

Risposta in frequenza e filtri

www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica.htm
(versione del 23-3-2019)

Direttiva .AC

- L'analisi nel dominio della frequenza è attivata mediante la direttiva **.AC** che ha la forma seguente:
.AC tipo n-punti fmin fmax
dove
 - ◆ *tipo* può essere
 - lin** = variazione lineare
 - oct** = variazione per ottave
 - dec** = variazioni per decenni
 - ◆ *n-punti* indica il numero totale di punti nel caso di variazione lineare oppure il numero di punti per ottava o per decade
 - ◆ *fmin* e *fmax* sono le frequenze minima e massima
- In LTspice è possibile utilizzare anche la forma:
.AC list elenco frequenze

Direttiva .AC

- Prima di eseguire l'analisi nel dominio della frequenza il programma esegue automaticamente un'analisi del punto di lavoro in continua (.op)
 - ◆ Se nel circuito sono presenti sia generatori sinusoidali sia generatori in continua, l'analisi in continua viene eseguita azzerando i generatori sinusoidali e l'analisi nel dominio della frequenza è eseguita azzerando i generatori in continua
 - ◆ Se sono presenti componenti non lineari, per eseguire l'analisi nel dominio della frequenza il circuito viene linearizzato nell'intorno del punto di lavoro
 - ◆ I risultati dell'analisi sono significativi se l'approssimazione lineare è accettabile (cioè in **regime di piccoli segnali**)

3

Generatori sinusoidali

- Per assegnare i valori a generatori di tensione o di corrente sinusoidali, occorre
 - ◆ selezionare il pulsante *advanced* nella finestra di dialogo che compare cliccando sul simbolo del componente
 - ◆ inserire i valore dell'ampiezza (in volt o ampere) e della fase (in gradi) nelle caselle *AC Amplitude* e *AC Phase*
 - ◆ si può omettere la fase se il suo valore è zero
- E' possibile assegnare allo stesso generatore sia un valore in continua (utilizzato per l'analisi del punto di lavoro) sia un valore in alternata (usato per l'analisi nel dominio della frequenza)
- Spesso l'analisi nel dominio della viene utilizzata per la determinazione di funzioni di rete
 - ◆ In questo caso normalmente ai generatori si assegna ampiezza unitaria e fase nulla

4

Visualizzazione dei risultati di un'analisi in frequenza

- In LTspice sono disponibili tre modalità per visualizzare grandezze complesse
 - ◆ **Diagrammi di Bode:** vengono visualizzati il modulo e la fase
 - per il modulo sono disponibili tre opzioni
 - valori in dB
 - valori in scala lineare
 - valori in scala logaritmica
 - ◆ **Diagrammi cartesiani:** vengono visualizzate la parte reale e la parte immaginaria
 - ◆ **Diagrammi di Nyquist:** viene riportata la parte reale sull'asse delle ascisse e la parte immaginaria sull'asse delle ordinate

5

Visualizzazione dei risultati di un'analisi in frequenza

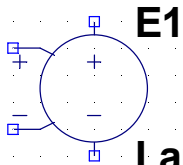
- Nei diagrammi di Bode la rappresentazione della fase è controllata mediante la casella "*Unravel Branch Wrap*"
 - ◆ se la casella non è attivata la fase è rappresentata nell'intervallo tra -180° e $+180^\circ$, quindi in alcuni casi il grafico può risultare discontinuo
 - ◆ se la casella è attivata i valori non sono limitati all'intervallo tra -180° e $+180^\circ$
- Nell'analisi in frequenza non è possibile visualizzare direttamente le potenze come nelle analisi in continua o nel dominio del tempo
- E' comunque possibile ottenere i grafici delle potenze scrivendone le espressioni
 - ◆ Per i numeri complessi sono disponibili le funzioni
 - $\text{Re}(x)$, $\text{Im}(x)$: parte reale e immaginaria di x
 - $\text{Mag}(x)$, $\text{Ph}(x)$: modulo e fase di x
 - $\text{conj}(x)$: coniugato di x

