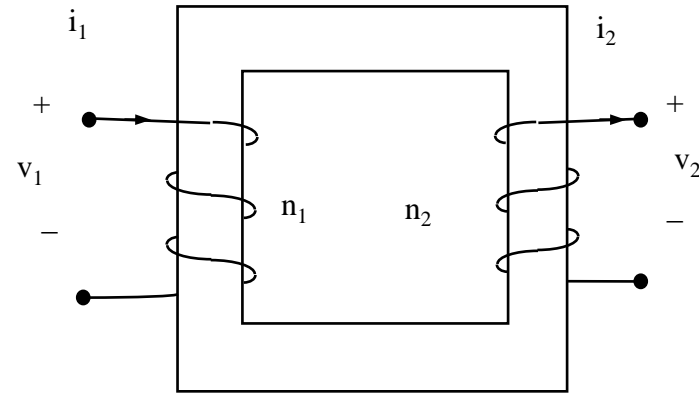


# TRASFORMATORE

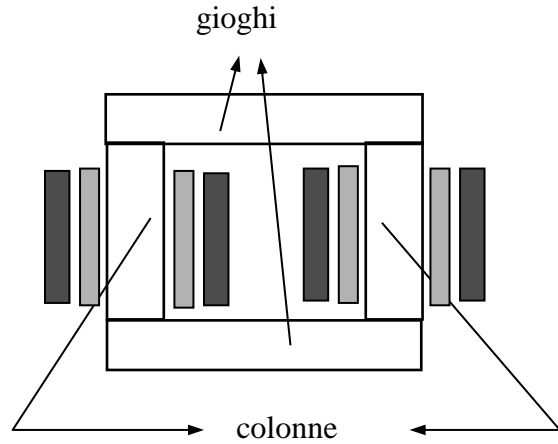
# PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

La figura mostra lo schema di principio di un trasformatore monofase:

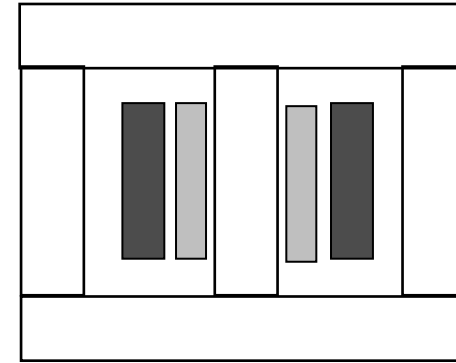


- Attorno ad un nucleo di materiale ferromagnetico sono avvolti due avvolgimenti composti rispettivamente da  $n_1$  spire (avvolgimento primario) ed  $n_2$  spire (avvolgimento secondario).
- Quando si alimenta il primario facendo circolare una corrente alternata  $i_1$ , il campo magnetico prodotto da tale corrente induce nel secondario una f.e.m. Se l'avvolgimento secondario è chiuso su un carico la f.e.m. indotta fa circolare una corrente alternata  $i_2$ . Il rapporto tra i valori efficaci delle tensioni  $v_1$ ,  $v_2$  e delle correnti  $i_1$ ,  $i_2$  dipende dal rapporto tra i numeri di spire
- Il trasformatore permette quindi il trasferimento di potenza, in corrente alternata, tra il circuito primario e quello secondario, in assenza di contatto elettrico tra i due circuiti, a diversi valori della tensione e della corrente.

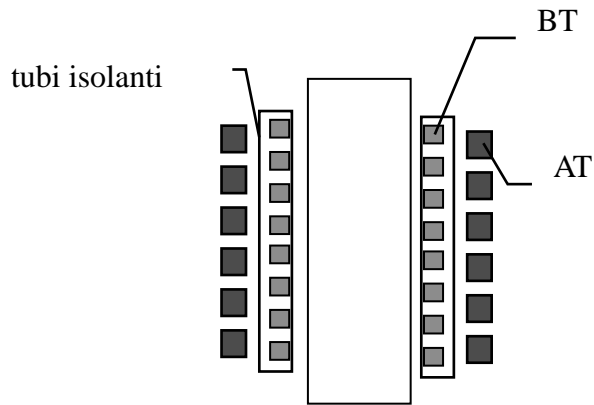
# CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE



