

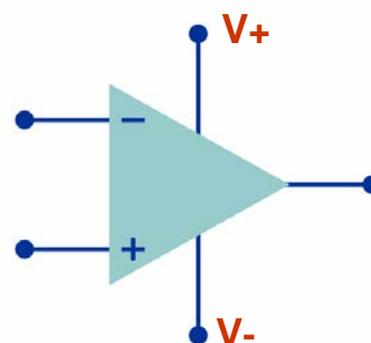
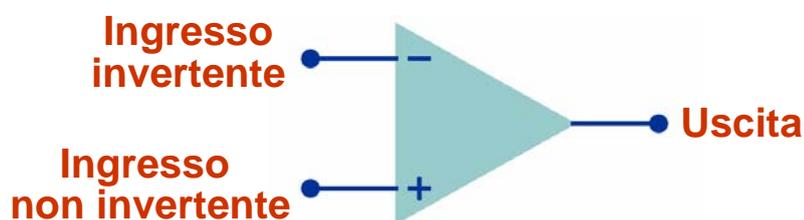
# Amplificatori operazionali

## Parte 1

[www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm](http://www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm)  
(versione del 2-5-2016)

### Amplificatore operazionale

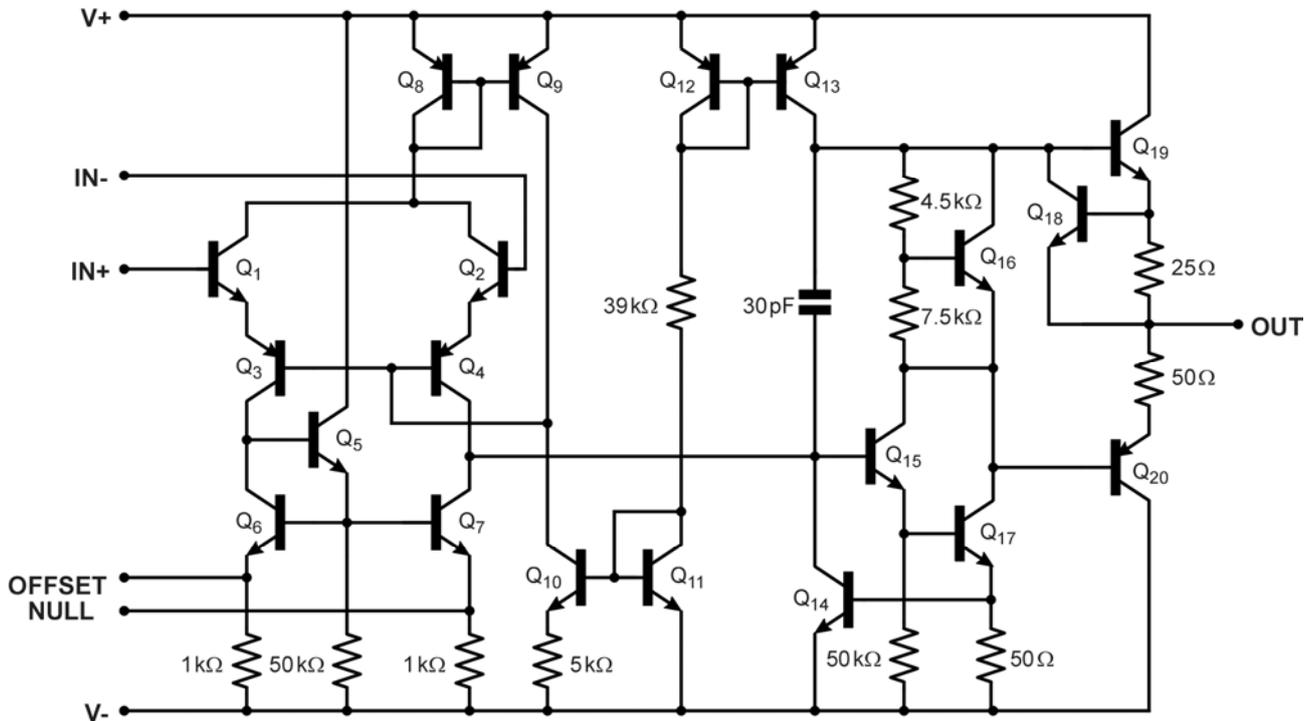
- L'**amplificatore operazionale** è un dispositivo, normalmente realizzato come circuito integrato, dotato di tre terminali



- Per il suo funzionamento richiede un'alimentazione (di solito duale) che viene fornita mediante altri due terminali (che spesso negli schemi vengono sottintesi)
  - ◆ I valori della tensione di alimentazione vanno solitamente da 5 V a 24 V (un valore tipico è 15 V)
- Possono essere presenti anche altri terminali per scopi particolari (collegamento a circuiti esterni di azzeramento o compensazione)

# Esempio

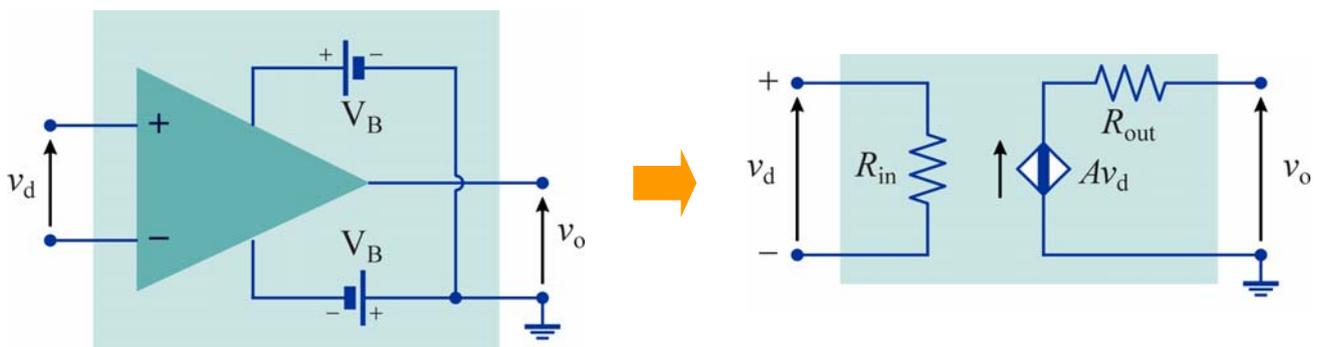
## Schema dell'amplificatore operazionale $\mu A741$



3

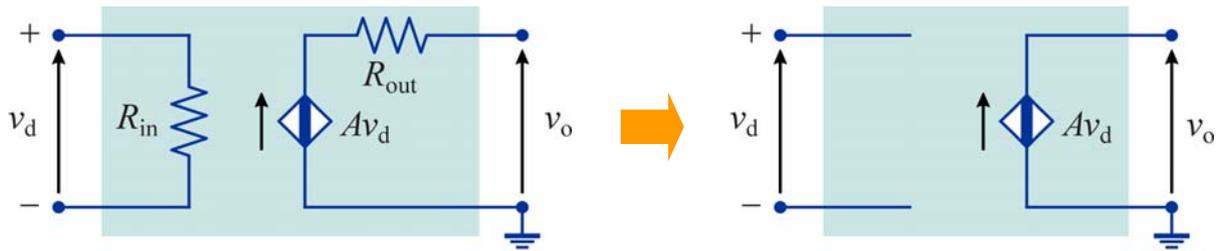
## Amplificatore operazionale

- L'amplificatore operazionale può essere rappresentato come un dispositivo a due porte
- La porta di ingresso ha come terminali l'ingresso non invertente e l'ingresso invertente
  - ◆ La tensione  $v_d$  è detta **tensione differenziale di ingresso**
- La porta di uscita ha come terminali l'uscita e la massa, rappresentata dal nodo a cui sono collegati i due generatori di alimentazione (l'amplificatore operazionale non ha terminali collegati a massa)



4

## Amplificatore operazionale

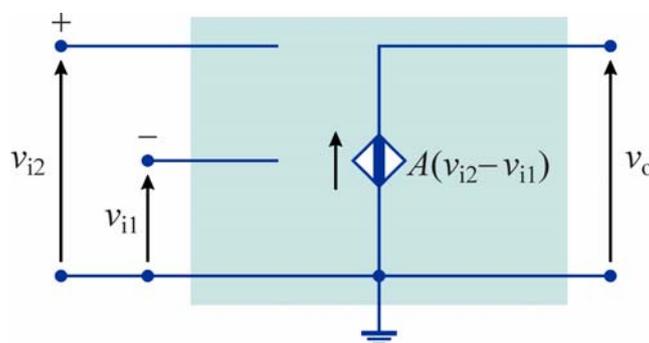


- L'amplificatore operazionale è un amplificatore di tensione con
  - ◆ resistenza di ingresso  $R_{in}$  elevata (valori tipici  $> 10^6 \Omega$ )
  - ◆ resistenza di uscita  $R_{out}$  piccola (valori tipici  $< 100 \Omega$ )
  - ◆ guadagno  $A$  elevato (valori tipici  $10^5$ - $10^6$  cioè 100-120 dB)
- $A$  è detto **guadagno ad anello aperto** (*open loop gain*)
- Normalmente è possibile considerare  $R_{in}$  praticamente infinita e  $R_{out}$  praticamente nulla
  - ➔ la corrente alla porta di ingresso è nulla

5

## Amplificatore operazionale

- Un amplificatore operazionale può essere rappresentato anche come un dispositivo a tre porte, mettendo in evidenza le tensioni tra gli ingressi e la massa



- Questa rappresentazione mette in evidenza che l'amplificatore operazionale amplifica la differenza tra le tensioni applicate ai suoi ingressi (cioè si comporta come un **amplificatore differenziale**)