6

Rappresentazione di funzioni di trasferimento mediante generatori dipendenti

- Mediante la keyword "Laplace", è possibile assegnare ai componenti
 - E (generatore di tensione pilotato in tensione)
 - G (generatore di corrente pilotato in tensione)
 una funzione di trasferimento che viene utilizzata per determinare tensione o la corrente alla porta 2 in funzione della tensione applicata alla porta 1
- La f.d.t. deve essere espressa mediante la variabile s e viene assegnata al posto del parametro di trasferimento del generatore
- In un'analisi di tipo AC la variabile s viene sostituita da $j\omega = 2\pi f$

Esempio



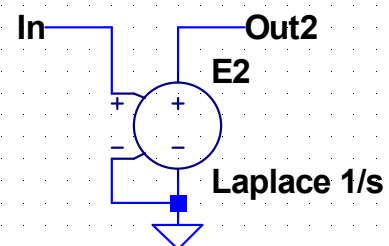
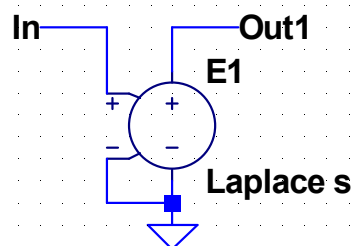
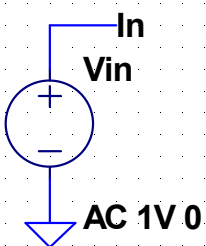
$$H(s) = \frac{5 \cdot 10^{-2} s \cdot (1 + 4 \cdot 10^{-6} s)}{(1 + 10^{-2} s)(1 + 10^{-5} s)^2}$$

Laplace 5e-2*s * (1+4e-6*s) / ((1+0.01*s) * (1+1e-5*s)**2)

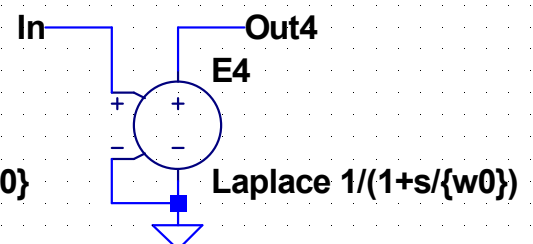
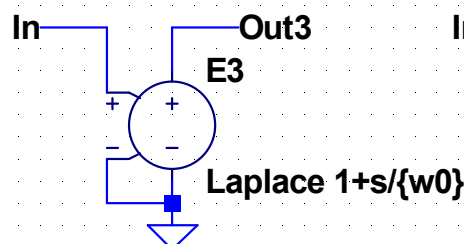
7

01-Bode1.asc

Diagrammi di Bode di funzioni elementari - Poli e zeri reali



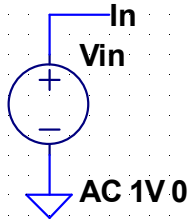
.param w0 = 2*pi*1kHz
.ac dec 100 1Hz 1MegHz



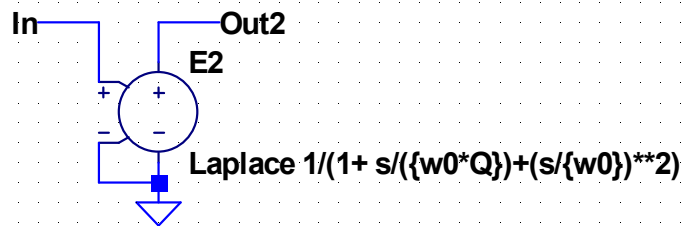
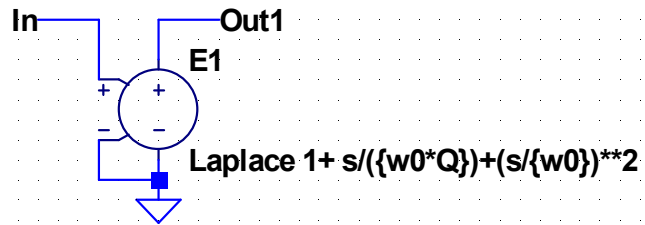
8

