risulta particolarmente sensibile ai disturbi a bassa frequenza
- Idealmente una componente continua del segnale di ingresso produrrebbe una tensione di uscita infinita
  - In pratica l'amplificatore operazionale viene portato in saturazione
- Lo stesso effetto può essere prodotto dalla tensione di offset e dalle correnti di polarizzazione di ingresso

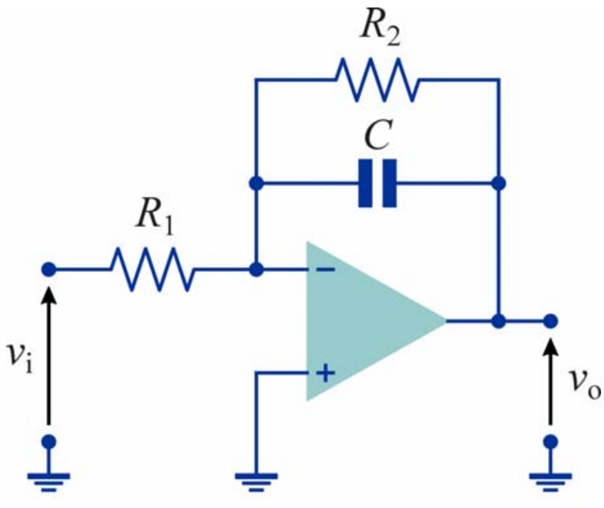
Limitazione del guadagno a bassa frequenza

- I problemi relativi al comportamento a bassa frequenza possono essere ridotti collegando un resistore in parallelo al condensatore
- Il comportamento del circuito, però, si discosta da quello dell'integratore ideale (in misura maggiore al diminuire di R_2)
- In questo caso si ha

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{1}{\dfrac{1}{R_2} + j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

- Quindi la funzione di trasferimento è

$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = -\frac{R_2 / R_1}{1 + j\omega R_2 C}$$



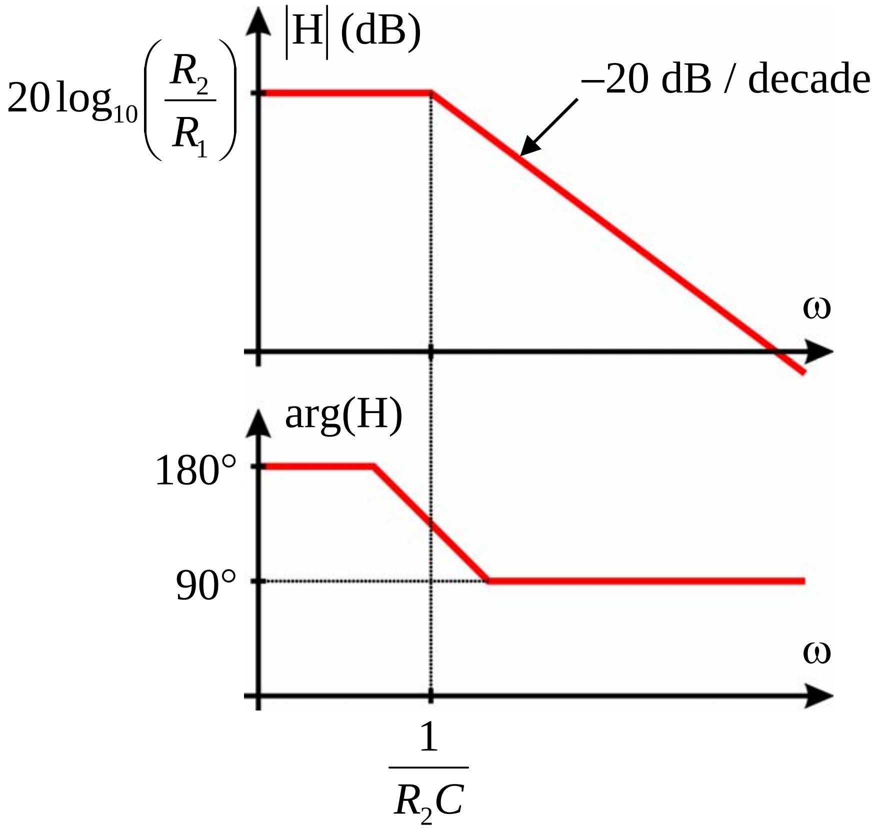
Limitazione del guadagno a bassa frequenza