6

## Ingresso differenziale e di modo comune

- Quando le tensioni applicate ai due ingressi sono uguali la tensione un uscita è (idealmente) uguale a zero
- In pratica, a causa di inevitabili asimmetrie nel circuito, la relazione tra gli ingressi e l'uscita risulta del tipo

$$v_o = A_2 v_{i2} - A_1 v_{i1}$$

con  $A_1$  e  $A_2$  non esattamente uguali

- Per studiare il comportamento dell'amplificatore in queste condizioni conviene introdurre, oltre alla tensione di ingresso differenziale

$$v_d = v_{i2} - v_{i1}$$

la **tensione di ingresso di modo comune**, definita come

$$v_c = \frac{v_{i2} + v_{i1}}{2}$$

7

## Guadagno differenziale e di modo comune

- Le tensioni degli ingressi possono essere espresse in funzione della tensione differenziale e della tensione di modo comune mediante le relazioni

$$v_{i1} = v_c - \frac{v_d}{2} \quad v_{i2} = v_c + \frac{v_d}{2}$$

- Introducendo le espressioni precedenti degli ingressi nella relazione

$$v_o = A_2 v_{i2} - A_1 v_{i1}$$

si ottiene

$$v_o = A_2 \left( v_c + \frac{v_d}{2} \right) - A_1 \left( v_c - \frac{v_d}{2} \right) = \frac{A_2 + A_1}{2} v_d + (A_2 - A_1) v_c = A_d v_d + A_c v_c$$

in cui  $A_d$  e  $A_c$  sono, rispettivamente, il **guadagno differenziale**, e il **guadagno di modo comune**

$$A_d = \frac{A_2 + A_1}{2} \quad A_c = A_2 - A_1$$

8

## Rapporto di reiezione di modo comune

- Il rapporto tra il guadagno differenziale e il guadagno di modo comune è detto **rapporto di reiezione di modo comune** (CMRR, *common-mode rejection ratio*)

$$\text{CMRR} = \frac{|A_d|}{|A_c|}$$

- Di solito il CMRR è espresso in dB

$$\text{CMRR}_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \frac{|A_d|}{|A_c|}$$

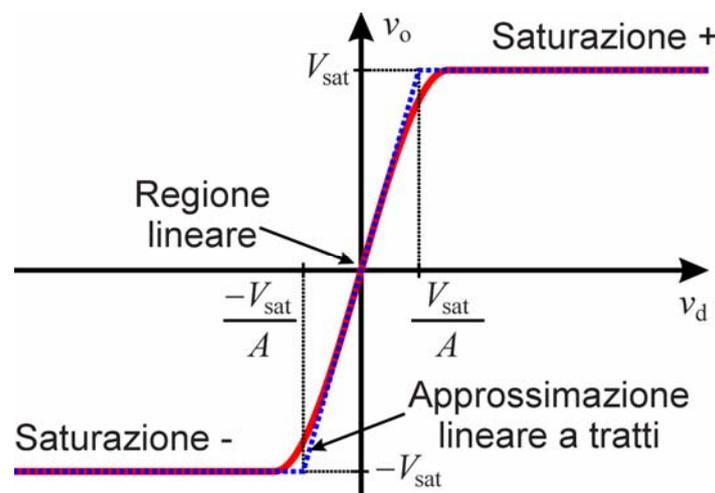
- Gli amplificatori operazionali hanno valori del CMRR molto elevati (tipicamente 80-100 dB)
  - ➔ spesso è possibile considerare il CMRR praticamente infinito
  - ➔ in queste condizioni si può ritenere

$$A_1 = A_2 = A \Rightarrow A_d = A \quad A_c = 0$$

9

## Caratteristica ingresso-uscita

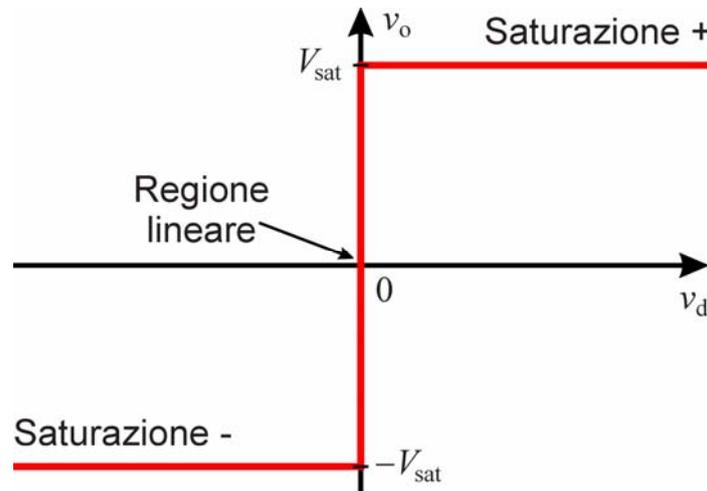
- La caratteristica di trasferimento di un amplificatore operazionale ha un andamento praticamente lineare nell'intorno dell'origine, con pendenza pari ad  $A$
- Al crescere di  $v_d$  la tensione di uscita satura
- Il valore della tensione di saturazione  $V_{\text{sat}}$  è tipicamente inferiore di 1-2 V a quello della tensione di alimentazione



10

## Caratteristica ingresso-uscita ideale

- Dato che  $A$  è molto grande, l'intervallo di valori di  $v_d$  corrispondente alla regione lineare è molto piccolo (poche decine o centinaia di  $\mu\text{V}$ )
- Nella regione lineare si può ritenere che  $v_d$  sia praticamente nulla, il che equivale a considerare il guadagno  $A$  praticamente infinito



11

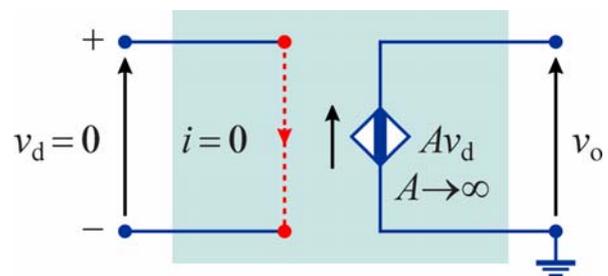
## Amplificatore operazionale ideale

- Le considerazioni precedenti portano alla definizione dell'**amplificatore operazionale ideale**, che è caratterizzato dalle seguenti proprietà
  - ◆ Resistenza di ingresso  $R_{in}$  infinita
  - ◆ Resistenza di uscita  $R_{out}$  nulla
  - ◆ Guadagno ad anello aperto  $A$  infinito
  - ◆ Guadagno di modo comune  $A_c$  nullo
    - ➔ Rapporto di reiezione di modo comune infinito
  - ◆ Larghezza di banda infinita (guadagno indipendente dalla frequenza)

12

## Cortocircuito virtuale

- Un amplificatore operazionale ideale può essere rappresentato come un doppio bipolo per il quale
  - ◆ la tensione e la corrente della porta di ingresso sono entrambe nulle
  - ◆ la tensione e la corrente della porta di uscita possono assumere entrambe valori arbitrari
- L'ingresso invertente e l'ingresso non invertente sono sempre allo stesso potenziale, come se fossero collegati tra loro da un cortocircuito
- Le correnti ai due terminali di ingresso sono sempre nulle, mentre se i due terminali fossero effettivamente uniti da un cortocircuito si avrebbe, in generale, una corrente diversa da zero
- Per questo si dice che i due ingressi sono in **cortocircuito virtuale**



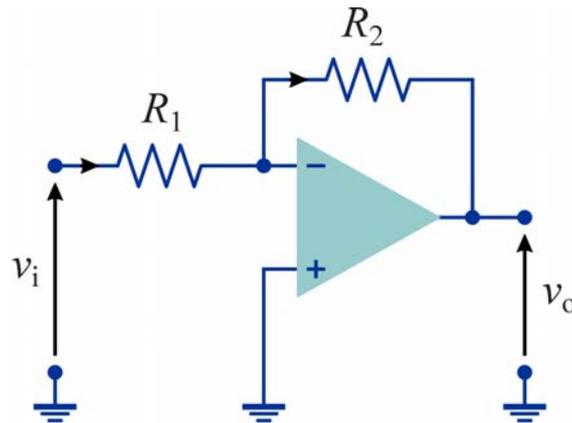
13

## Retroazione

- Di solito l'amplificatore operazionale viene utilizzato in configurazione a **retroazione**:
  - ◆ il segnale in uscita all'amplificatore è riportato all'ingresso mediante una rete di retroazione (*feedback*) costituita da componenti passivi (ad esempio, da resistori).
- Se il segnale di uscita è riportato all'ingresso invertente si ha una **retroazione negativa**
  - ◆ questa rappresenta la situazione più comune
- Se il segnale di uscita è riportato all'ingresso non invertente si ha una **retroazione positiva**
  - ◆ questo collegamento viene utilizzato solo in casi particolari dato che di solito rende il circuito instabile

14

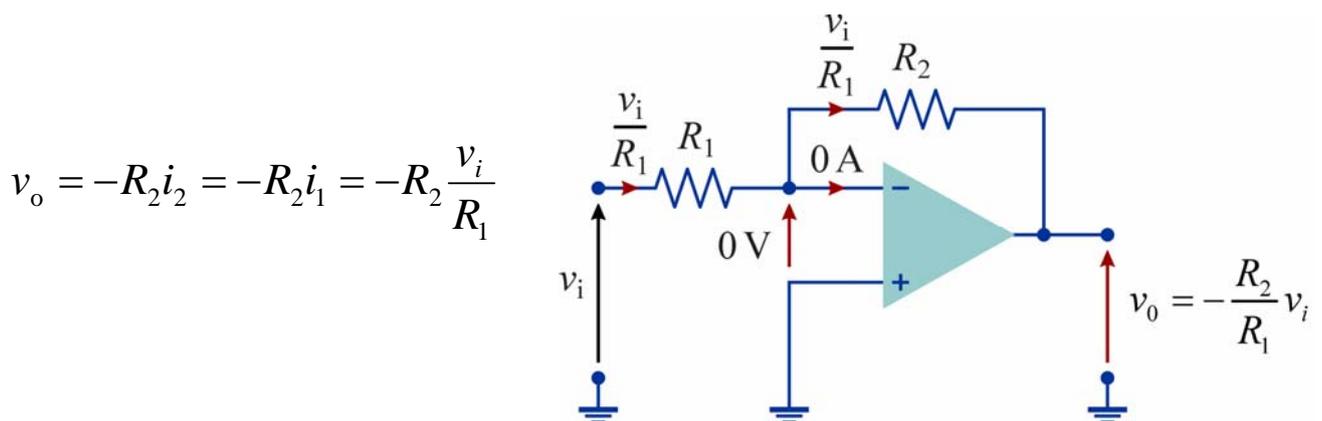
## Amplificatore invertente



- L'ingresso invertente è virtualmente a massa
  - ➔ La tensione di  $R_1$  coincide con  $v_i$
  - ➔ La tensione di  $R_2$  è uguale a  $-v_o$
- La corrente entrante nell'ingresso invertente è nulla
  - ➔ le correnti di  $R_1$  e  $R_2$  sono uguali