02-Bode2.asc

Diagrammi di Bode di funzioni elementari - Poli e zeri complessi coniugati



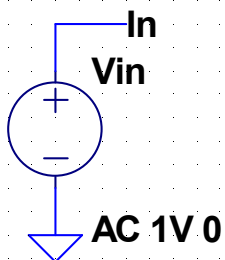
```
.param w0 = 2*pi*1kHz  
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10  
.ac dec 100 10Hz 100kHz
```



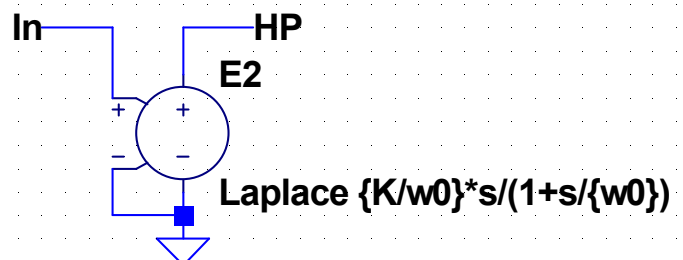
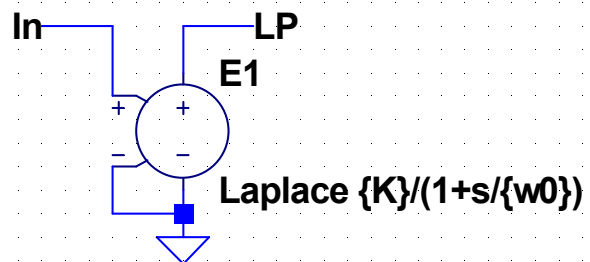
9

03-F1.asc

F.d.T. di filtri del primo ordine



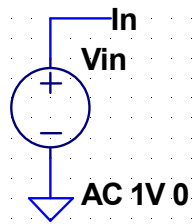
```
.param k = 2 w0 = 2*pi*1kHz  
.ac dec 100 10Hz 100kHz
```



10

04-F2.asc

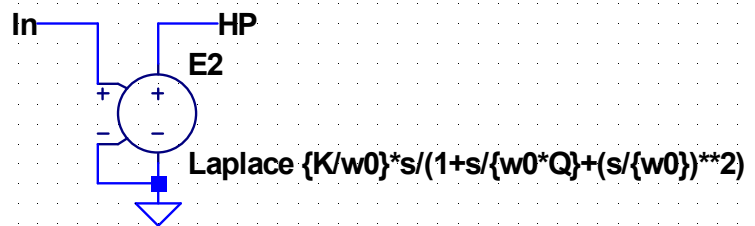
F.d.T. di filtri passa basso e passa alto del secondo ordine



```
.param k = 2 w0 = 2*pi*1kHz
```

```
.step param Q list 0.707 2 5 10
```

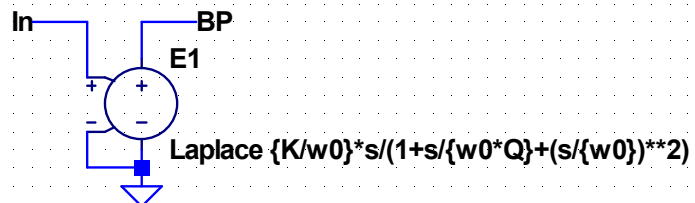
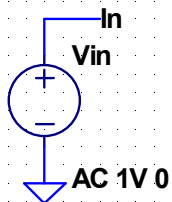
```
.ac dec 100 10Hz 100kHz
```