- Con l'inserimento di R_2 il polo della funzione di trasferimento si sposta da $s = 0$ a $s = -1/(R_2 C)$
- In continua il guadagno è finito e vale $-R_2/R_1$
- Per $\omega >> 1/(R_2 C)$ si ha

$$\mathbf{H}(j\omega) \approx -\frac{R_2 / R_1}{j\omega R_2 C} = -\frac{1}{j\omega R_1 C}$$

e quindi il comportamento del circuito è simile a quello di un integratore ideale

Limitazione del guadagno a bassa frequenza



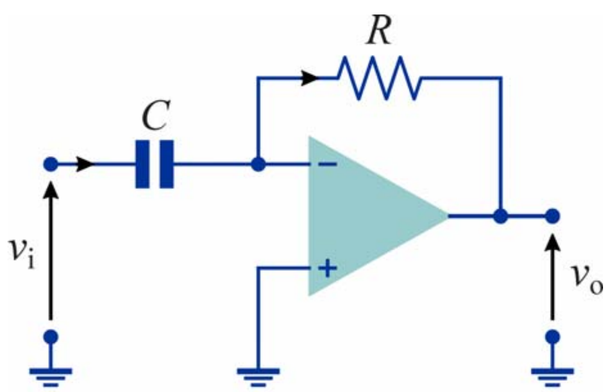
Derivatore

- La tensione del condensatore coincide con la tensione di ingresso
  $v_C(t) = v_i(t)$
- Le corrente del condensatore può circolare solo attraverso R

  $$i_R(t) = i_C(t) = C\frac{dv_i}{dt}$$

- Quindi si ottiene

  $$v_o(t) = -RC\frac{dv_i}{dt}$$



➡ L'uscita è proporzionale alla derivata dell'ingresso

- RC = costante di tempo del derivatore

Derivatore – Risposta in frequenza

- Si pone

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C} \qquad \mathbf{Z}_2 = R$$

- La funzione di trasferimento è

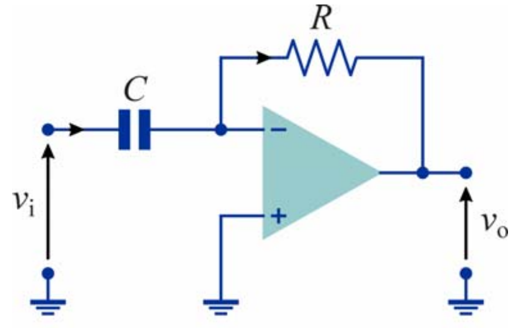
$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = -j\omega RC$$

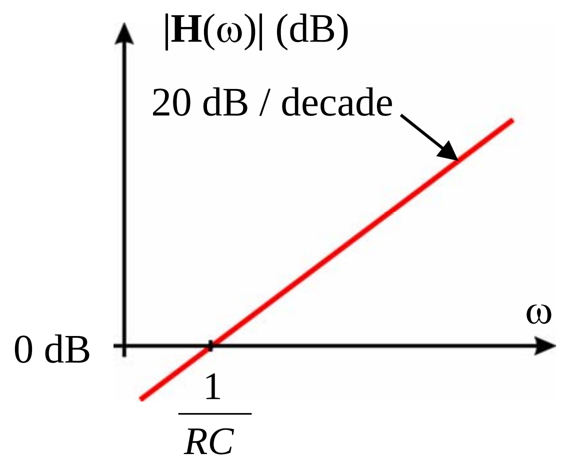
- Quindi si ha

$$|\mathbf{H}(j\omega)| = \omega RC$$

$$\arg[\mathbf{H}(j\omega)] = -90°$$

- Il modulo della funzione di trasferimento vale 1 (guadagno = 0 dB) per $\omega = 1/(RC)$