15

## Amplificatore invertente



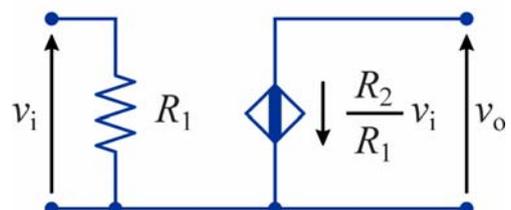
- Guadagno di tensione

$$A_V = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- Resistenza di ingresso

$$R_{in} = \frac{v_i}{i_1} = R_1$$

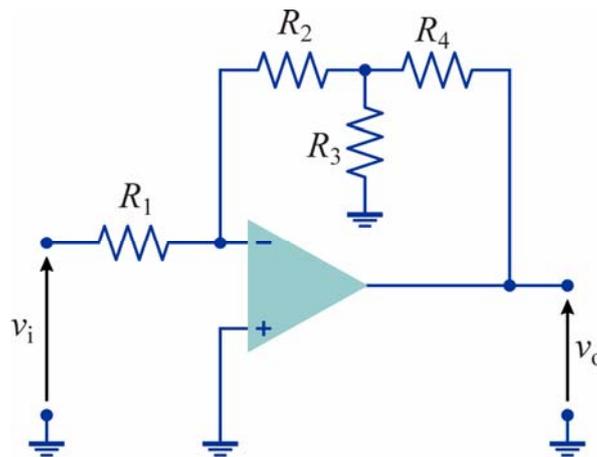
Circuito equivalente



16

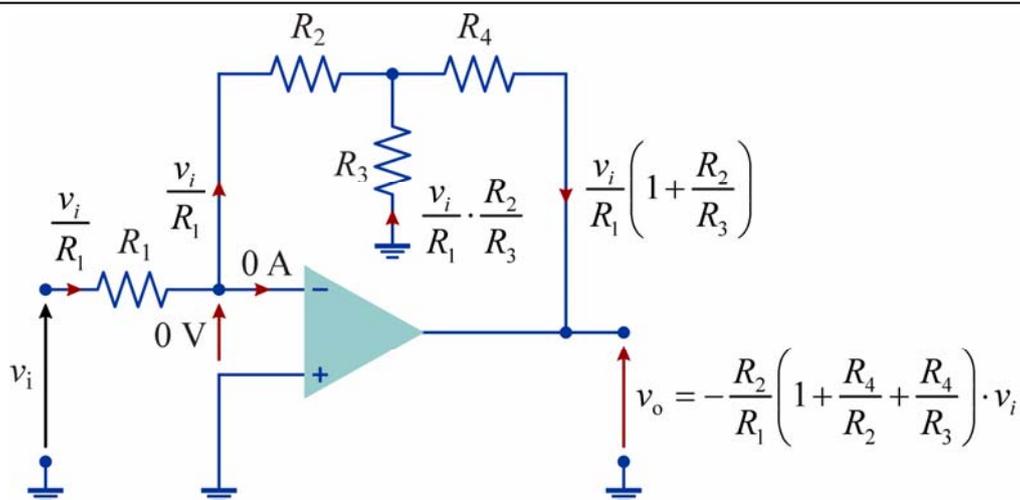
## Amplificatore invertente con $R_{in}$ elevata

- In un amplificatore invertente, per ottenere valori elevati del guadagno occorre che  $R_2$  sia molto maggiore di  $R_1$
- Se si vuole ottenere anche un'elevata resistenza di ingresso, e quindi  $R_1$  è grande, il valore richiesto per  $R_2$  potrebbe risultare troppo grande
- E' possibile risolvere il problema modificando il circuito in questo modo



17

## Amplificatore invertente con $R_{in}$ elevata



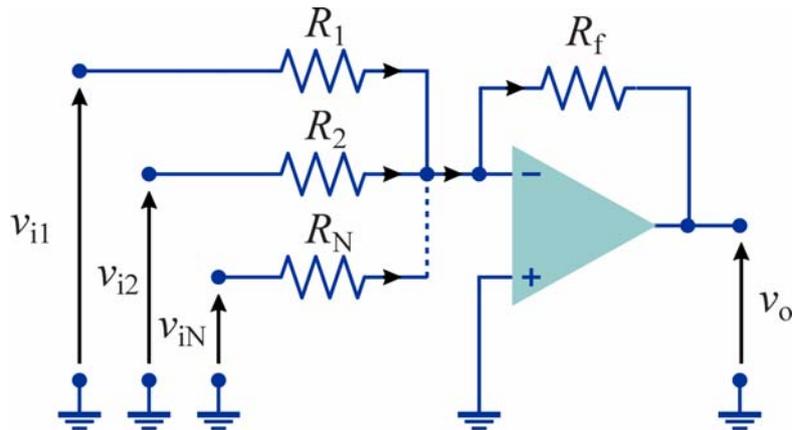
- Guadagno di tensione

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{v_2}{v_i} - \frac{v_4}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) = -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

- Per  $R_3 \ll R_4$  è possibile ottenere un guadagno elevato senza utilizzare per  $R_2$  e  $R_4$  valori grandi rispetto a  $R_1$

18

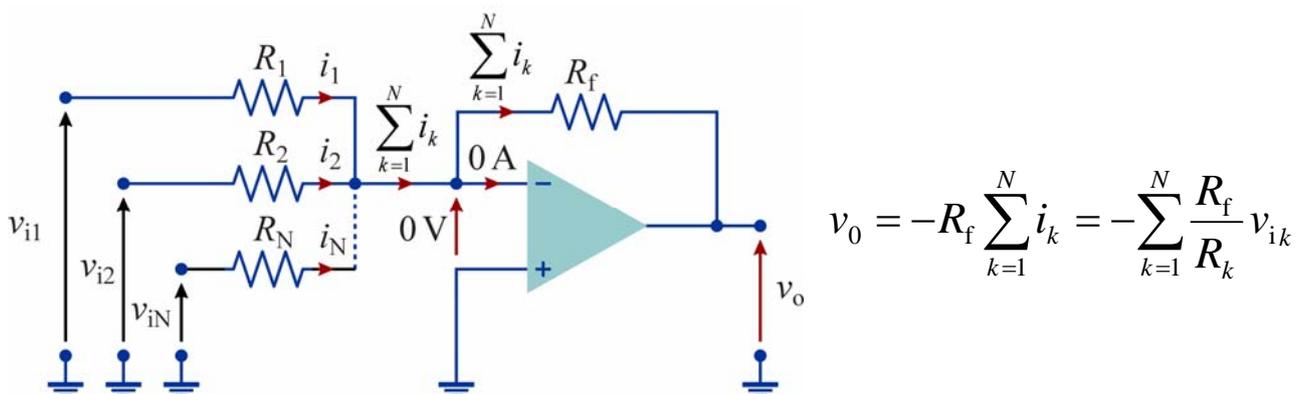
## Sommatore invertente



- Il circuito può essere considerato un'estensione dell'amplificatore invertente
- In questo caso la corrente in  $R_f$  è uguale alla somma delle correnti degli  $N$  resistori collegati agli ingressi
- ➔ La tensione in uscita è una somma pesata delle tensioni degli ingressi

19

## Sommatore invertente

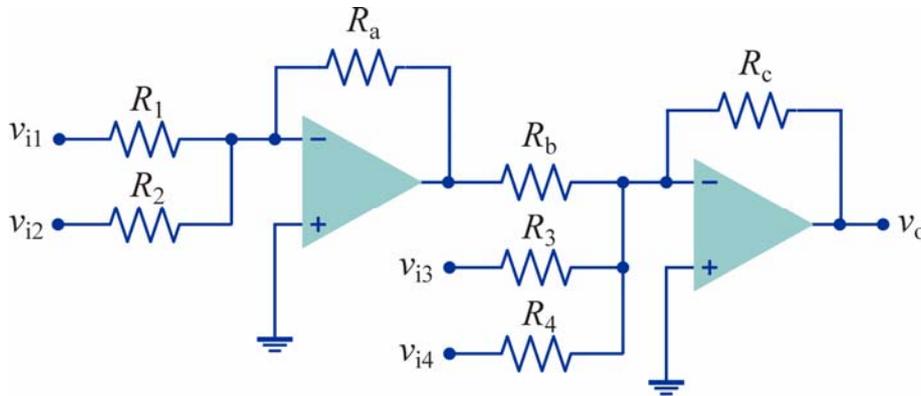


- Il peso di ciascuna delle tensioni di ingresso  $v_k$  nella somma può essere modificato in modo indipendente, modificando la resistenza  $R_k$
- Per il  $k$ -esimo ingresso, la resistenza di ingresso è uguale a  $R_k$

20

## Sommatore invertente

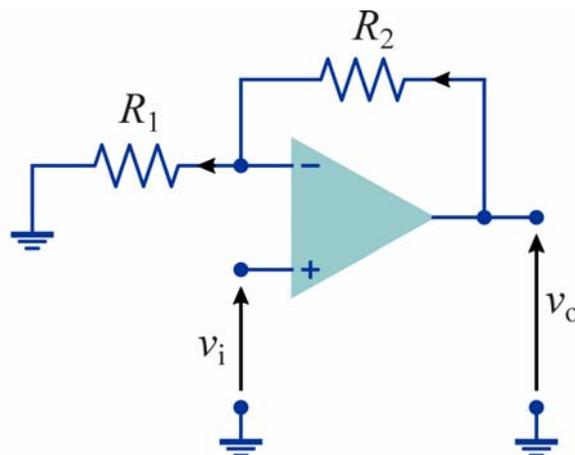
- Combinando due sommatore invertenti si può realizzare un circuito che esegue una somma pesata degli ingressi con coefficienti positivi e negativi



$$v_o = \frac{R_a}{R_1} \frac{R_c}{R_b} v_1 + \frac{R_a}{R_2} \frac{R_c}{R_b} v_2 - \frac{R_c}{R_3} v_3 - \frac{R_c}{R_4} v_4$$

