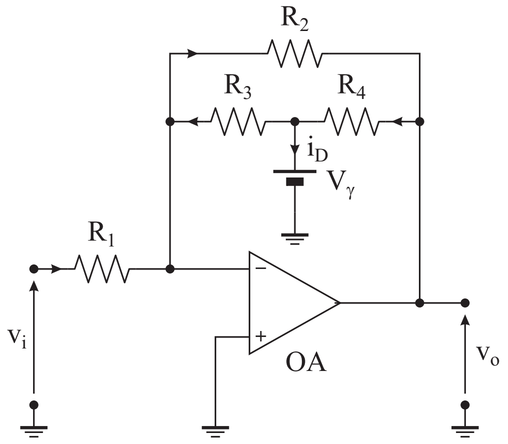
Esercizio 1

1) D on – OA in regione lineare



L'ingresso invertente è virtualmente a massa, quindi la corrente in R_1 è

$$i_1 = \frac{v_i}{R_1} \tag{1.1}$$

La tensione di R_3 coincide con V_γ, quindi

$$i_3 = \frac{V_\gamma}{R_3} \tag{1.2}$$

La corrente di R_2 è

$$i_2 = i_1 + i_3 = \frac{v_i - V_\gamma}{R} \tag{1.3}$$

Quindi la tensione di uscita è

$$v_o = -R_2 i_2 = -6\,v_i - 6\;V_\gamma = -6\,v_i - 3.6\;\mathrm{V} \tag{1.4}$$

Condizioni di validità

La corrente di R_4 è

$$i_4 = \frac{v_o - V_\gamma}{R_4} = -\frac{6\,v_i + 7\,V_\gamma}{2\,R} \tag{1.5}$$

e quindi la corrente del diodo è

$$i_D = i_4 - i_3 = -\frac{6\,v_i + 7\,V_\gamma}{2R} - \frac{V_\gamma}{R} = -\frac{6\,v_i + 9\,V_\gamma}{2R} \tag{1.6}$$

Affinché il diodo sia in conduzione deve risultare

$$i_D > 0 \quad \Rightarrow \quad 6\,v_i + 9\,V_\gamma < 0 \quad \Rightarrow \quad v_i < -\frac{3}{2} V_\gamma = -0.9\,\mathrm{V} \tag{1.7}$$

Per la (1.4), quando vale la (1.7) la tensione v_o è sempre positiva e, di conseguenza, risulta sempre $v_o > -V_{sat}$.

Affinché l'amplificatore operazionale non entri in saturazione positiva deve essere verificata la condizione

$$v_o < V_{sat} \quad \Rightarrow \quad -6\,v_i - 3.6\,\mathrm{V} < 12\,\mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad v_i > -2.6\,\mathrm{V} \tag{1.8}$$

Quindi combinando la (1.7) e la (1.8) si ottiene

$$-2.6\,\mathrm{V} < v_i < -0.9\,\mathrm{V} \tag{1.9}$$

2) D on OA in saturazione negativa

L'analisi precedente mostra che il circuito non può mai essere in queste condizioni.

3) D on OA in saturazione positiva

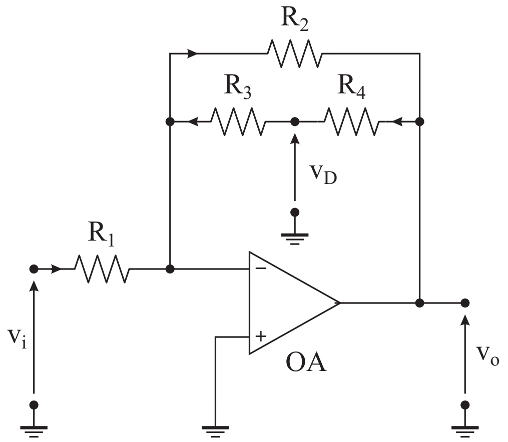
Per le (1.4) e (1.8) si riconosce che il circuito si trova in queste condizioni se

$$v_i < -2.6\,V \tag{1.10}$$

Quando è verificata la (1.10) si ha

$$v_o = V_{sat} = 12\,V \tag{1.11}$$

4) D off – OA in regione lineare



Il circuito si riduce ad un amplificatore invertente la cui resistenza di retroazione è

$$R_f = R_2 // (R_3 + R_4) = 2\,R \tag{1.12}$$

Quindi la tensione di uscita è

$$v_o = -\frac{R_f}{R_1} v_i = -2\,v_i \tag{1.13}$$

Condizioni di validità

La tensione del diodo, coincidente con la tensione di R_3, è

$$v_D = v_o \frac{R_3}{R_3 + R_4} = -\frac{2}{3} v_i \tag{1.14}$$

Affinché il diodo sia interdetto deve valere la condizione

$$v_D < V_\gamma \quad \Rightarrow \quad v_i > -\frac{3}{2} V_\gamma = -0.9\,V \tag{1.15}$$

Per la (1.13) la condizione $v_o < V_{sat}$ è sempre verificata se vale la (1.15).