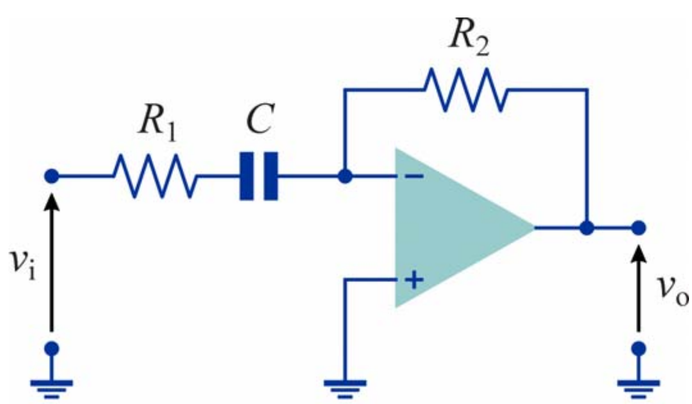


Limitazione del guadagno ad alta frequenza

- Il derivatore risulta molto sensibile ai disturbi ad alta frequenza
  - Rapide variazioni del segnale di ingresso (dovute per esempio a rumore) possono produrre dei picchi di ampiezza elevata in uscita
  - Inoltre i derivatori tendono ad avere problemi di stabilità
- Questi problemi possono essere ridotti collegando un resistore in serie al condensatore
  - Il comportamento del circuito, però, si discosta da quello del derivatore ideale (in misura maggiore all'aumentare di R_1)
- In questo caso si ha

$$\mathbf{Z}_2 = R_1 + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = -\frac{j\omega R_2 C}{1 + j\omega R_1 C}$$



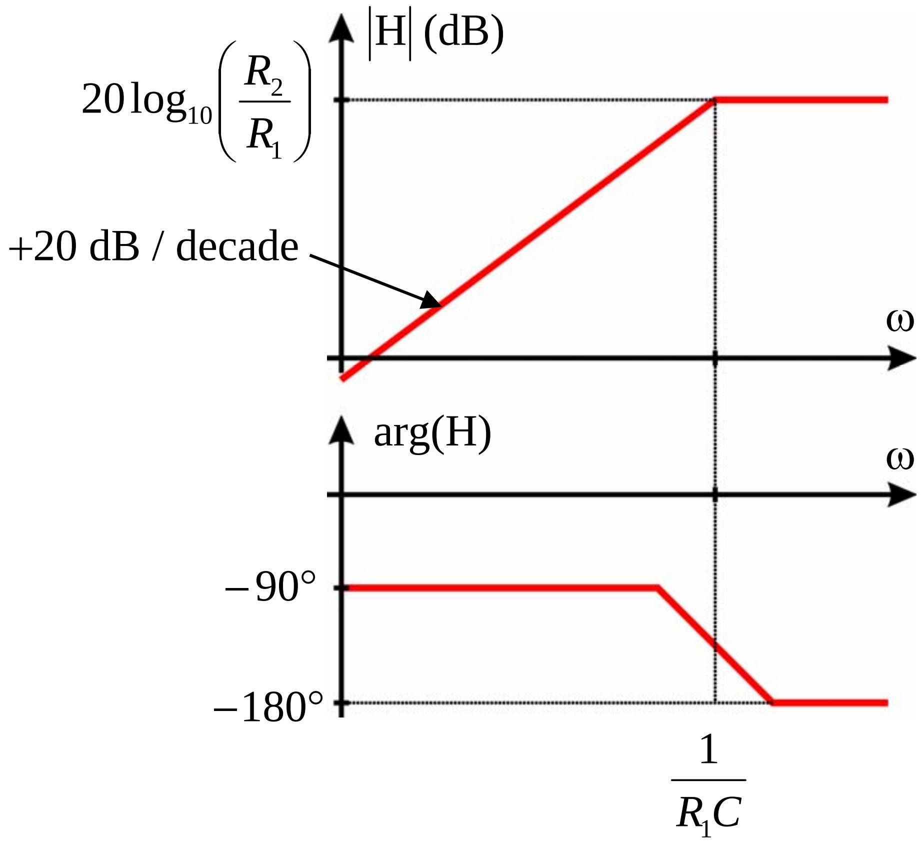
Limitazione del guadagno ad alta frequenza