21

## Amplificatore non invertente



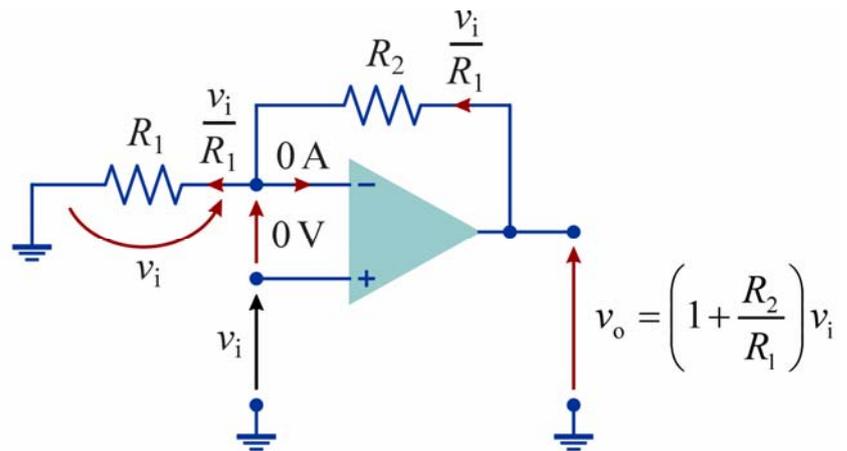
- A causa del cortocircuito virtuale le tensioni dei due ingressi sono uguali
  - ➔ La tensione di  $R_1$  coincide con  $v_i$
- La corrente entrante nell'ingresso invertente è nulla
  - ➔ le correnti di  $R_1$  e  $R_2$  sono uguali

22

## Amplificatore non invertente

$$v_o = v_1 + v_2 = v_i + R_2 i_2 =$$

$$= v_i + R_2 i_1 = v_i + \frac{R_2}{R_1} v_i$$



$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_i$$

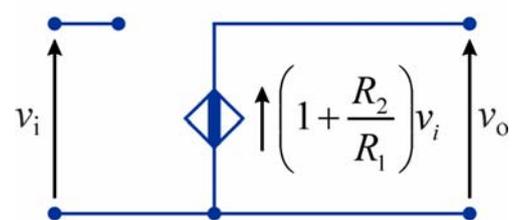
- Guadagno di tensione

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- Resistenza di ingresso

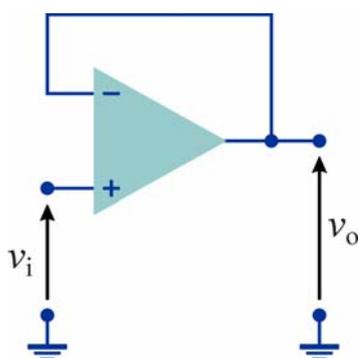
$$R_{in} = \infty$$

Circuito equivalente

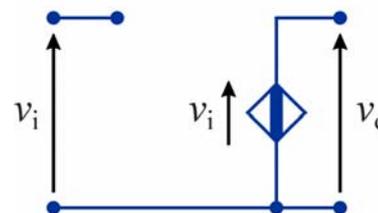


23

## Inseguitore di tensione



Circuito equivalente



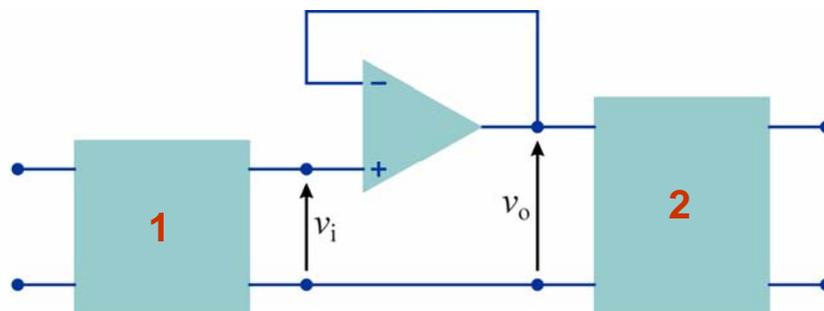
- La tensione di uscita coincide con la tensione dell'ingresso invertente che, a sua volta, coincide con la tensione  $v_i$  a causa del cortocircuito virtuale

- Guadagno di tensione:  $A_v = 1$
- Resistenza di ingresso:  $R_{in} = \infty$
- Resistenza di uscita:  $R_{out} = 0$

24

## Inseguitore di tensione

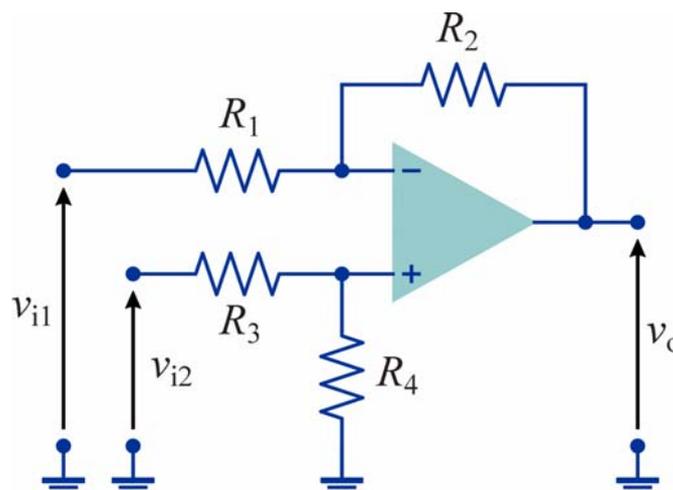
- Spesso questo circuito viene impiegato come separatore (**buffer**)



- Il blocco 1 vede una resistenza di carico praticamente infinita
- Il blocco 2 vede una sorgente con resistenza praticamente nulla
- La tensione  $v_i = v_o$  coincide con la tensione a vuoto del blocco 1, indipendentemente dai valori della resistenza di uscita del blocco 1 e della resistenza di ingresso del blocco 2

25

## Amplificatore differenziale

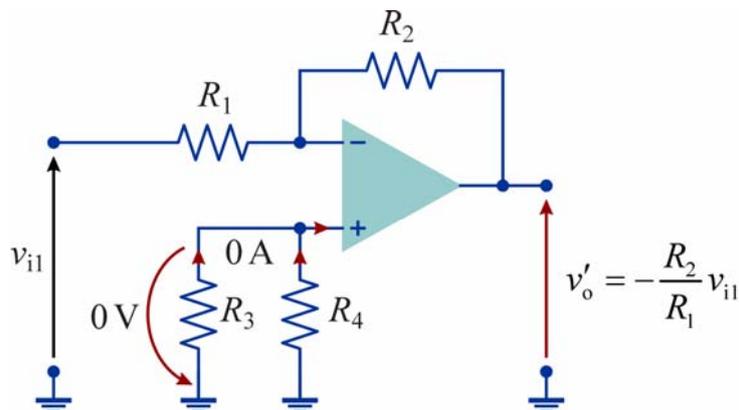


- Il circuito può essere visto come una combinazione delle configurazioni invertente e non invertente
- La tensione in uscita può essere valutata mediante il principio di sovrapposizione degli effetti

26

## Amplificatore differenziale

### Contributo di $v_{i1}$

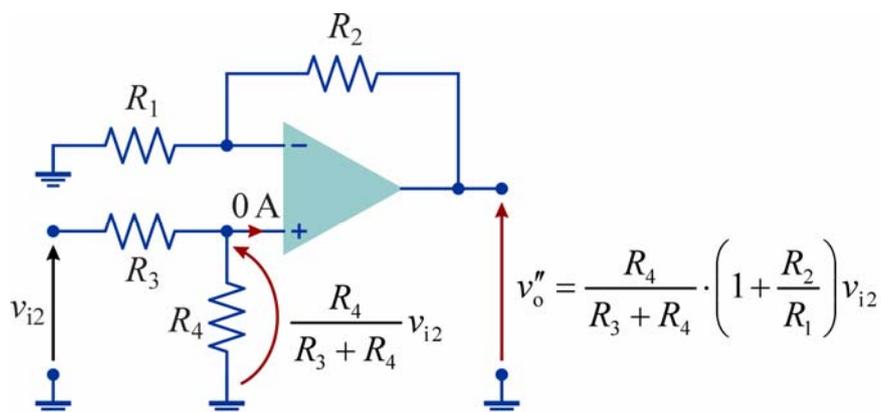


- Dato che la corrente entrante nell'ingresso invertente è nulla, anche le correnti (e quindi la tensione) di  $R_3$  e  $R_4$  sono nulle
  - ➔ Le tensioni degli ingressi dell'amplificatore operazionale sono nulle
  - ➔ Dal punto di vista di  $v_{i1}$  il circuito si comporta come un amplificatore invertente

27

## Amplificatore differenziale

### Contributo di $v_{i2}$



- Dato che la corrente entrante nell'ingresso non invertente è nulla,  $R_3$  e  $R_4$  formano un partitore a cui è applicata la tensione  $v_{i2}$
- La tensione all'uscita del partitore costituisce l'ingresso di un amplificatore non invertente

28

## Amplificatore differenziale

- Combinando i due contributi si ha

$$v_o = \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{i2} - \frac{R_2}{R_1} v_{i1}$$

- Per ottenere un amplificatore differenziale occorre fare in modo che i coefficienti di  $v_{i1}$  e  $v_{i2}$  siano uguali e opposti
- Questo si verifica se

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} \quad (\text{spesso si pone } R_1 = R_3, R_2 = R_4)$$

- In queste condizioni si ha

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_{i2} - v_{i1}) \quad \rightarrow \quad A_d = \frac{v_o}{v_{i2} - v_{i1}} = \frac{R_2}{R_1}$$

