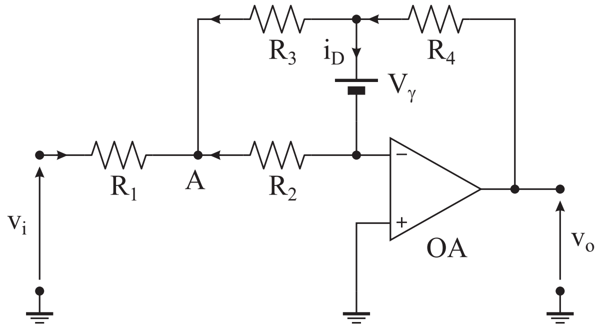
Esercizio 1

1) D on – OA in regione lineare



L'ingresso invertente è virtualmente a massa, quindi la tensione del nodo A è uguale all'opposto della tensione di R_2. Le tensioni di R_1 e R_3 sono

$$\begin{aligned} v_1 &= v_i + v_2 \\ v_3 &= v_2 + V_\gamma \end{aligned} \tag{1.1}$$

Applicando la legge di Kirchhoff per le correnti al nodo A si ottiene

$$\frac{v_i + v_2}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_2 + V_\gamma}{R_3} = 0 \tag{1.2}$$

e quindi

$$v_2 = -\frac{v_i}{2} - \frac{V_\gamma}{4} \tag{1.3}$$

Dato che la corrente all'ingresso dell'operazionale è nulla, il generatore $V\gamma$ e la resistenza R_2 sono percorsi dalla stessa corrente i_D. Di conseguenza si ha anche:

$$i_4 = i_3 + i_D = -i_1 = -\frac{v_i + v_2}{R_1} \tag{1.4}$$

Quindi la tensione di uscita è

$$v_o = V_\gamma - R_4\frac{v_i + v_2}{R_1} = -2v_i + 2V_\gamma \tag{1.5}$$

Condizioni di validità

La corrente del diodo è

$$i_D = \frac{v_2}{R_2} = -\frac{2v_i + V_\gamma}{8R} \tag{1.6}$$

Affinché il diodo sia in conduzione deve risultare

$$i_D > 0 \quad \Rightarrow \quad 2v_i + V_\gamma < 0 \quad \Rightarrow \quad v_i < -\frac{V_\gamma}{2} = -0.3\,\text{V} \tag{1.7}$$

Quando vale questa condizione la tensione v_o è sempre positiva e, di conseguenza, l'amplificatore non può mai essere saturazione negativa. Affinché l'amplificatore operazionale non entri in saturazione positiva deve essere verificata la condizione

$$v_o < V_{sat} \quad \Rightarrow \quad -2v_i + 1.2\,\text{V} < 12\,\text{V} \quad \Rightarrow \quad v_i > -5.4\,\text{V} \tag{1.8}$$

Quindi, combinando la (1.7) e la (1.8) si ottiene

$$-5.4\,\text{V} < v_i < -0.3\,\text{V} \tag{1.9}$$

2) D on OA in saturazione negativa

L'analisi svolta al punto precedente mostra che il circuito non può mai essere in queste condizioni.

3) D on OA in saturazione positiva

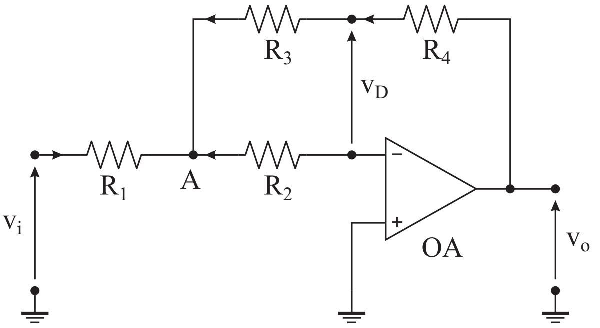
Per le (1.5) e (1.8) si riconosce che il circuito si trova in queste condizioni se