- L'inserimento di R_1 introduce nella funzione di trasferimento un polo per $s = -1/(R_1C)$
- Ad alta frequenza, cioè per ω maggiore della pulsazione di taglio $1/(R_1C)$, il guadagno vale $-R_2/R_1$
- Per $\omega << 1/(R_1C)$ si ha

  $$\mathbf{H}(j\omega) \approx -j\omega R_2 C$$

  e quindi il comportamento del circuito è simile a quello di un derivatore ideale

Limitazione del guadagno ad alta frequenza



Risposta in frequenza di un amplificatore operazionale

- La dipendenza del guadagno ad anello aperto di un amplificatore operazionale dalla frequenza può essere rappresentata dalla relazione

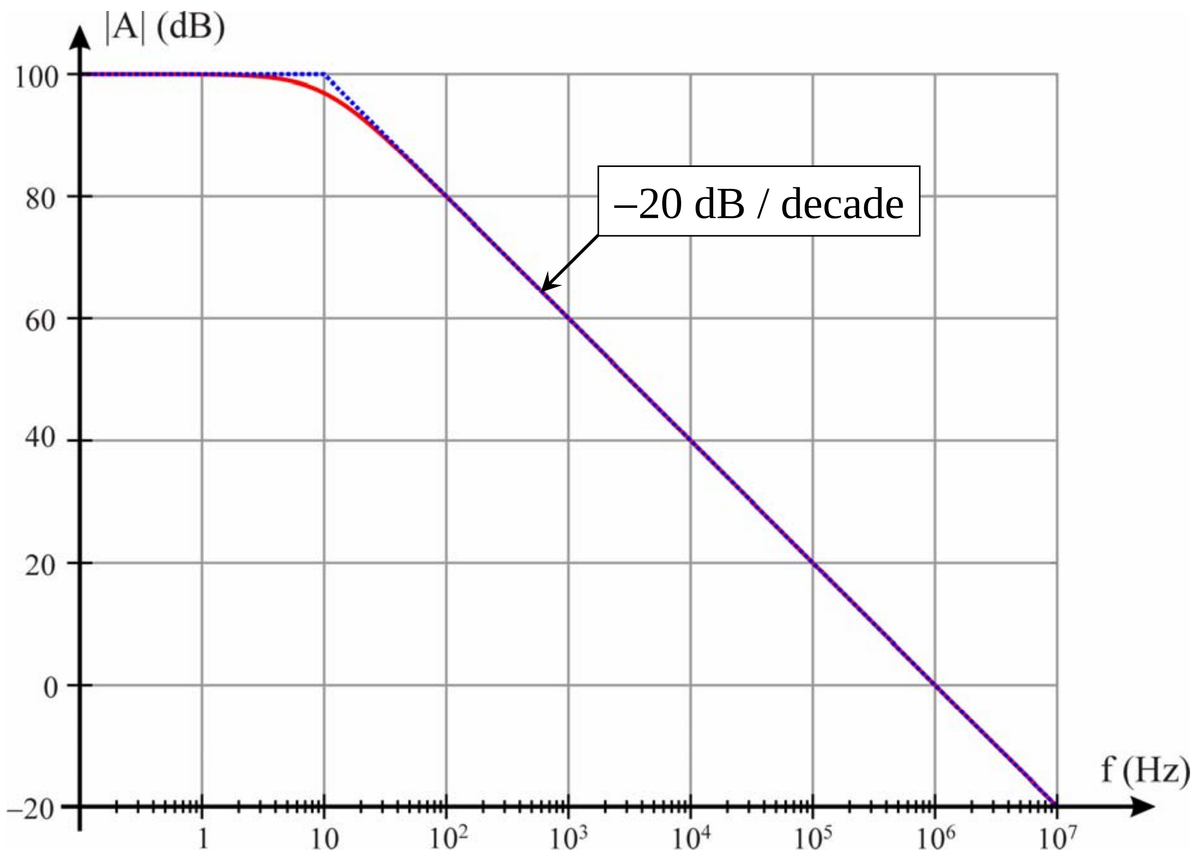
$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$