29

## CMRR

- Se i rapporti tra i resistori non sono uguali, la tensione di uscita è

$$v_o = \frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_1(R_3 + R_4)} v_{i2} - \frac{R_2}{R_1} v_{i1} = A_2 v_{i2} - A_1 v_{i1}$$

- In queste condizioni, il guadagno di modo comune è diverso da zero

$$A_c = A_2 - A_1 = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1(R_3 + R_4)}$$

- Nel caso generale il guadagno differenziale è

$$A_d = \frac{A_2 + A_1}{2} = \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2R_2 R_4}{2R_1(R_3 + R_4)}$$

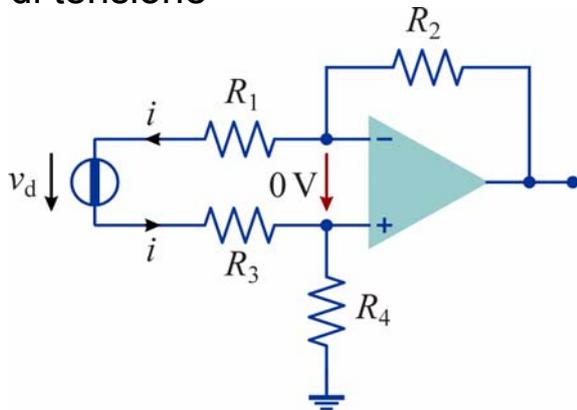
- Quindi il rapporto di reiezione di modo comune vale

$$CMRR = \frac{R_1 R_4 + R_2 R_3 + 2R_2 R_4}{2|R_1 R_4 - R_2 R_3|}$$

30

## Resistenza di ingresso differenziale

- La resistenza tra i due terminali di ingresso, **resistenza di ingresso differenziale** può essere valutata collegando all'ingresso un generatore di tensione



$$v_d = R_1 i + R_3 i$$



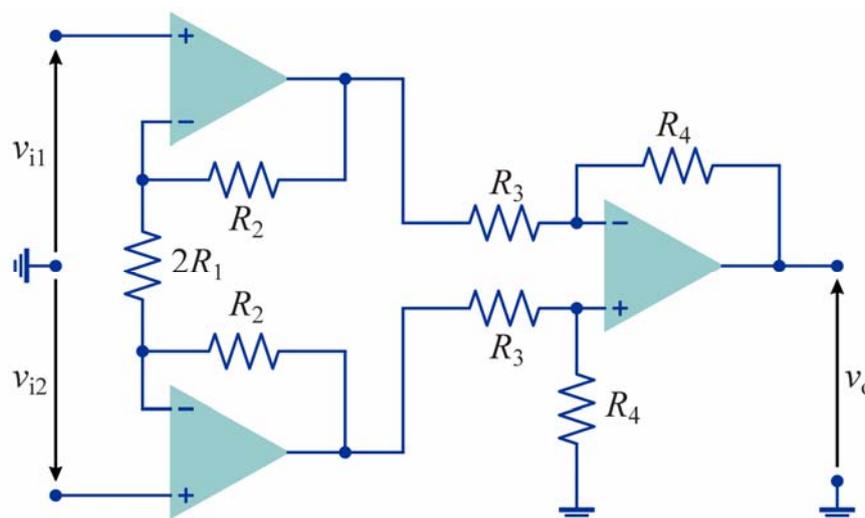
$$R_{id} = \frac{v_d}{i} = R_1 + R_3$$

- Questo circuito non consente di ottenere nello stesso tempo valori elevati della resistenza di ingresso e del guadagno
  - Se i valori di  $R_1$  e  $R_3$  sono grandi, i valori richiesti a  $R_2$  e  $R_4$  per ottenere un guadagno elevato possono risultare troppo grandi (e quindi non essere facilmente realizzabili)

31

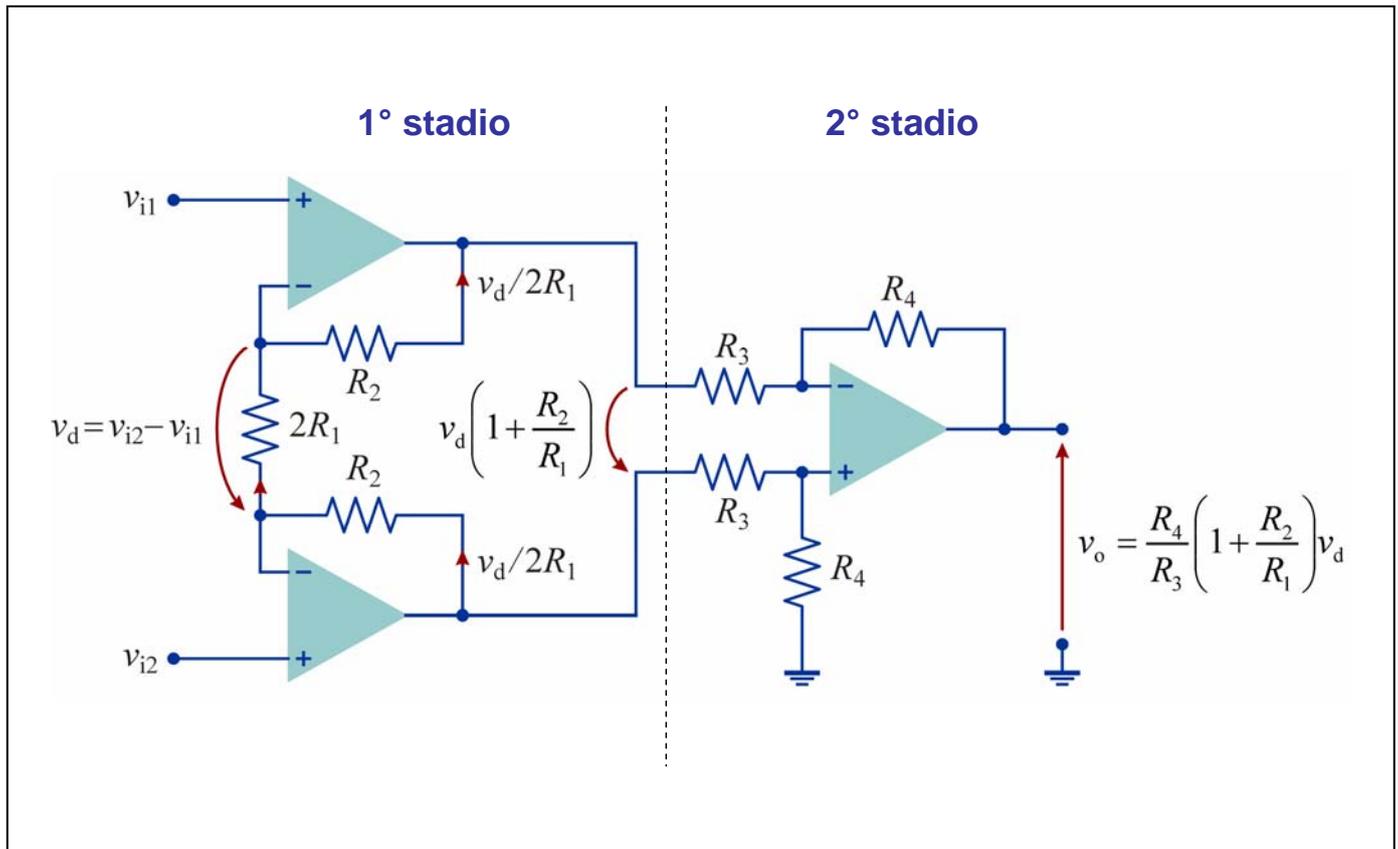
## Amplificatore differenziale con 3 operazionali

- Un amplificatore differenziale con prestazioni migliori può essere ottenuto mediante questa configurazione
- Questo circuito è noto anche come **amplificatore per strumentazione** (*instrumentation amplifier*)



32

## Amplificatore differenziale con 3 operazionali



33

## Amplificatore differenziale con 3 operazionali

- A causa dei cortocircuiti virtuali, la tensione sulla resistenza  $2R_1$  coincide con la tensione differenziale in ingresso
- Dato che le correnti degli ingressi invertenti sono nulle, la corrente in  $2R_1$  circola anche nelle due resistenze  $R_2$
- All'uscita del primo stadio si ha la tensione

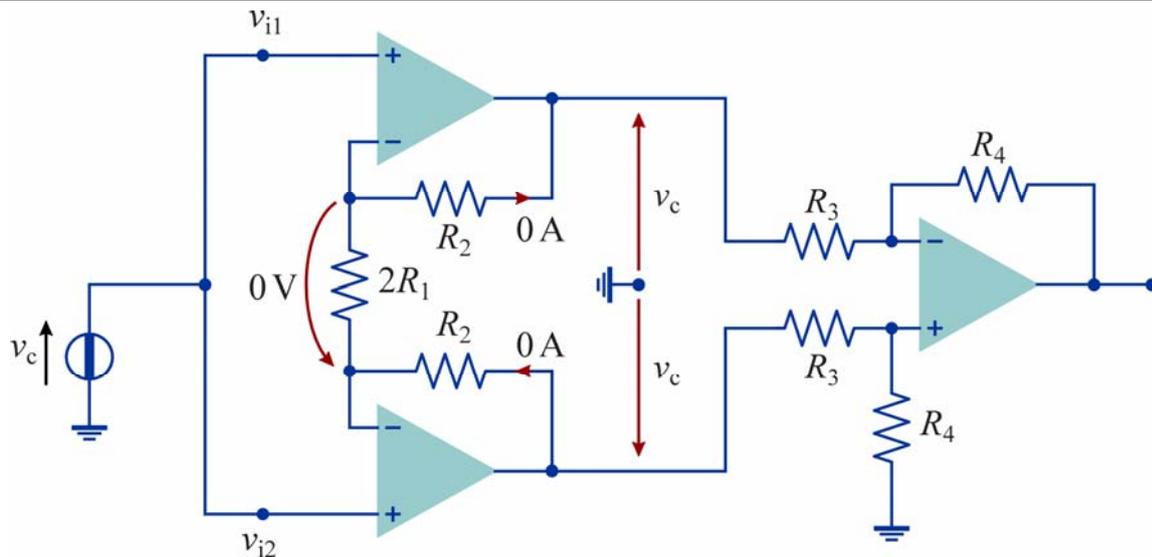
$$v_{d2} = v_d + 2R_2 i_2 = v_d + 2R_2 \frac{v_d}{2R_1} = v_d \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