11

05-F2.asc

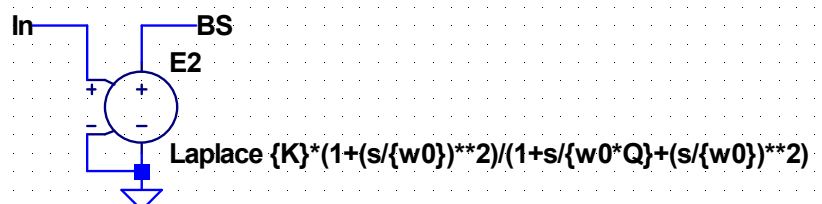
F.d.T. di filtri passa banda ed elimina banda del secondo ordine



```
.param k = 2 w0 = 2*pi*1kHz
```

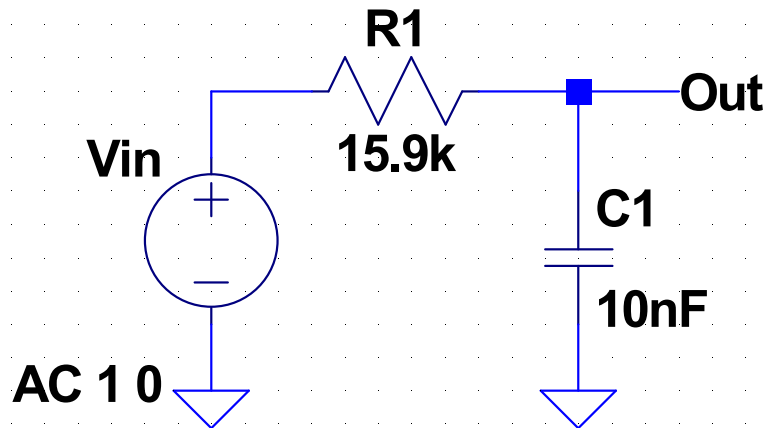
```
.step param Q list 0.707 2 5 10
```

```
.ac dec 100 10Hz 100kHz
```