Modello a un polo

A_0 = guadagno ad anello aperto in continua
ω_0 = pulsazione dei taglio
$f_0 = \omega_0/(2\pi)$ = frequenza di taglio

- Il guadagno diminuisce con pendenza -20 dB/decade (-6 dB/ottava) a partire da una frequenza f_0 relativamente bassa
  - Valori tipici di f_0 sono dell'ordine di 10 Hz
- Questo comportamento viene imposto inserendo nell'amplificatore operazionale un condensatore di valore relativamente elevato (**compensazione in frequenza**) e ha lo scopo di garantire che l'amplificatore sia stabile quando viene collegato in retroazione

Risposta in frequenza di un amplificatore operazionale



Risposta in frequenza di un amplificatore operazionale

- In un amplificatore operazionale reale sono presenti numerosi effetti reattivi parassiti
- La funzione di trasferimento ha un numero elevato di poli
- I poli dovuti agli effetti parassiti sono posti a frequenze molto maggiori di f_0 (in genere il secondo polo corrisponde ad una frequenza maggiore di 1 MHz)
- Per frequenze inferiori a quella a cui interviene il secondo polo, il comportamento dinamico dell'amplificatore operazionale è determinato dal primo polo (**polo dominante**)

Banda di guadagno unitario

- La frequenza f_{UG} per cui il guadagno risulta uguale a 1 definisce la **banda di guadagno unitario** dell'amplificatore operazionale
- Dato che $f_{UG} >> f_0$, si ha

$$|A(j2\pi f_{UG})| \approx \frac{A_0}{f_{UG}/f_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad f_{UG} = A_0 f_0$$

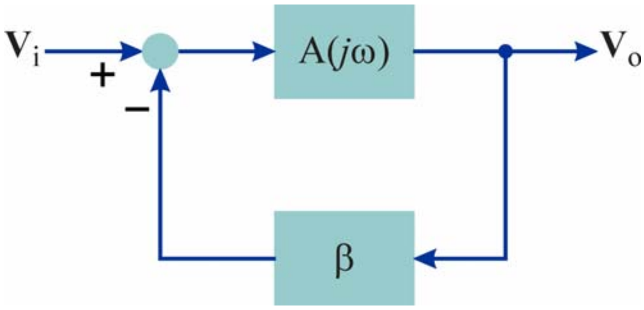
- Inoltre, per $f_{UG} >> f_0$ il guadagno può essere espresso dalla relazione approssimata

$$|A(j2\pi f)| \approx \frac{A_0}{f/f_0} = \frac{f_{UG}}{f}$$

- **Nota**: questi risultati valgono se alla frequenza f_{UG} l'amplificatore operazionale (come avviene normalmente) può essere rappresentato mediante il modello a un polo (cioè se gli altri poli sono a frequenze maggiori di f_{UG})

Prodotto guadagno – larghezza di banda

- Si considera il comportamento dell'amplificatore operazionale in presenza di retroazione negativa
- Si assume che la rete di retroazione β sia resistiva
- Il guadagno ad anello chiuso è



$$A_f(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{A(j\omega)}{1 + A(j\omega)\beta} = \frac{A_0 / (1 + j\omega/\omega_0)}{1 + A_0\beta / (1 + j\omega/\omega_0)} = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_0 + A_0\beta} =$$

$$= \frac{A_{0f}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0(1 + A_0\beta)}} = \frac{A_{0f}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{0f}}}$$

dove

$$A_{0f} = \frac{A_0}{1 + A_0\beta} \qquad \omega_{0f} = \omega_0(1 + A_0\beta)$$

Prodotto guadagno – larghezza di banda

- Complessivamente si ottiene
  - una riduzione del guadagno in continua di un fattore pari al tasso di retroazione

    $$A_{0f} = \frac{A_0}{1 + A_0\beta}$$

  - un aumento della frequenza di taglio (cioè un aumento della larghezza di banda) dello stesso fattore