- Questa tensione costituisce l'ingresso del secondo stadio, che è un amplificatore differenziale realizzato con un singolo operazionale e ha un guadagno pari a  $R_4/R_3$ , quindi

$$v_o = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_d$$

34

## Amplificatore differenziale con 3 operazionali



- Se si applica in ingresso un segnale di modo comune  $v_C$ , la tensione degli ingressi degli operazionali del primo stadio è uguale a  $v_C$
- La tensione di  $2R_1$  è nulla, quindi non circola corrente né in  $2R_1$  né nelle resistenze  $R_2$
- ➔ All'ingresso del secondo stadio si ha la tensione di modo comune  $v_C$

35

## Amplificatore differenziale con 3 operazionali

- Una tensione di modo comune in ingresso viene trasferita direttamente all'ingresso del secondo stadio
- Una tensione differenziale in ingresso viene trasferita al secondo stadio moltiplicata per il fattore
$$1 + \frac{R_2}{R_1}$$
- Complessivamente si ottiene un amplificatore differenziale che ha lo stesso guadagno di modo comune del secondo stadio, ma ha un guadagno differenziale maggiore
- ➔ Si ottiene un CMRR maggiore di quello del solo secondo stadio
- Inoltre, rispetto a un amplificatore differenziale con un solo operazionale
  - ◆ si ha una resistenza di ingresso maggiore (idealmente infinita)
  - ◆ si ha la possibilità di modificare il guadagno modificando il valore di una sola resistenza ( $2R_1$ )

36

# Segnali bilanciati e sbilanciati

- Un segnale in tensione può essere rappresentato
  - ◆ dalla tensione di un nodo rispetto al nodo di massa
    - ➔ **segnale sbilanciato**
  - ◆ dalla tensione tra due nodi nessuno dei quali coincide con il nodo di massa
    - ➔ **segnale bilanciato** o **differenziale**
- I segnali sbilanciati in genere richiedono circuiti più semplici
- I segnali bilanciati
  - ◆ sono più robusti nei confronti di disturbi
  - ◆ consentono prestazioni migliori in termini di linearità in sistemi realizzati mediante dispositivi non lineari
  - ◆ in molti casi di interesse pratico rappresentano il tipo di segnale disponibile all'uscita dei trasduttori

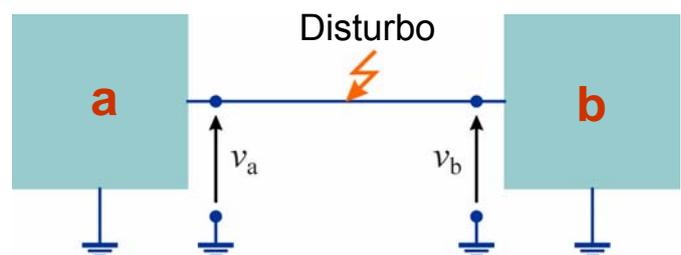
37

## Segnali bilanciati e sbilanciati in presenza di disturbi

### Segnale sbilanciato

- In presenza del disturbo, la tensione all'ingresso del blocco b è

$$v_b = v_a + \varepsilon$$

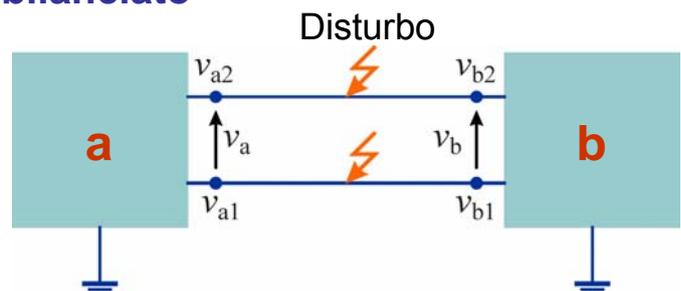


### Segnale bilanciato

- In presenza del disturbo, la tensione all'ingresso del blocco b è

$$v_b = v_{a2} + \varepsilon_2 - v_{a1} - \varepsilon_1 = v_a + \varepsilon$$

$$\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$$



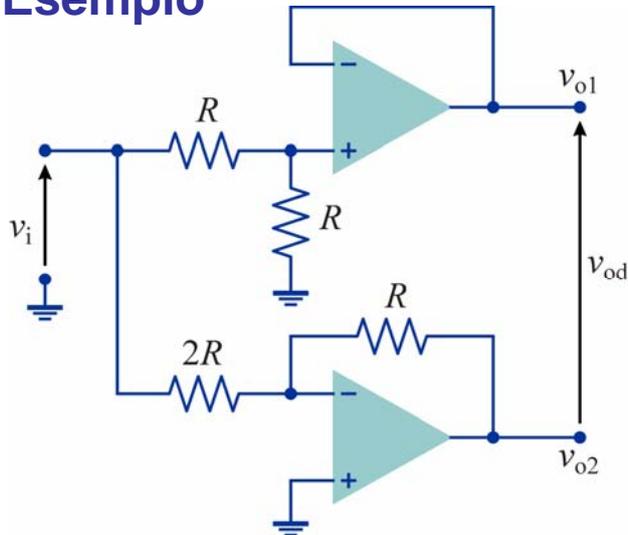
- Se il disturbo agisce in modo simile sui due conduttori, vicini tra loro, si ha  $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2$ , quindi  $\varepsilon$  è molto piccolo rispetto a  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$

38

## Conversione tra segnali bilanciati e sbilanciati

- Un amplificatore differenziale può essere considerato un dispositivo che converte un segnale bilanciato in uno sbilanciato
- Anche la conversione in senso opposto può essere eseguita in vari modi mediante amplificatori operazionali

### Esempio



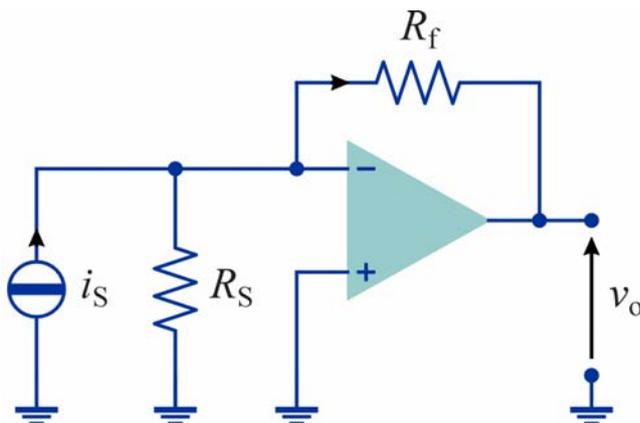
$$v_{o1} = \frac{v_i}{2}$$

$$v_{o2} = -\frac{v_i}{2}$$

$$v_{od} = v_{o1} - v_{o2} = v_i$$

39

## Convertitore corrente-tensione

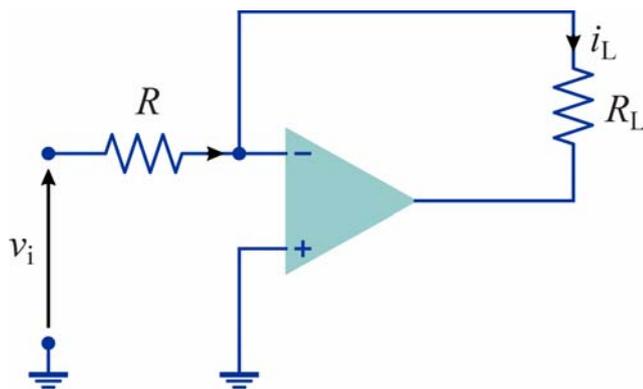


$$i_f = i_s \quad \Rightarrow \quad v_o = -R_f i_s$$

- A causa del cortocircuito virtuale la tensione e quindi la corrente di  $R_S$  sono nulle
- La tensione in uscita è indipendente da  $R_S$  (il circuito si comporta come se all'ingresso fosse collegato solo il generatore ideale  $i_s$ )

40

## Convertitore tensione-corrente



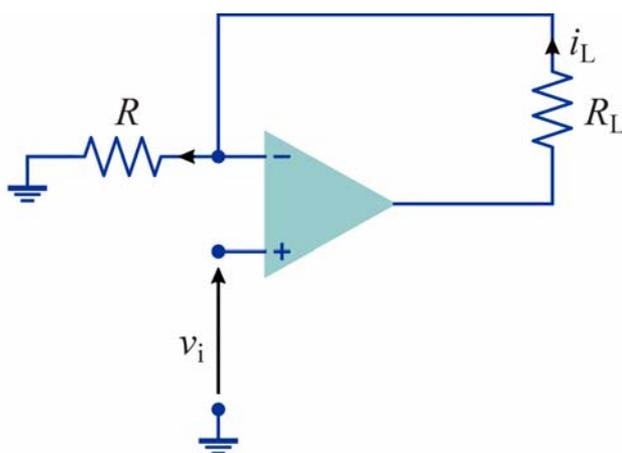
$$i_L = i_i = \frac{v_i}{R}$$

$$R_{in} = \frac{v_i}{i_i} = R$$

- Il carico deve essere *flottante*, cioè non può avere terminali collegati fisicamente a massa (anche se un terminale è collegato a una massa virtuale)
  - ◆ se si collegasse a massa l'ingresso invertente la corrente  $i_L$  si annullerebbe