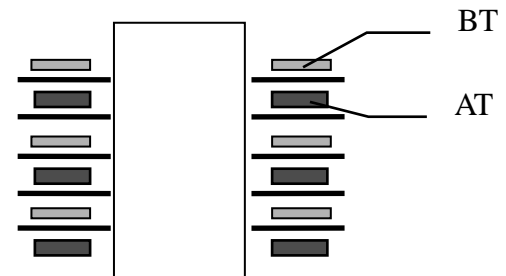
Trasformatore con nucleo a colonne



Trasformatore con nucleo a mantello



Avvolgimenti concentrici

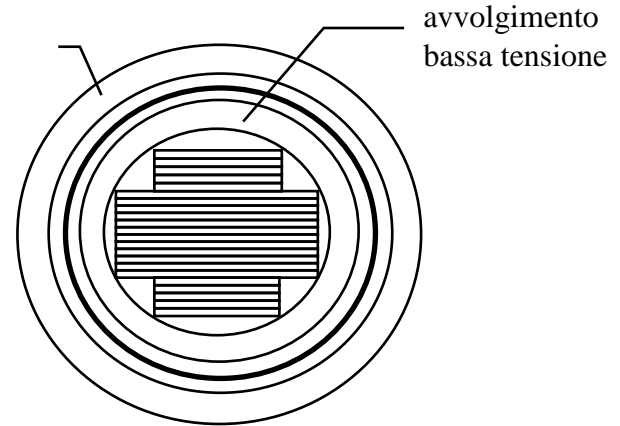


Avvolgimenti a bobine alternate

# CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE

Sezione di una colonna del nucleo magnetico

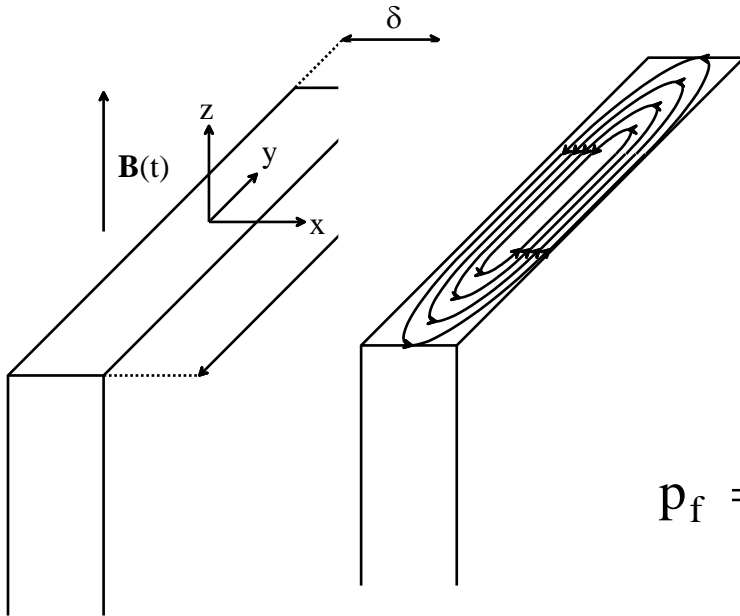
avvolgimento  
alta tensione



Fenomeni di perdita nel ferro:

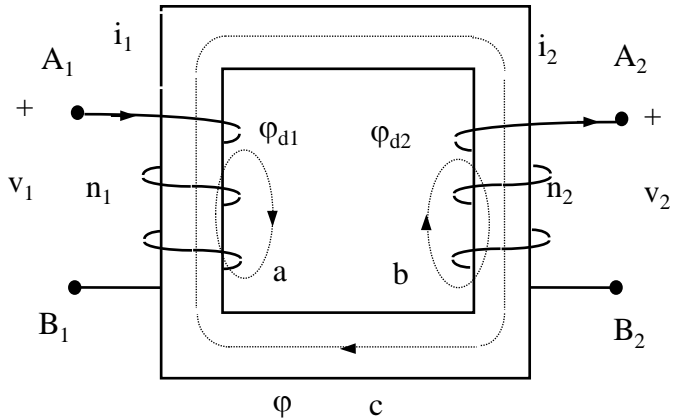
- Isteresi magnetica
- Correnti parassite (di Foucault)

$$\mathbf{B}(x, y, z, t) = \mathbf{k} B_M \cos(\omega t)$$



$$p_f = k'_{ist} f B_M^{1.6} + k'_{cp} \delta^2 f^2 B_M^2, [\text{watt} / \text{kg}]$$

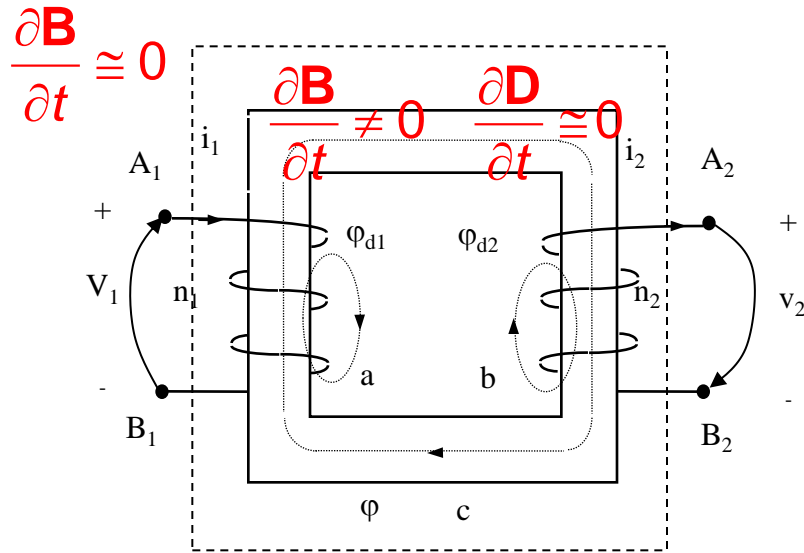
# EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE



*Andamento qualitativo delle linee di campo della induzione magnetica in un trasformatore monofase*

- Una linea di campo della induzione magnetica è necessariamente chiusa e si concatena con almeno uno dei due avvolgimenti del trasformatore.
- Vi sono linee che, a causa dell'elevato valore della permeabilità magnetica dei lamierini di cui è costituito il nucleo, si sviluppano completamente all'interno di quest'ultimo e si concatenano quindi con entrambi i circuiti ed altre linee invece che si sviluppano in parte al di fuori del nucleo e perciò si concatenano solo con uno dei due avvolgimenti.
- Al flusso  $\varphi$  attraverso una sezione normale del nucleo magnetico, dovuto alle linee del tipo c, si dà il nome di flusso "principale".
- Con i simboli  $\varphi_{d1}$  e  $\varphi_{d2}$  si indicano i flussi "dispersi" concatenati con l'intero avvolgimento 1 e l'intero avvolgimento 2 rispettivamente, cioè i flussi dovuti alle linee di campo del tipo a e del tipo b.

# EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE



## Modello campi

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\mathbf{E} = \rho_{Cu} \mathbf{J} \quad \text{Nei fili di rame}$$

## Modello circuitale

- La derivata temporale del vettore induzione magnetica è trascurabile in tutto lo spazio all'esterno del trasformatore, ne segue che in tale regione (a connessione lineare semplice) il campo elettrico è conservativo.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\int_{B_1, \text{aria}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{A_1, \text{rame}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} (n_1 \phi + \phi_{d1})$$

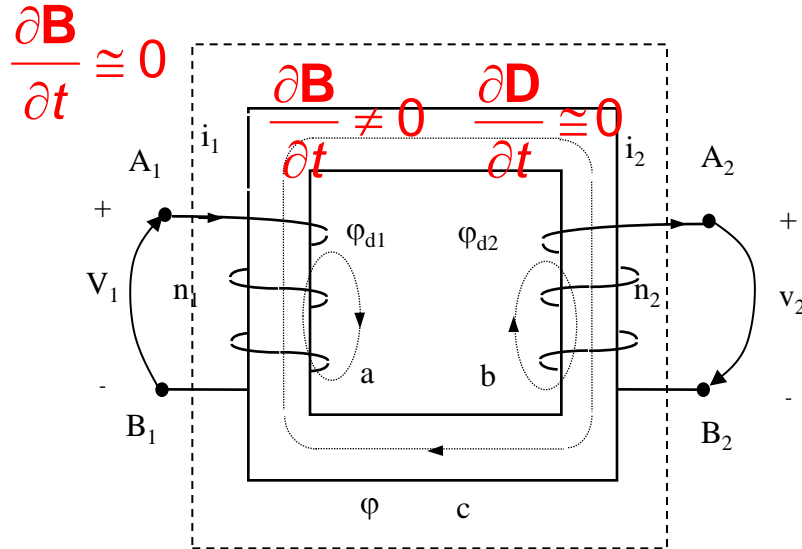
$$v_1 = R_1 i_1 + L_{d1} \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\phi}{dt}$$

Analogamente

$$v_2 = -R_2 i_2 - L_{d2} \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{B_1, \text{aria}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \cong V(B_1) - V(A_1) = -v_1 \\ \int_{A_1, \text{rame}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_0^{L_1} \rho_{Cu} \frac{i_1}{S_1} dl = i_1 \left( \int_0^{L_1} \frac{\rho_{Cu}}{S_1} dl \right) = R_1 i_1 \\ \phi_{d1} = L_{d1} i_1 \end{array} \right.$$

# EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE



Modello campi

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu_m \mathbf{H} \quad \text{Nel nucleo magnetico}$$