    $$\omega_{0f} = \omega_0(1 + A_0\beta)$$

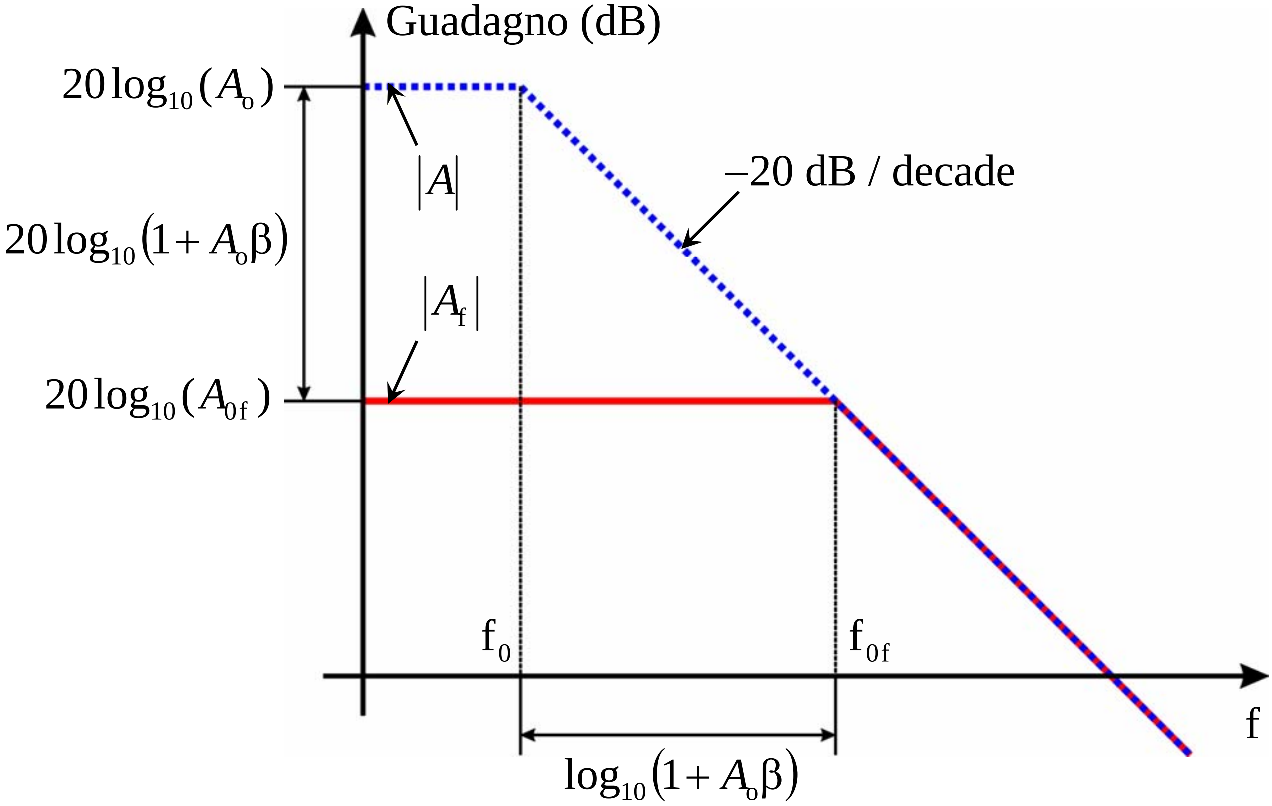
- Il **prodotto guadagno – larghezza di banda** (**GBW**) non cambia

$$GBW = A_0 f_0 = A_{0f} f_{0f}$$

- Inoltre (se alla frequenza di guadagno unitario vale il modello a un polo) si ha anche

$$GBW = f_{UG}$$

Prodotto guadagno – larghezza di banda



Amplificatore invertente e non invertente

- Sia nella configurazione invertente sia in quella non invertente risulta

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

- Per $A\beta >> 1$ il guadagno in continua ad anello chiuso è

$$A_{0f} \approx \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

(A_{0f} coincide con il guadagno dell'amplificatore solo nella configurazione non invertente)

- Quindi in entrambi i casi la larghezza di banda f_b dell'amplificatore è data dalla relazione

$$f_b = f_{0f} = \frac{GBW}{A_{0f}} = GBW \cdot \beta = \frac{GBW}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