$$v_i < -5.4\,V \tag{1.10}$$

e in questo caso si ha

$$v_o = V_{sat} = 12\,V \tag{1.11}$$

4) D off – OA in regione lineare



La resistenza R_2 è in serie all'ingresso invertente, quindi la sua corrente è nulla. Di conseguenza la tensione del nodo A è uguale a zero.
Il circuito si riduce ad un amplificatore invertente la cui resistenza di retroazione è costituita dalla serie di R_3 e R_4, quindi la tensione di uscita è

$$v_o = -\frac{R_3 + R_4}{R_1} v_i = -6\,v_i \tag{1.12}$$

Condizioni di validità

La tensione del diodo coincide con la tensione di R_3

$$v_D = v_o \frac{R_3}{R_3 + R_4} = -2\,v_i \tag{1.13}$$

Affinché il diodo sia interdetto deve valere la condizione

$$v_D < V_\gamma \quad \Rightarrow \quad v_i > -\frac{V_\gamma}{2} = -0.3\,V \tag{1.14}$$

Per la (1.13), quando vale questa condizione si ha sempre $v_o < V_{sat}$, quindi l'amplificatore non può essere in saturazione positiva. Affinché l'amplificatore operazionale non entri in saturazione negativa si deve avere

$$v_o > -V_{sat} \quad \Rightarrow \quad -6\,v_i > -12\,V \quad \Rightarrow \quad v_i < 2\,V \tag{1.15}$$

Quindi complessivamente deve essere

$$-0.3\,V < v_i < 2\,V \tag{1.16}$$

5) D on OA in saturazione positiva

L'analisi svolta al punto precedente mostra che il circuito non può mai essere in queste condizioni.