12

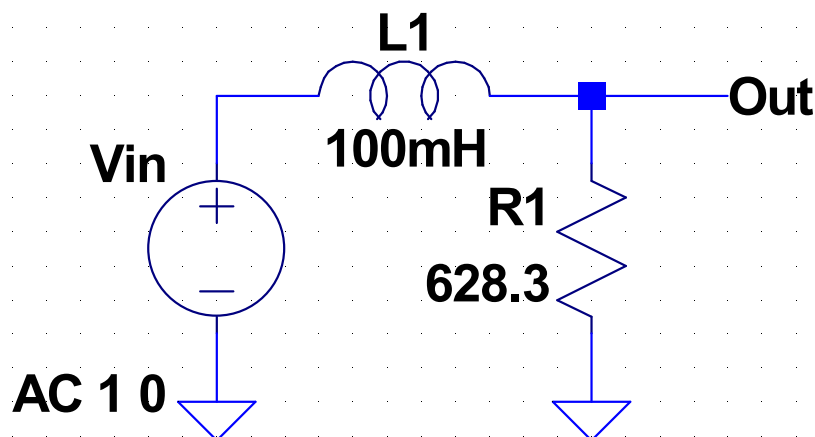
Filtro passa-basso del 1° ordine RC



.ac dec 100 1Hz 100kHz

Frequenza di taglio 1 kHz

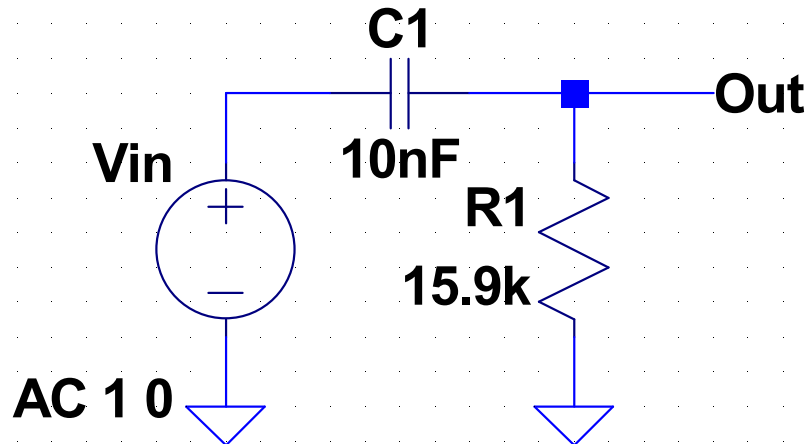
Filtro passa-basso del 1° ordine RL



.ac dec 100 1Hz 100kHz

Frequenza di taglio 1 kHz

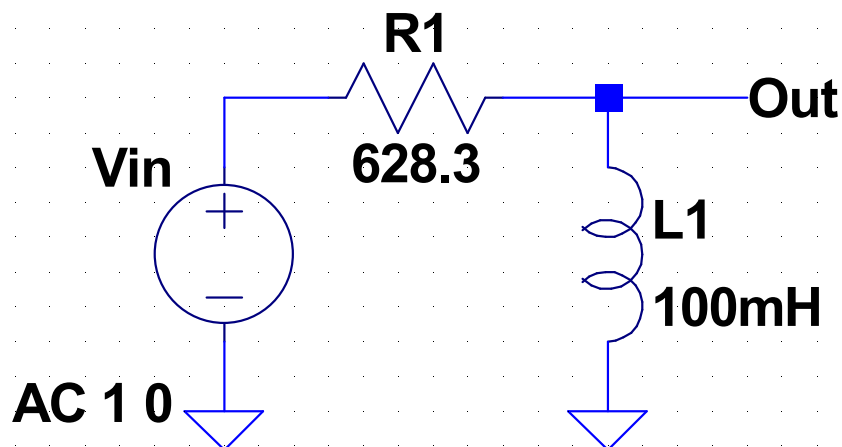
Filtro passa-alto del 1° ordine RC



.ac dec 100 1Hz 100kHz

Frequenza di taglio 1 kHz

Filtro passa-alto del 1° ordine RC



.ac dec 100 1Hz 100kHz

Frequenza di taglio 1 kHz

Esempi di filtri del secondo ordine

Filtri derivati dal circuito risonante RLC serie

- Per i 4 filtri valgono le relazioni

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

- Negli esempi si assumerà $L = 10\text{mH}$, $C = 100\text{ nF}$ che corrisponde a $f_0 \cong 5\text{ kHz}$
- Le analisi verranno eseguite al variare del fattore di merito, che in questo caso, verrà fissato ponendo

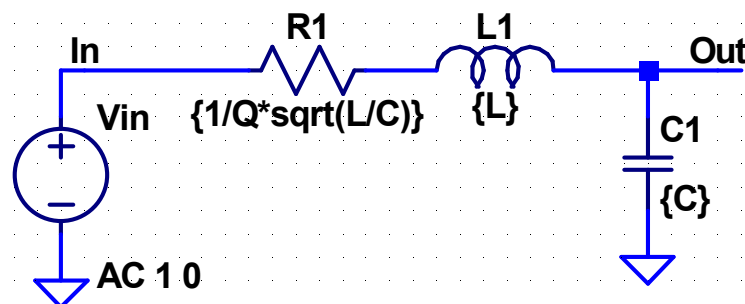
$$R = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

17

10-LP2.asc

Filtro passa-basso del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC serie)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



```
.param L=10mH C=100nF  
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10  
.ac dec 100 1Hz 1MegHz
```

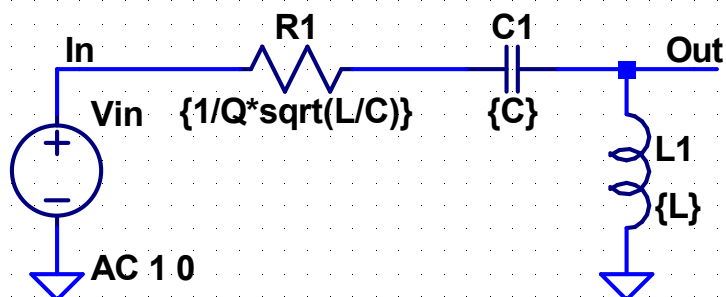
Frequenza di taglio 5.033 kHz

18

11-HP2.asc

Filtro passa-alto del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC serie)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



```
.param L=10mH C=100nF
```

```
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10
```

```
.ac dec 100 1Hz 1MegHz
```