Esempio

$$A_0 = 10^5 \quad GBW = 1\ MHz$$

Amplificatore non invertente			Amplificatore invertente		
A_V	β	f_b	A_V	β	f_b
1	1	1 MHz	–1	0.5	500 kHz
10	0.1	100 kHz	–10	0.0909	90.9 kHz
100	0.01	10 kHz	–100	0.0099	9.9 kHz
1000	0.001	1 kHz	–1000	0.000999	999 Hz

Slew-rate

- In un amplificatore operazionale reale la velocità di variazione della tensione di uscita non può superare un valore limite detto **slew-rate** (velocità di risposta)

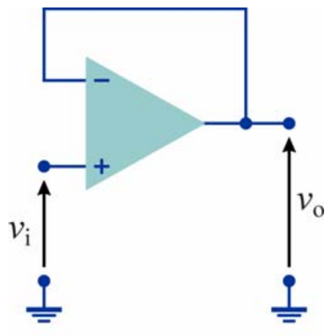
$$SR = \max\left(\frac{dv_o}{dt}\right)$$

- I valori tipici sono dell'ordine dei V/μs
- Questa limitazione è dovuta a fenomeni non lineari (saturazione dello stadio di ingresso dell'amplificatore operazionale) e non è in relazione con la larghezza di banda finita dell'amplificatore operazionale

Esempio

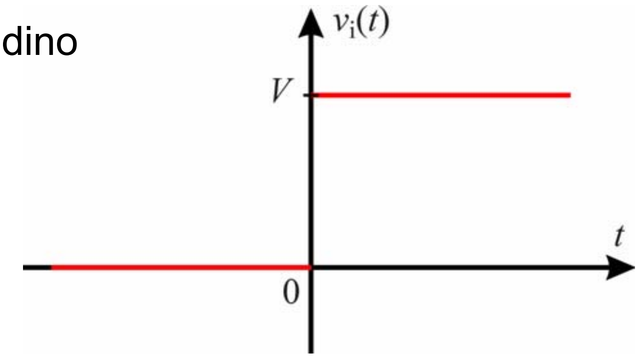
- Si considera un inseguitore di tensione ($\beta = 1$)
- La funzione di trasferimento è

$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{UG}}}$$



- Si assume che l'ingresso sia un gradino di ampiezza V

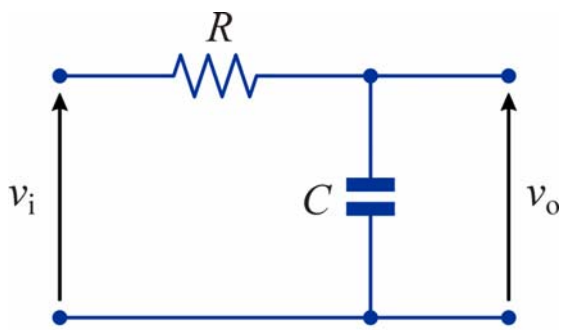
$$v_i(t) = V\,\mathrm{u}(t)$$



Esempio

- La funzione di trasferimento dell'inseguitore coincide con quella di un circuito RC con costante di tempo $\tau = RC = 1/\omega_{UG}$

$$\mathbf{V}_o = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}}\mathbf{V}_i = \frac{1}{1 + j\omega RC}\mathbf{V}_i$$