Affinché l'amplificatore operazionale non entri in saturazione negativa si deve avere

$$v_o > -V_{sat} \quad \Rightarrow \quad -2\,v_i > -12\,V \quad \Rightarrow \quad v_i < 6\,V \tag{1.16}$$

Quindi complessivamente deve essere:

$$-0.9\,V < v_i < 6\,V \tag{1.17}$$

5) D on OA in saturazione positiva

Dall'analisi precedente si riconosce che il circuito non può mai essere in queste condizioni.

6) D on OA in saturazione negativa

Dalle (1.13) e (1.16) si riconosce che il circuito si trova in queste condizioni se

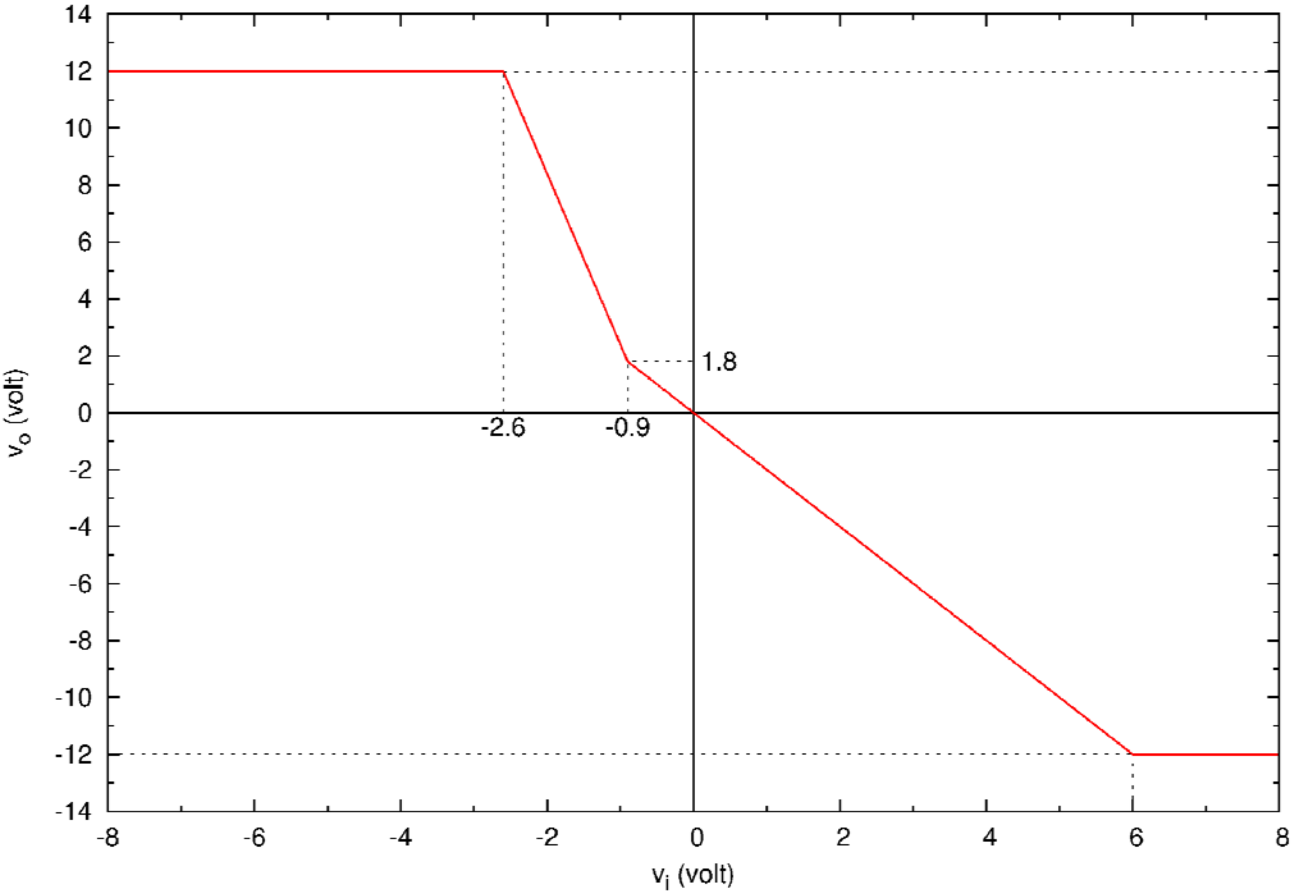
$$v_i > 6\,V \tag{1.18}$$

Quando è verificata la (1.18) si ha

$$v_o = -V_{sat} = -12\,V \tag{1.15}$$

7) Riepilogo

Per $v_i \leq -2.6$ V	$v_o = 12$ V	(D on - OA in sat. positiva)
per -2.6 V $\leq v_i \leq -0.9$ V	$v_o = -6v_i - 3.6$ V	(D on - OA in reg. lineare)
per -0.9 V $\leq v_i \leq 6$ V	$v_o = -2v_i$	(D off - OA in reg. lineare)
per $v_i \geq 6$ V	$v_o = -12$ V	(D off - OA in sat. negativa)



Esercizio 2

1) Funzione di trasferimento del circuito (1)

Il guadagno di tensione del secondo stadio è

$$A_{v2} = \frac{-h_{2f}}{\Delta H_2 + \dfrac{h_{2i}}{R_L}} = -\frac{\alpha}{3 + \dfrac{2R}{R}} = -\frac{\alpha}{5} \tag{2.1}$$