6) D on OA in saturazione negativa

Per le (1.10) e (1.12) il circuito si trova in queste condizioni se

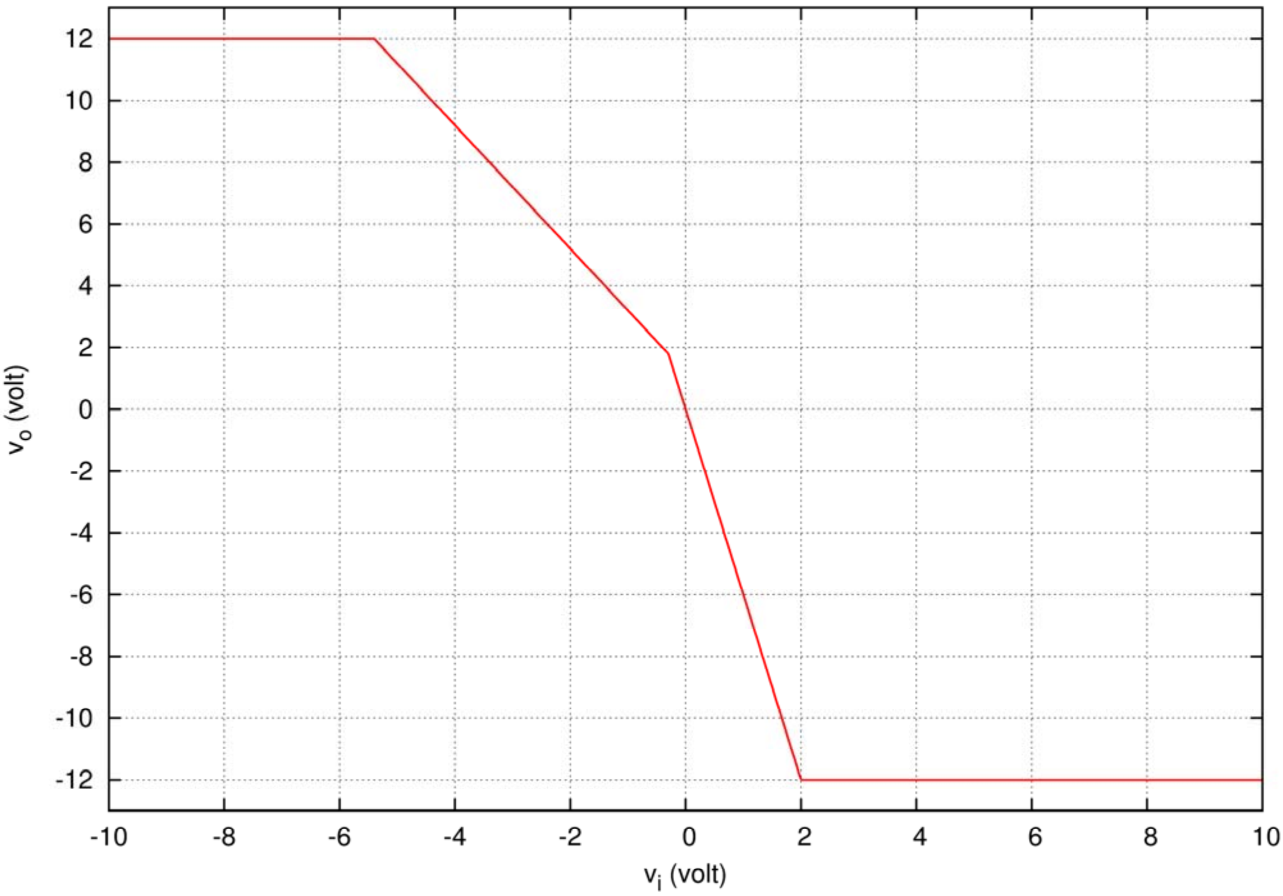
$$v_i > 2\,\mathrm{V} \tag{1.17}$$

In questo caso si ha

$$v_o = -V_{sat} = -12\,\mathrm{V} \tag{1.18}$$

7) Riepilogo

Per $v_i \le -5.4$ V	$v_o = 12$ V	(D on - OA in sat. positiva)
per -5.4 V $\le v_i \le -0.3$ V	$v_o = -2v_i + 1.2$ V	(D on - OA in reg. lineare)
per -0.3 V $\le v_i \le 2$ V	$v_o = -6v_i$	(D off - OA in reg. lineare)
per $v_i \ge 2$ V	$v_o = -12$ V	(D off - OA in sat. negativa)



Esercizio 2

1) Funzione di trasferimento del circuito (1)

Il guadagno di tensione del secondo stadio è

$$A_{v2} = -\frac{\dfrac{\dfrac{R_2}{sC}}{R_2 + \dfrac{1}{sC}}}{R_1} = -\frac{10}{1+10RCs} \tag{2.1}$$

e la sua resistenza di ingresso vale

$$R_{in2} = R_1 = R \tag{2.2}$$

La matrice di resistenza del doppio bipolo costituito dal collegamento di T con R_3 e L è

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R} + \begin{bmatrix} R_3 + sL & R_3 + sL \\ R_3 + sL & R_3 + sL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3R + sL & 2R + sL \\ 12R + sL & 5R + sL \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

La resistenza R_{in2} rappresenta anche la resistenza di carico del primo stadio, il cui guadagno è

$$A_{v1} = \frac{r'_f R_{in2}}{\Delta \mathbf{R}' + r'_i R_{in2}} = -2\frac{1+\dfrac{L}{12R}s}{1+\dfrac{5L}{6R}s} \tag{2.4}$$

Quindi la funzione di trasferimento richiesta è

$$A_v = \frac{V_0}{V_i} = A_{v1}A_{v2} = 20\frac{1+\dfrac{L}{12R}s}{(1+20RCs)\left(1+\dfrac{5L}{6R}s\right)} = 20\frac{1+10^{-5}s}{(1+10^{-6}s)(1+10^{-4}s)} \tag{2.5}$$