41

## Convertitore tensione-corrente



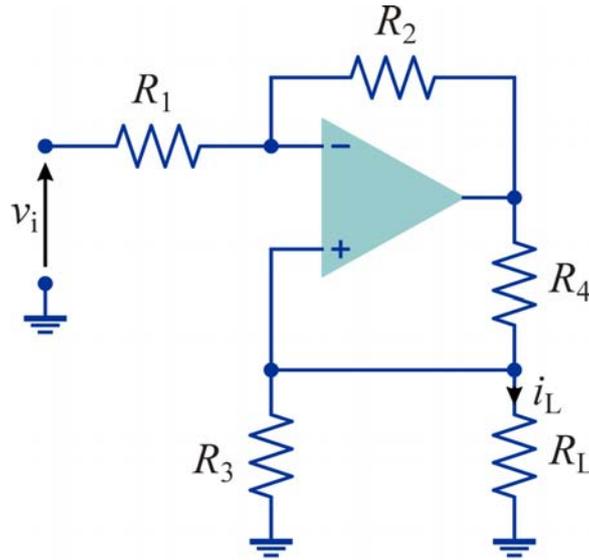
$$i_L = \frac{v_i}{R}$$

$$R_{in} = \infty$$

- E' possibile utilizzare anche la configurazione non invertente
- In questo modo si ottiene una corrente con verso opposto rispetto al caso precedente

42

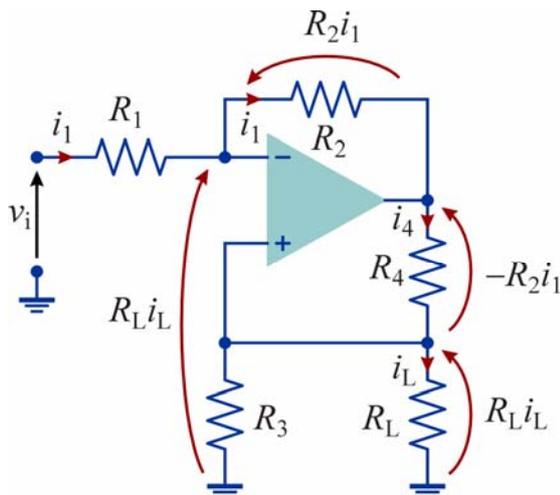
## Convertitore tensione-corrente con carico riferito a massa



- Se la resistenza di carico ha un terminale a massa si può utilizzare questo circuito
- Con una scelta opportuna dei valori delle resistenze si può fare in modo che la corrente nel carico sia indipendente dal valore di  $R_L$

43

## Convertitore tensione-corrente con carico riferito a massa



$$i_L = \frac{R_3}{R_3 + R_L} i_4 = -\frac{R_3}{R_3 + R_L} \frac{R_2 i_1}{R_4} =$$

$$= -\frac{R_3}{R_3 + R_L} \frac{R_2}{R_4} \frac{v_i - R_L i_L}{R_1}$$

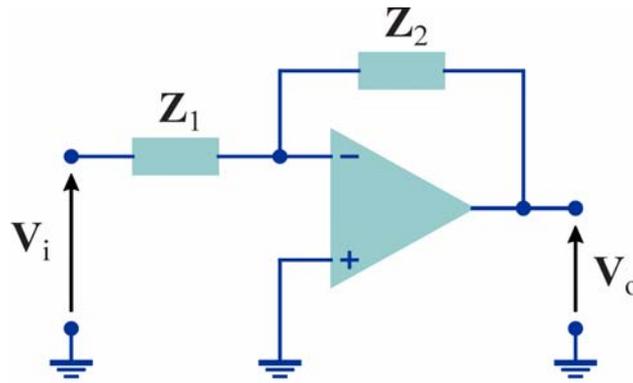


$$i_L = \frac{-R_2 R_3 v_i}{R_1 R_3 R_4 + (R_1 R_4 - R_2 R_3) R_L}$$

- Si può eliminare la dipendenza di  $i_L$  da  $R_L$  ponendo  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$
- ➔ In queste condizioni si ottiene  $i_L = -\frac{v_i}{R_3}$

44

## Configurazione invertente generalizzata



- Se nella configurazione invertente si sostituiscono le resistenze  $R_1$  e  $R_2$  con due impedenze  $Z_1(j\omega)$  e  $Z_2(j\omega)$  si ottiene un circuito avente funzione di trasferimento

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = -\frac{\mathbf{Z}_2(j\omega)}{\mathbf{Z}_1(j\omega)}$$

45

## Integratore

- Dato che l'ingresso invertente è virtualmente a massa si ha

$$i_R(t) = \frac{v_i(t)}{R}$$

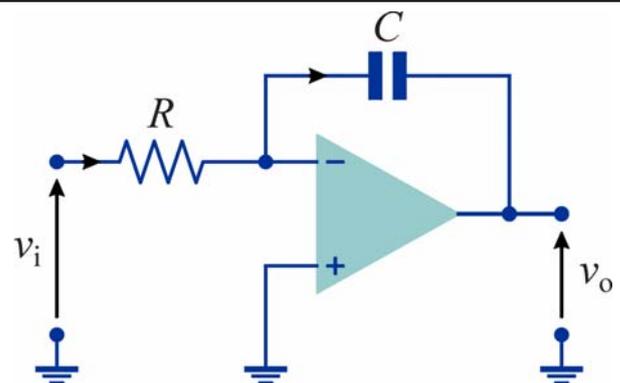
- Inoltre

$$i_C(t) = i_R(t)$$

- Quindi, se per  $t = 0$  la tensione del condensatore è  $v_C(0) = V_0$ , si ricava

$$v_o(t) = -v_C(t) = -v_C(0) - \frac{1}{C} \int_0^t i_C(x) dx = -V_0 - \frac{1}{RC} \int_0^t v_i(x) dx$$

- ➔ L'uscita è  $-V_0$  più un termine proporzionale all'integrale dell'ingresso
- $RC$  = costante di tempo dell'integratore



46

## Integratore – Risposta in frequenza

- Si pone

$$Z_1 = R \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

- La funzione di trasferimento è

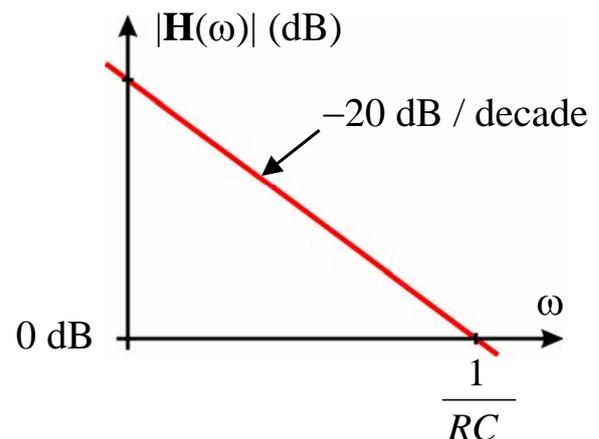
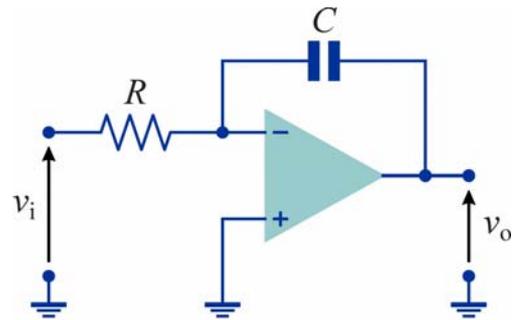
$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

- Quindi si ha

$$|\mathbf{H}(j\omega)| = \frac{1}{\omega RC}$$

$$\arg[\mathbf{H}(j\omega)] = 90^\circ$$

- Il modulo della funzione di trasferimento vale 1 (guadagno = 0 dB) per  $\omega = 1/(RC)$



47

## Integratore – Risposta in frequenza

- Dato che il guadagno aumenta al diminuire della frequenza, l'integratore risulta particolarmente sensibile ai disturbi a bassa frequenza
- In particolare per  $\omega$  tendente a 0 il condensatore tende a comportarsi come un circuito aperto e il guadagno tende a infinito
- Idealmente una piccola componente continua del segnale di ingresso produrrebbe una tensione di uscita infinita
  - ◆ In pratica l'amplificatore operazionale viene portato in saturazione, quindi in queste condizioni non si può rappresentare come amplificatore operazionale ideale

48

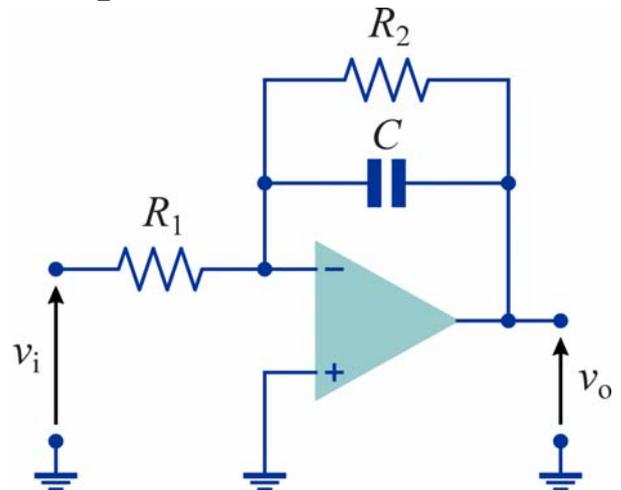
## Limitazione del guadagno a bassa frequenza

- I problemi relativi al comportamento a bassa frequenza possono essere ridotti collegando un resistore in parallelo al condensatore
- Il comportamento del circuito, però, si discosta da quello dell'integratore ideale (in misura maggiore al diminuire di  $R_2$ )
- In questo caso si ha

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

- Quindi la funzione di trasferimento è

$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = -\frac{R_2 / R_1}{1 + j\omega R_2 C}$$