e la sua resistenza di ingresso vale

$$R_{in2} = h_{2i} - \frac{h_{2r}h_{2f}}{h_{2o} + 1/R_L} = 2R - \frac{-1}{1/R + 1/R} = \frac{5}{2}R \tag{2.2}$$

La resistenza R_{in2} rappresenta anche la resistenza di carico del primo stadio, il cui guadagno è

$$A_{v1} = -\frac{h_{1f}}{\Delta H_1 + \dfrac{h_1}{R_{in2}}} = -\frac{\alpha}{\dfrac{1}{sC_1}\left(\dfrac{1}{5R} + sC_2\right) + \dfrac{1}{sC_1}\dfrac{2}{5R}} = -\frac{5\alpha RC_1}{3}\frac{s}{1 + s\dfrac{5}{3}RC_2} \tag{2.3}$$

Dato che il primo stadio è unilaterale ($h_{1r} = 0$), la sua impedenza di ingresso è

$$Z_{in1} = h_{1i} = \frac{1}{sC_1} \tag{2.4}$$

A questo punto si può calcolare la tensione all'ingresso del primo stadio

$$V_{i1} = V_s \frac{Z_{in1}}{R_s + Z_{in1}} = V_s \frac{\dfrac{1}{sC_1}}{5R + \dfrac{1}{sC_1}} = V_s \frac{1}{1 + s5RC_1} \tag{2.5}$$

Quindi la funzione di trasferimento richiesta è

$$\begin{aligned} A_v &= \frac{V_0}{V_S} = \frac{V_{i1}}{V_S}A_{v1}A_{v2} = \frac{1}{1+s5RC_1}\frac{5\alpha RC_1}{3}\frac{s}{1+s\dfrac{5}{3}RC_2}\frac{\alpha}{5} = \\ &= \frac{\alpha^2 RC_1}{3}\frac{s}{(1+s5RC_1)\left(1+s\dfrac{5}{3}RC_2\right)} = \frac{2\cdot 10^{-3}}{3}\frac{s}{(1+10^{-4}s)(1+10^{-6}s)} \end{aligned} \tag{2.6}$$