2) Frequenze associate a poli e zeri

La funzione di trasferimento ha uno zero per

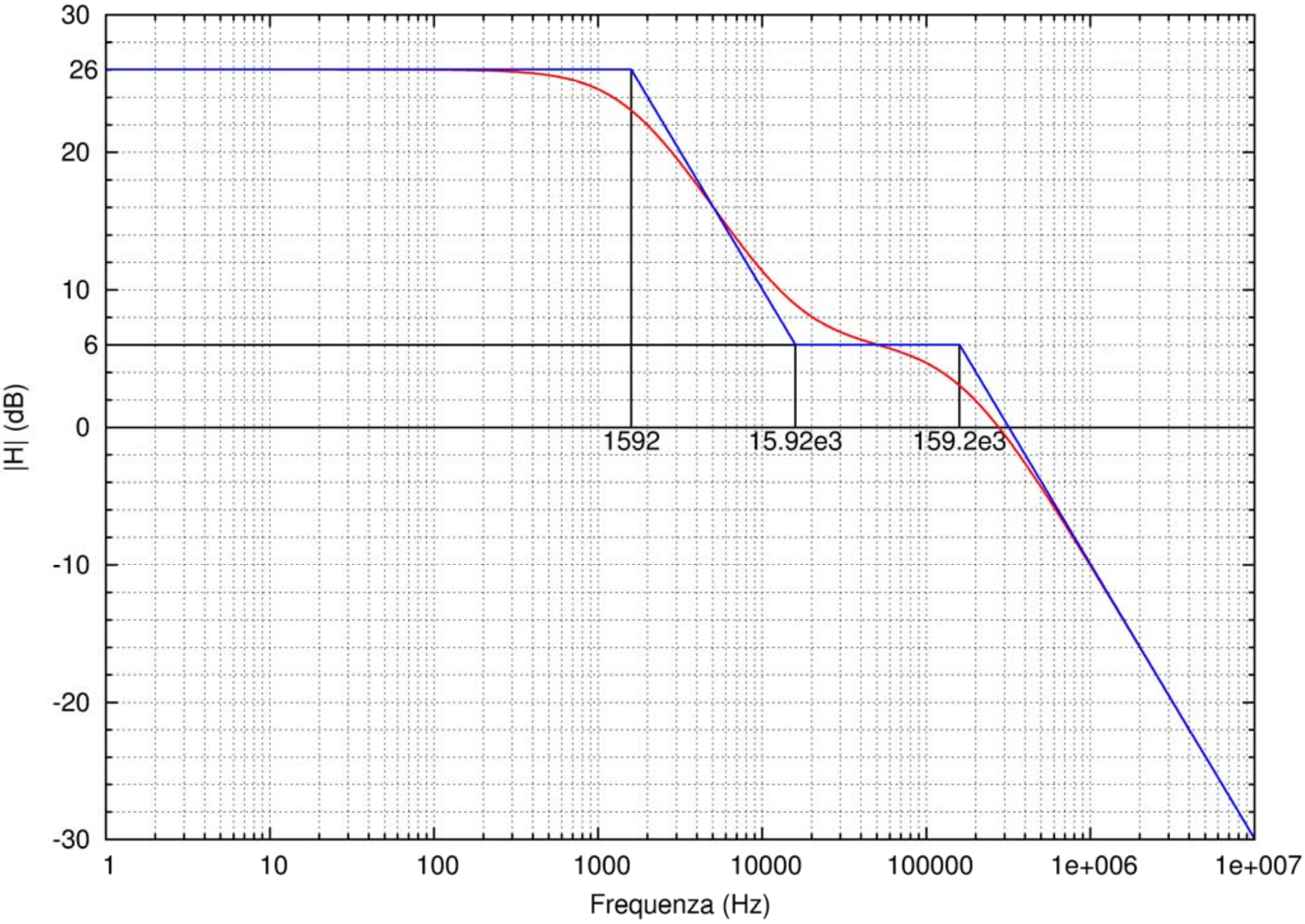
$$f_z = \frac{1}{2\pi 10^{-5}} = 15.92\ \text{kHz} \tag{2.6}$$