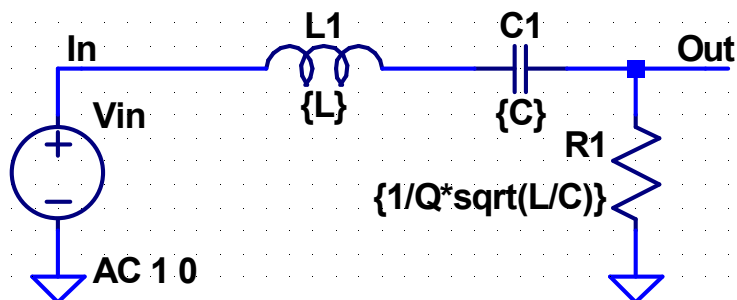
Frequenza di taglio 5.033 kHz

19

12-BP2.asc

Filtro passa-banda del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC serie)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



```
.param L=10mH C=100nF
```

```
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10
```

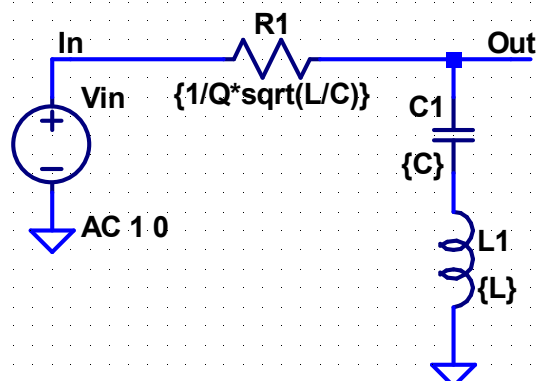
```
.ac dec 100 1Hz 1MegHz
```

Frequenza di taglio 5.033 kHz

20

Filtro elimina-banda del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC serie)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



```
.param L=10mH C=100nF
```

```
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10
```

```
.ac dec 100 1kHz 100kHz
```

Frequenza di taglio 5.033 kHz

Esempi di filtri del secondo ordine

Filtri derivati dal circuito risonante RLC parallelo

- Per i 4 filtri valgono le relazioni

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Q = R\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 C}{G}$$

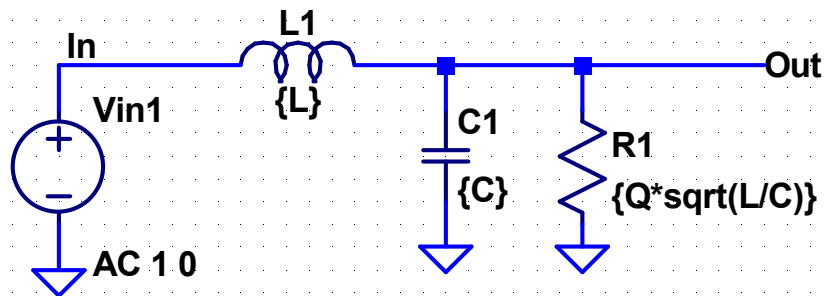
- Negli esempi si assumerà $L = 10\text{mH}$, $C = 100\text{ nF}$ che corrisponde a $f_0 \cong 5\text{ kHz}$
- Le analisi verranno eseguite al variare del fattore di merito, che in questo caso, verrà fissato ponendo

$$R = Q\sqrt{\frac{L}{C}}$$

14-LP2.asc

Filtro passa-basso del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC parallelo)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



```
.param L=10mH C=100nF  
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10  
.ac dec 100 1Hz 1MegHz
```