2) Frequenze associate a poli e zeri

La funzione di trasferimento ha uno zero nell'origine

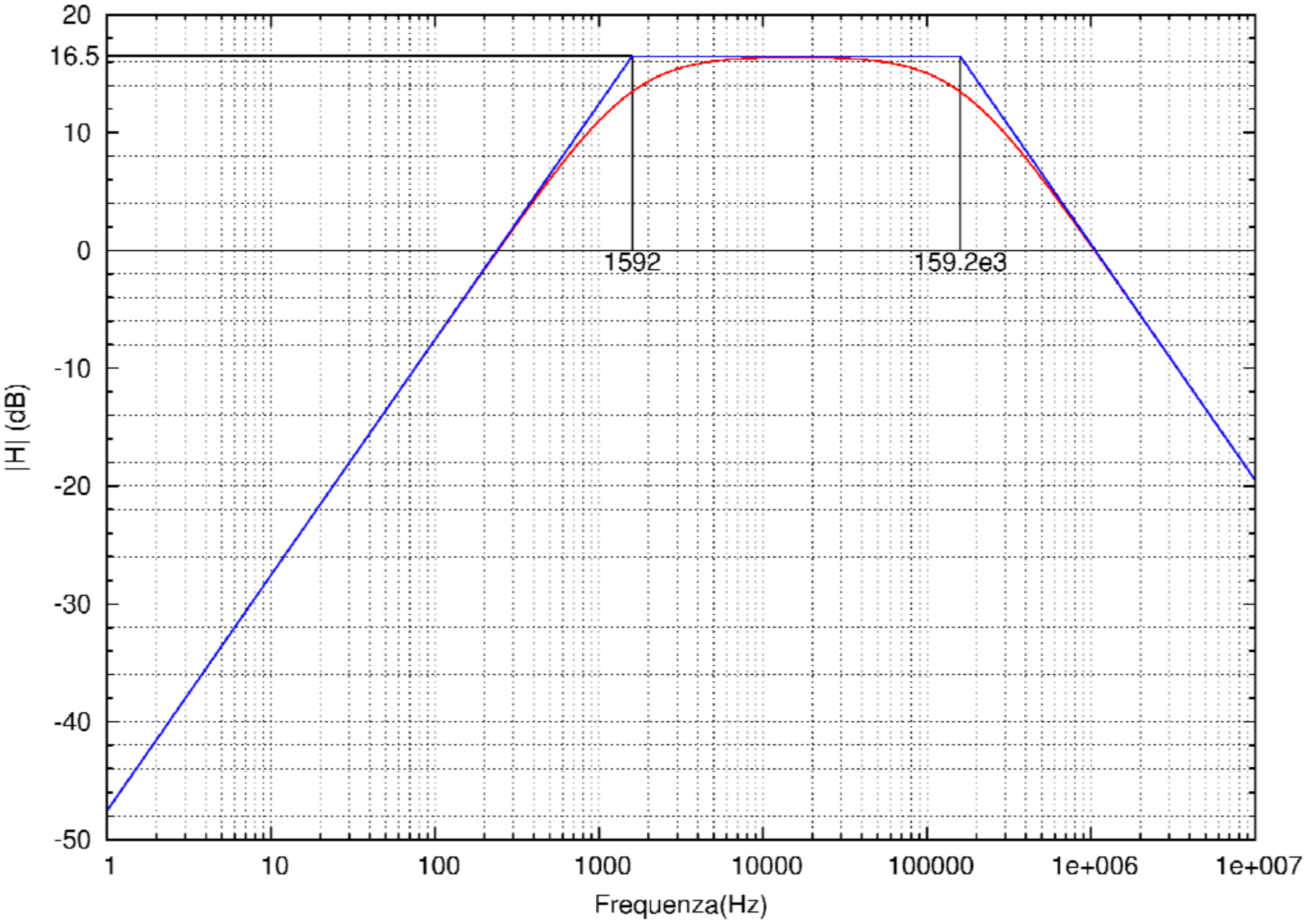
$$f_z = 0\ \text{Hz} \tag{2.7}$$

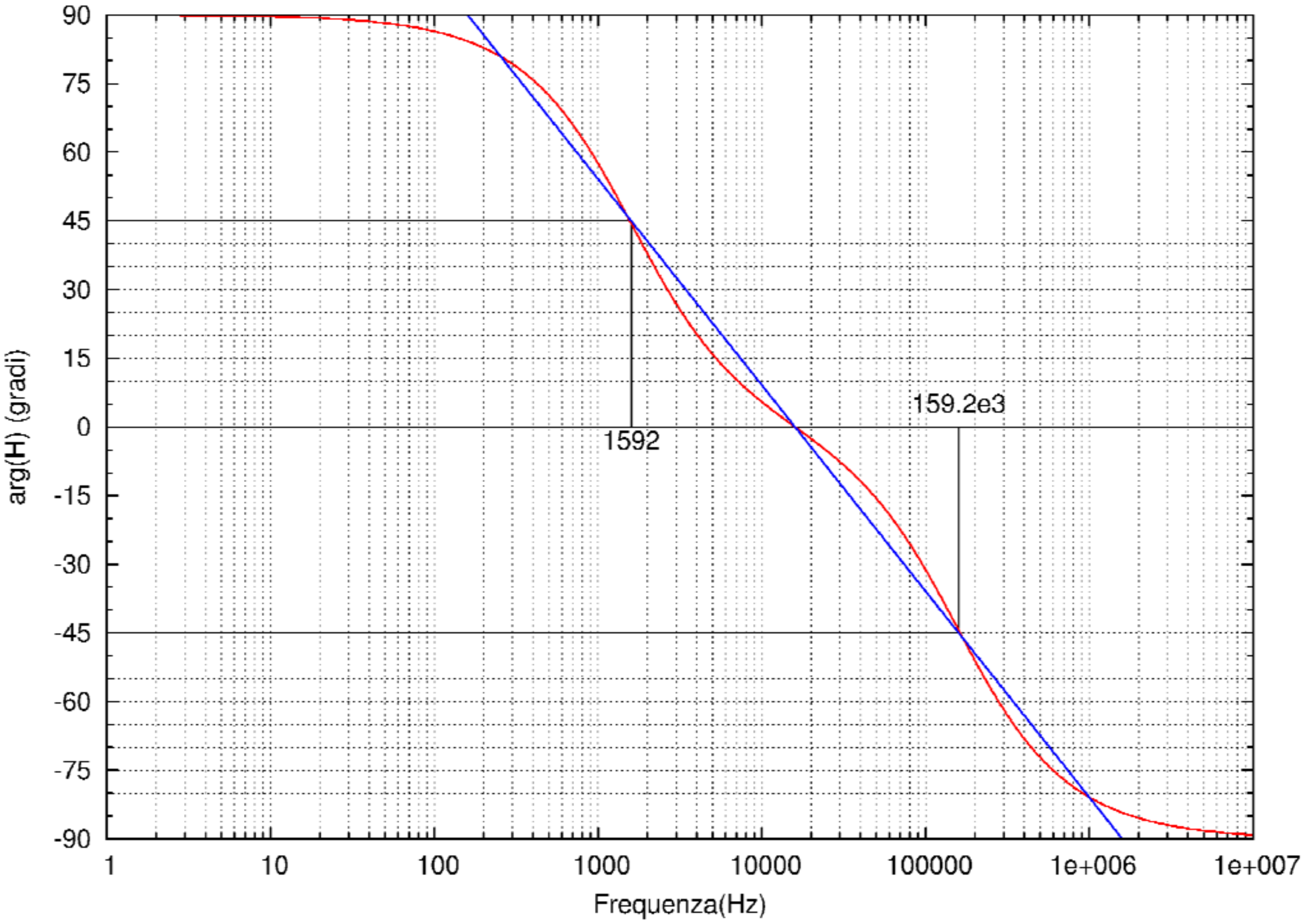
e due poli corrispondenti alle frequenze

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi 10^{-4}} = 1592\ \text{Hz} \tag{2.8}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi\cdot 10^{-6}} = 159.2\ \text{kHz} \tag{2.9}$$