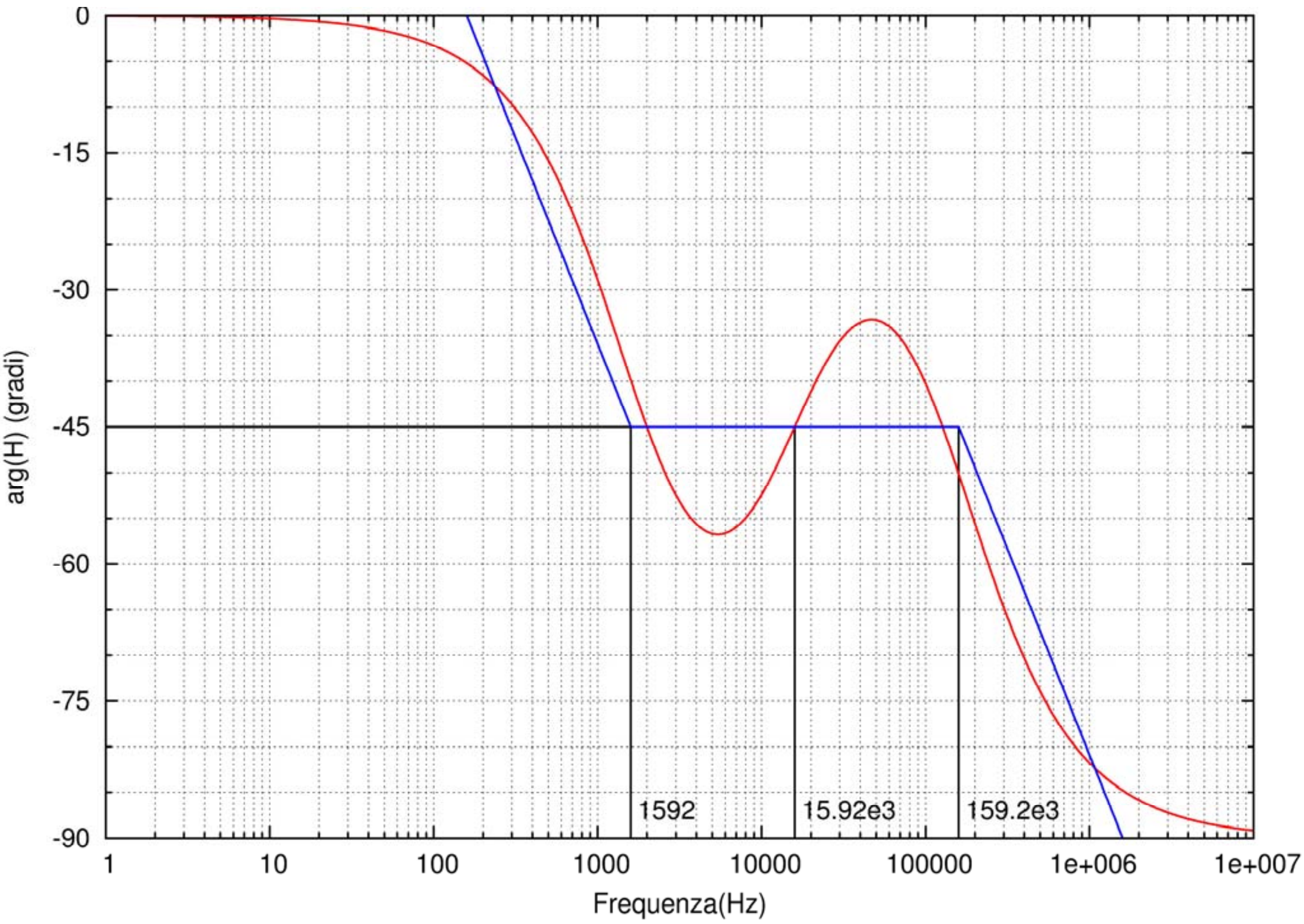
e due poli per

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi 10^{-4}} = 1.592\ \text{kHz} \tag{2.7}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-6}} = 159.2\ \text{kHz} \tag{2.8}$$

3) Diagrammi di Bode





4) Circuito (2)

Tra il primo e il secondo stadio è stato inserito un inseguitore di tensione, che ha impedenza di ingresso infinita e guadagno unitario. Di conseguenza cambia il guadagno del primo stadio, che ora ha impedenza di carico infinita (cioè è a vuoto)

$$A_{v10} = \frac{r_f' R_{in2}}{\Delta \mathbf{R}' + r_i' R_{in2}} = 4 \frac{1 + \frac{L}{12R} s}{1 + \frac{L}{3R} s} \tag{2.9}$$

Quindi la funzione di trasferimento complessiva è

$$A_v = A_{v10} \cdot 1 \cdot A_{v2} = 40 \frac{1 + \frac{L}{12R} s}{(1 + 20RCs)\left(1 + \frac{L}{3R} s\right)} = 40 \frac{1 + 10^{-5} s}{(1 + 10^{-6} s)(1 + 4 \cdot 10^{-5} s)} \tag{2.10}$$