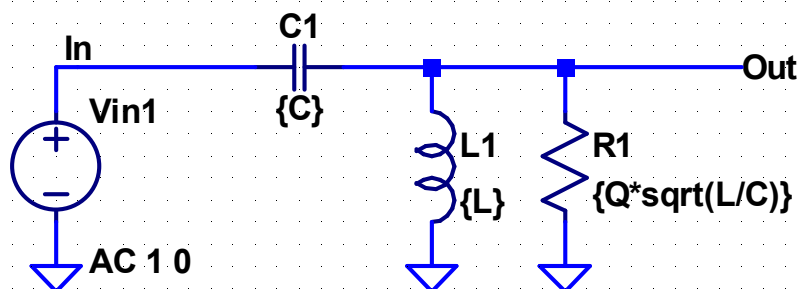
Frequenza di taglio 5.033 kHz

23

15-HP2.asc

Filtro passa-alto del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC parallelo)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



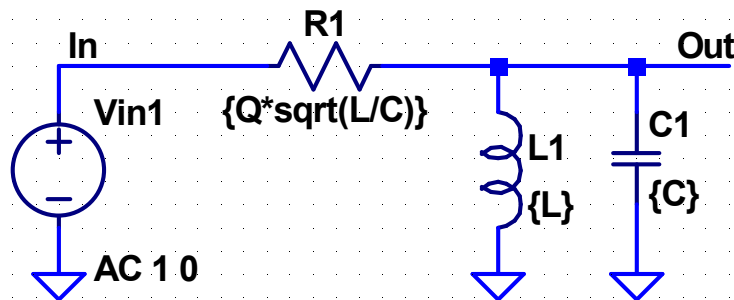
```
.param L=10mH C=100nF  
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10  
.ac dec 100 1Hz 1MegHz
```

Frequenza di taglio 5.033 kHz

24

Filtro passa-banda del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC parallelo)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



```
.param L=10mH C=100nF
```

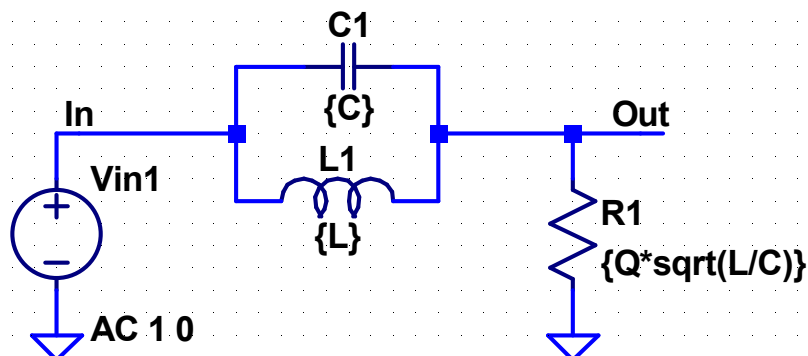
```
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10
```

```
.ac dec 100 1Hz 1MegHz
```

Frequenza di taglio 5.033 kHz

Filtro elimina-banda del 2° ordine (Circuito derivato dal risonatore RLC parallelo)

Analisi per diversi valori del fattore di merito



```
.param L=10mH C=100nF
```

```
.step param Q list 0.5 0.707 1 2 5 10
```

```
.ac dec 100 1kHz 100kHz
```