49

## Limitazione del guadagno a bassa frequenza

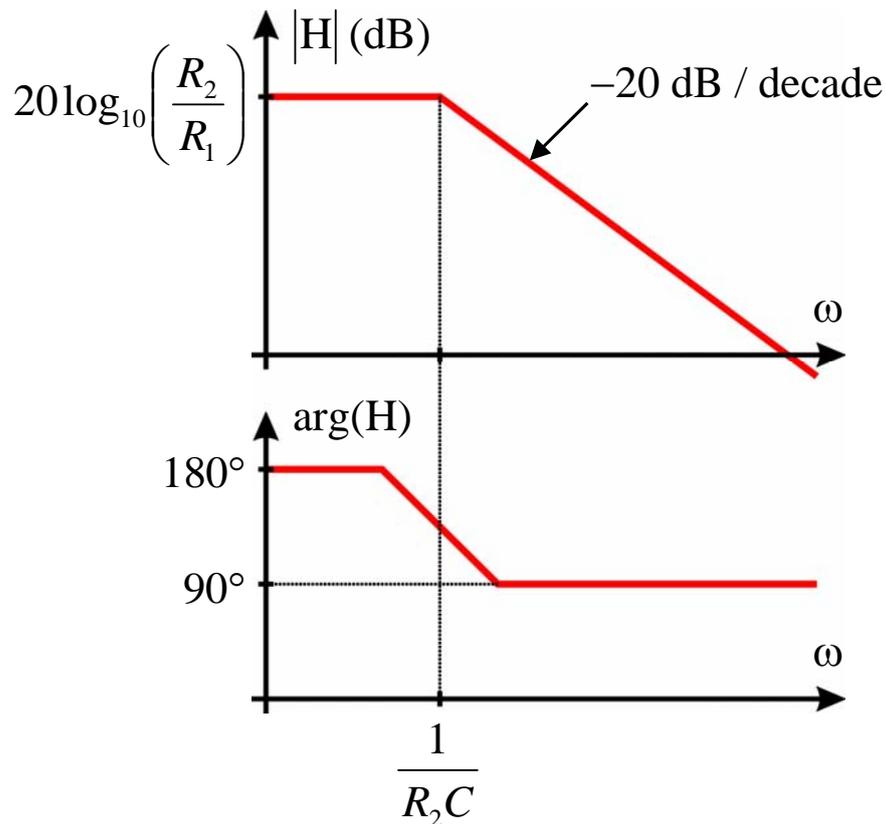
- Con l'inserimento di  $R_2$  il polo della funzione di trasferimento si sposta da  $s = 0$  a  $s = -1/(R_2 C)$
- In continua il guadagno è finito e vale  $-R_2/R_1$
- Per  $\omega \gg 1/(R_2 C)$  si ha

$$\mathbf{H}(j\omega) \approx -\frac{R_2 / R_1}{j\omega R_2 C} = -\frac{1}{j\omega R_1 C}$$

e quindi il comportamento del circuito è simile a quello di un integratore ideale

50

## Limitazione del guadagno a bassa frequenza



51

## Derivatore

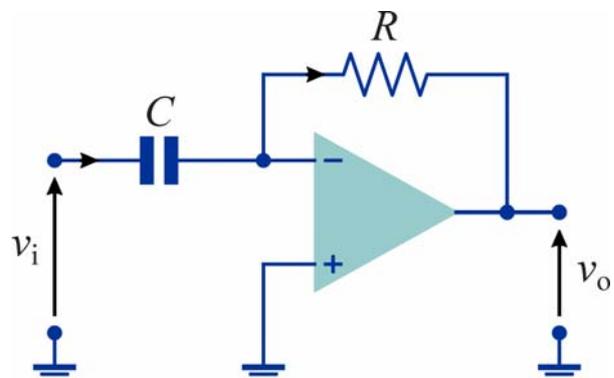
- La tensione del condensatore coincide con la tensione di ingresso  
 $v_C(t) = v_i(t)$

- Le corrente del condensatore può circolare solo attraverso  $R$

$$i_R(t) = i_C(t) = C \frac{dv_i}{dt}$$

- Quindi si ottiene

$$v_o(t) = -RC \frac{dv_i}{dt}$$



- ➔ L'uscita è proporzionale alla derivata dell'ingresso
- $RC$  = costante di tempo del derivatore

52

## Derivatore – Risposta in frequenza

- Si pone

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C} \quad \mathbf{Z}_2 = R$$

- La funzione di trasferimento è

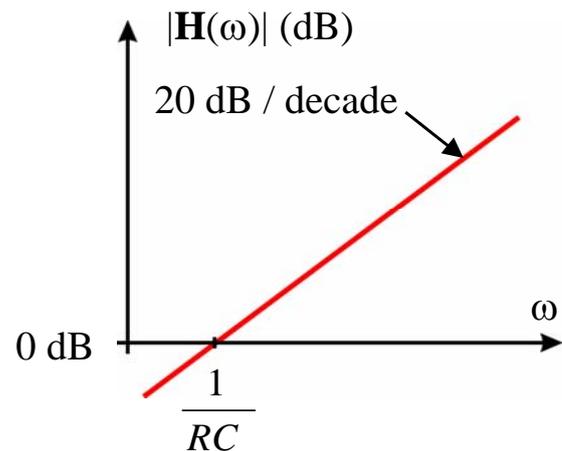
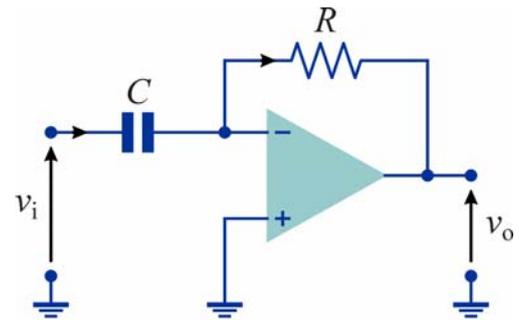
$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = -j\omega RC$$

- Quindi si ha

$$|\mathbf{H}(j\omega)| = \omega RC$$

$$\arg[\mathbf{H}(j\omega)] = -90^\circ$$

- Il modulo della funzione di trasferimento vale 1 (guadagno = 0 dB) per  $\omega = 1/(RC)$



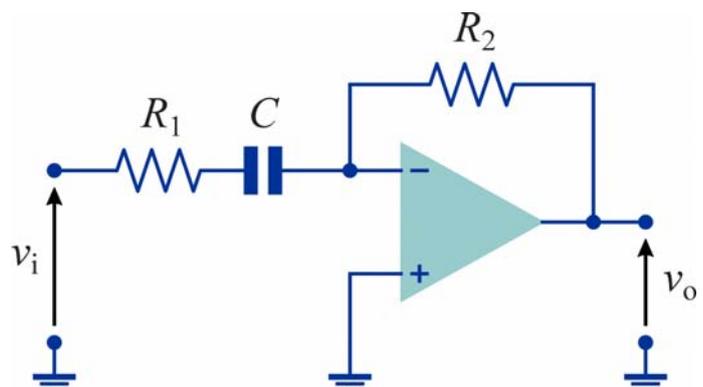
53

## Limitazione del guadagno ad alta frequenza

- Il derivatore risulta molto sensibile ai disturbi ad alta frequenza
  - ♦ Rapide variazioni del segnale di ingresso (dovute per esempio a rumore) possono produrre dei picchi di ampiezza elevata in uscita
  - ♦ Inoltre i derivatori tendono ad avere problemi di stabilità
- Questi problemi possono essere ridotti collegando un resistore in serie al condensatore
  - ♦ Il comportamento del circuito, però, si discosta da quello del derivatore ideale (in misura maggiore all'aumentare di  $R_1$ )
- In questo caso si ha

$$\mathbf{Z}_2 = R_1 + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = -\frac{j\omega R_2 C}{1 + j\omega R_1 C}$$



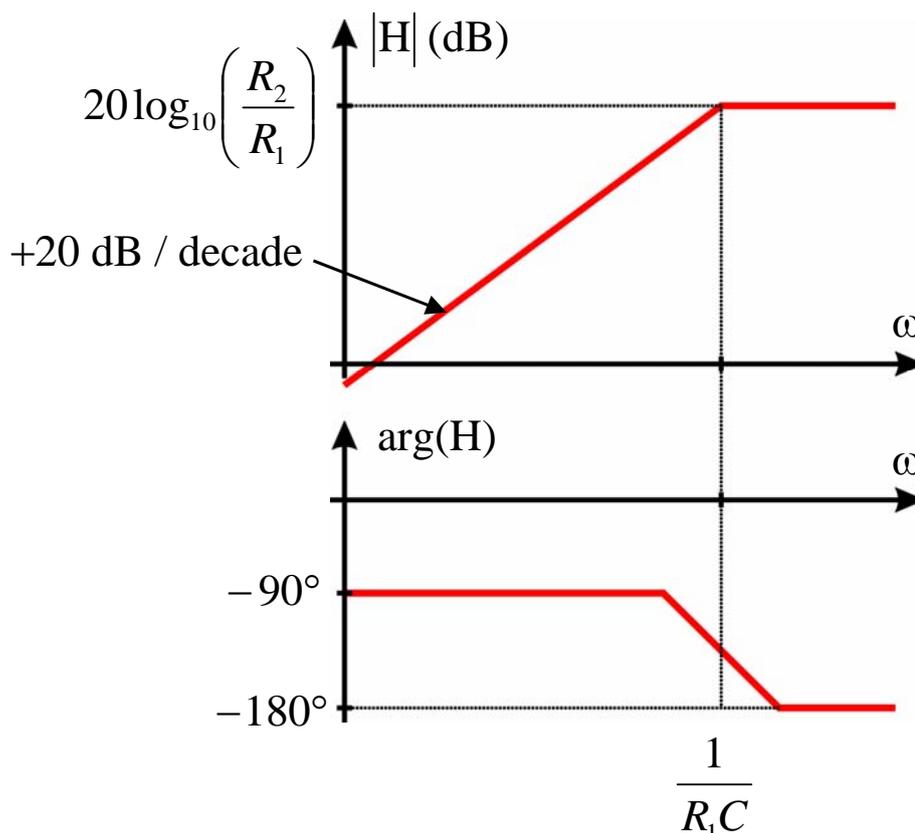
54

## Limitazione del guadagno ad alta frequenza

- L'inserimento di  $R_1$  introduce nella funzione di trasferimento un polo per  $s = -1/(R_1C)$
- Ad alta frequenza, cioè per  $\omega$  maggiore della pulsazione di taglio  $1/(R_1C)$ , il guadagno vale  $-R_2/R_1$
- Per  $\omega \ll 1/(R_1C)$  si ha  
$$\mathbf{H}(j\omega) \approx -j\omega R_2 C$$
e quindi il comportamento del circuito è simile a quello di un derivatore ideale

55

## Limitazione del guadagno ad alta frequenza



56