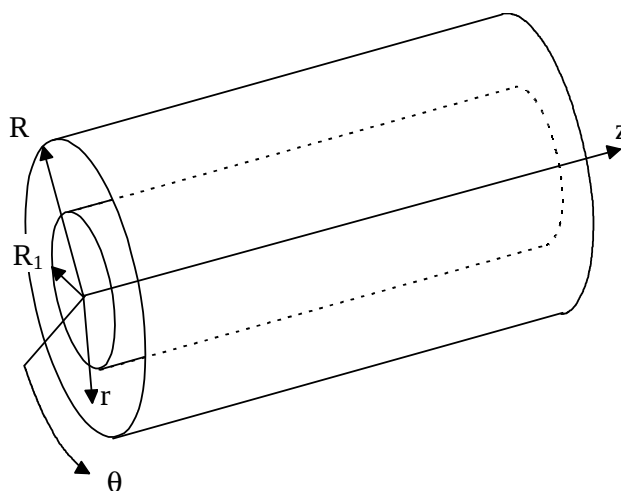


CALCOLO DELLA CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE CILINDRICO

Le armature di questo condensatore sono due superfici cilindriche e concentriche, l'una interna all'altra (vedi Figura), separate da un mezzo lineare omogeneo isotropo con costante dielettrica ϵ ($\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$). Sia R_1 il raggio dell'armatura interna, R_2 quello dell'armatura esterna ed l la lunghezza assiale del condensatore. Supponendo di poter trascurare gli effetti di bordo, considerazioni riguardo alla simmetria del sistema suggeriscono che il campo elettrico nella regione tra le armature è diretto radialmente ed è indipendente dalle variabili z e θ . Applicando allora la legge di Gauss ($\int_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dS = Q$), utilizzando come superficie di integrazione la superficie di un cilindro coassiale con le armature del condensatore ed avente raggio r compreso tra R_1 ed R_2 , si ricava:

$$E_r = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon}$$



La relazione $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ esprime l'irrotazionalità del vettore $\mathbf{E}$, che definisce quindi un campo conservativo. In virtù di quanto visto sui campi conservativi, il campo elettrico può essere espresso come gradiente di un opportuno potenziale scalare: $\mathbf{E} = -\nabla v$. Riscrivendo tale relazione nel sistema di riferimento adottato, si ottiene:

$$E_r = -\frac{\partial v}{\partial r}$$

da cui è possibile ricavare la differenza di potenziale tra le due armature:

$$v_1 - v_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi r l \epsilon} dr = \frac{Q}{2\pi l \epsilon} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

La capacità del condensatore cilindrico vale quindi:

$$C = \frac{Q}{\Delta v} = \frac{2\pi l \epsilon}{\ln(R_2/R_1)}$$