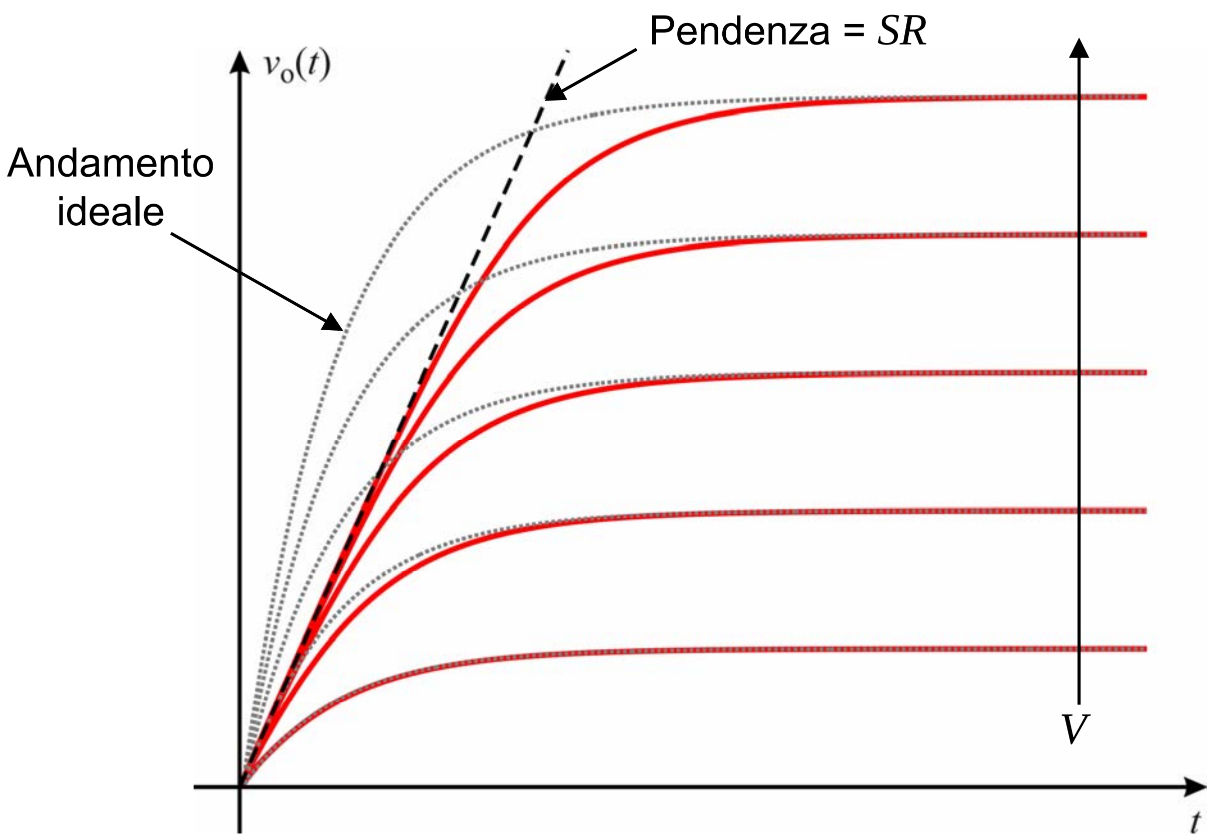
- Quindi anche la risposta ad un ingresso a gradino deve coincidere quella di un circuito RC elementare

$$v_0(t) = -V\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + V = V(1 - \mathrm{e}^{-\omega_{UG} t})$$

Esempio

- Il valore massimo della derivata della tensione di uscita si ha per $t = 0$ ed è $\omega_{UG} V$
- Per valori di V tali che $\omega_{UG} V \le SR$ la tensione di uscita tende con legge esponenziale a V
- Valori più elevati di V comporterebbero valori della derivata di v_o maggiori di SR
- ➡ Nel tratto iniziale la tensione di uscita aumenta con la massima velocità possibile, quindi cresce linearmente con pendenza SR

Esempio



Larghezza di banda a piena potenza

- Per una tensione sinusoidale $v(t) = V_M\cos(\omega t)$ il valore massimo della derivata è
$$\max\left(\frac{dv}{dt}\right) = \omega V_M$$
- Si considera una tensione di uscita sinusoidale con ampiezza pari al valore della tensione di saturazione V_{sat}
- Il valore massimo della frequenza per cui l'uscita non è distorta, f_M, deve soddisfare la condizione
$$2\pi \mathrm{f}_M V_{sat} = SR \quad \Rightarrow \quad \mathrm{f}_M = \frac{SR}{2\pi V_{sat}}$$
- La frequenza f_M definisce la **larghezza di banda a piena potenza**
- Per valori maggiori di frequenza, l'ampiezza massima V_{oM} per cui l'uscita risulta indistorta è minore
$$2\pi \mathrm{f}\, V_{oM} = 2\pi \mathrm{f}_M V_{sat} = SR \quad \Rightarrow \quad V_{oM} = V_{sat}\frac{\mathrm{f}_M}{\mathrm{f}}$$

Esempio