Frequenza di taglio 5.033 kHz

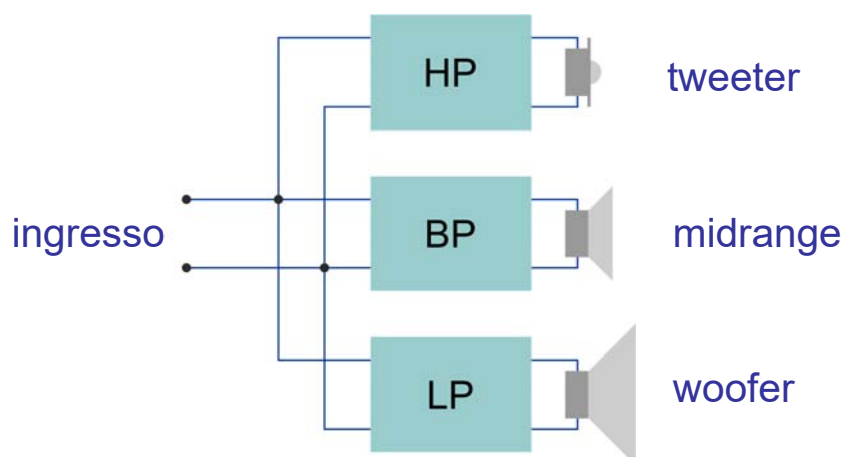
Esempio – Filtro crossover

- Normalmente gli altoparlanti non sono in grado di riprodurre in modo ottimale tutte le frequenze dello spettro udibile (20 Hz - 20 kHz)
- Per questo motivo nei diffusori acustici si utilizzano più altoparlanti, ciascuno dei quali viene utilizzato solo per riprodurre una determinata banda di frequenze
- A ciascun altoparlante vengono inviate solo le componenti spettrali del segnale contenute nella banda di frequenze che deve riprodurre
- Per suddividere le componenti spettrali del segnale audio nelle bande destinate ai singoli altoparlanti si fa uso di un filtro ripartitore (detto filtro di crossover)

27

Esempio – Filtro crossover

- Si considera un sistema a 3 vie, in cui si utilizzano tre altoparlanti:
 - ◆ *woofer* per le frequenze basse
 - ◆ *midrange* per le frequenze intermedie
 - ◆ *tweeter* per le frequenze acute
- Per suddividere le componenti armoniche del segnale audio si utilizzano 3 filtri: passa-basso (LP), passa-banda (BP), passa-alto (HP)



28

Esempio – Filtro crossover

- Si assume, per semplicità, che l'impedenza degli altoparlanti sia puramente resistiva e valga 8Ω
- Bande degli altoparlanti
 - ◆ woofer: 20-500 Hz
 - ◆ midrange: 500-5000 Hz
 - ◆ tweeter: 5000-20000 Hz
- Filtri utilizzati
 - ◆ LP: filtro RL del 1° ordine con frequenza di taglio $f_L = 500$ Hz
 - ◆ HP: filtro RC del 1° ordine con frequenza di taglio $f_H = 5000$ Hz
 - ◆ BP: filtro RLC serie del 2° ordine con frequenze di taglio $f_L = 500$ Hz e $f_H = 5000$ Hz
- Per il filtro BP si ha:

$$f_0 = \sqrt{f_L f_H} = 1.581 \text{ Hz} \qquad Q = \frac{f_0}{f_H - f_L} = 0.351$$
- Per i tre filtri R è la resistenza degli altoparlanti

29

Esempio – Filtro crossover

- Dimensionamento del filtro passa-basso

$$f_L = \frac{\omega_{0LP}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi L_1 / R} \quad \Rightarrow \quad L_1 = \frac{\omega_{0LP}}{2\pi} = \frac{R}{2\pi f_L} = 2.55 \text{ mH}$$

- Dimensionamento del filtro passa-banda

$$\omega_{0BP} = 2\pi\sqrt{f_L f_H} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad \Rightarrow \quad L_2 = \frac{R}{2\pi(f_H - f_L)} = 283 \mu\text{H}$$

$$2\pi(f_H - f_L) = \frac{\omega_{0BP}}{Q} = \frac{R}{L_2} \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{f_H - f_L}{2\pi f_L f_H R} = 35.8 \mu\text{F}$$

- Dimensionamento del filtro passa-alto

$$f_H = \frac{\omega_{0HP}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R C_3} \quad \Rightarrow \quad C_3 = \frac{1}{2\pi f_H R} = 3.98 \mu\text{F}$$

30

Filtro crossover a 3 vie