3) Diagrammi di Bode





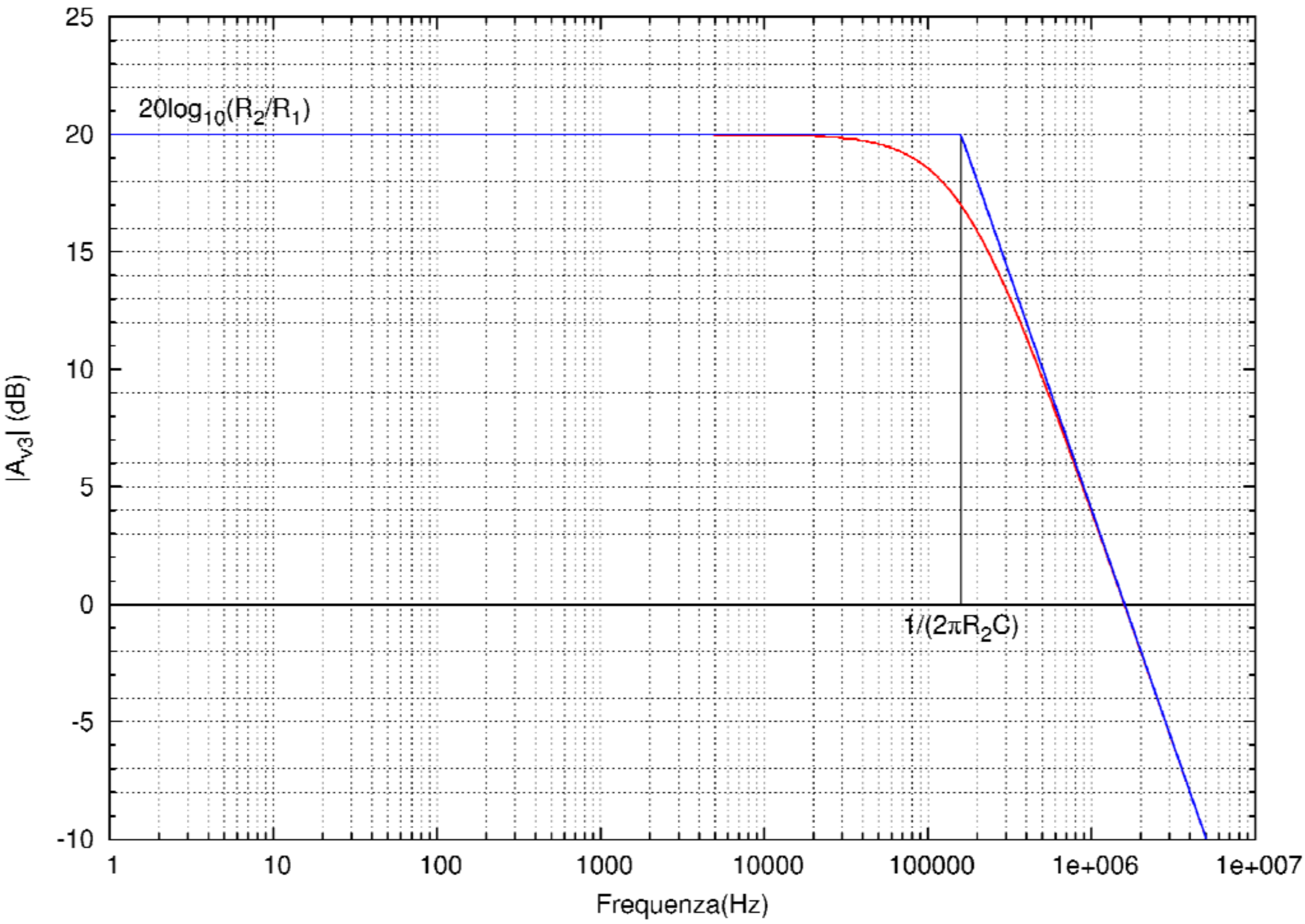
4) Circuito (2)

L'impedenza di ingresso del terzo stadio è

$$Z_{in3} = R_1 \tag{2.10}$$

e il suo guadagno di tensione è

$$A_{v3} = -\frac{Z_2}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1(1+sCR_2)} \tag{2.11}$$



Affinché il comportamento dei primi due stadi sia lo stesso del circuito (1) occorre che l'impedenza di carico vista del secondo stadio non cambi, quindi

$$Z_{in3} = R_L \quad \Rightarrow \quad R_1 = R_L = R = 10\ \text{k}\Omega \tag{2.12}$$

La funzione di trasferimento del terzo stadio ha un polo corrispondente alla frequenza

$$f_{p3} = \frac{1}{2\pi CR_2} \tag{2.13}$$

Per f << f_{p3} il guadagno vale

$$A_{v30} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{2.14}$$

Se f_{p3} coincide con f_{p2}, per incrementare di 20 dB il guadagno totale a centro banda (cioè tra f_{p1} e f_{p2}) occorre che

$$|A_{v30}| = \frac{R_2}{R_1} = 10^{\frac{20}{20}} = 10 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 10R_1 = 10R = 100\ \text{k}\Omega \tag{2.15}$$

Infine, imponendo che le frequenze f_{p2} e f_{p3} coincidano, si può determinare la capacità C

$$f_{p3} = f_{p2} \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{3}RC_2 = 10RC \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{6}C_2 = 10\ \text{pF} \tag{2.16}$$