Modello circuitale

- I fenomeni legati alla densità di corrente di spostamento sono trascurabili

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = n_1 i_1 - n_2 i_2$$



$$\mathcal{R} \varphi = n_1 i_1 - n_2 i_2$$

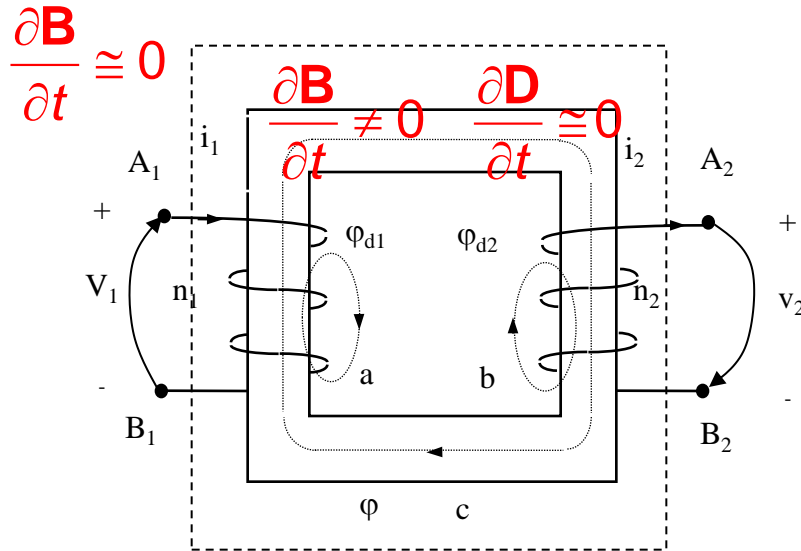
$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_c \frac{\mathbf{B}}{\mu_m} \cdot d\mathbf{l} = \oint_c \frac{\mathbf{B} S_m}{\mu_m S_m} \cdot d\mathbf{l} = \varphi \oint_c \frac{d\mathbf{l}}{\mu_m S_m} = \mathcal{R} \varphi$$



$\mathcal{R}$  : riluttanza magnetica del nucleo

# EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE

## Modello circuitale



$$v_1 = R_1 i_1 + L_{d1} \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$v_2 = -R_2 i_2 - L_{d2} \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\Re \phi = n_1 i_1 - n_2 i_2$$

In regime di corrente alternata alla pulsazione  $\omega$  :

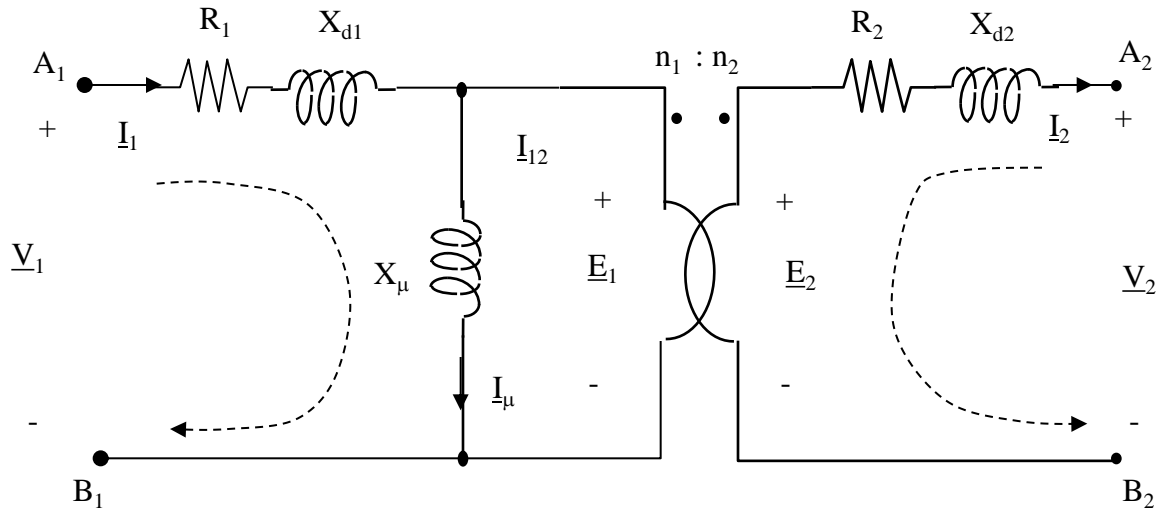
$$\underline{V}_1 = R_1 \underline{i}_1 + j\omega L_{d1} \underline{i}_1 + j n_1 \omega \underline{\Phi}$$

$$\underline{V}_2 = -R_2 \underline{i}_2 - j\omega L_{d2} \underline{i}_2 + j n_2 \omega \underline{\Phi}$$

$$\Re \underline{\Phi} = n_1 \underline{i}_1 - n_2 \underline{i}_2$$



# CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



$$\text{L.K.T.} \left\{ \begin{array}{l} \underline{V}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_{d1} \underline{I}_1 + j X_\mu \underline{I}_\mu \\ \underline{V}_2 = -R_2 \underline{I}_2 - j X_{d2} \underline{I}_2 + j \frac{n_2}{n_1} X_\mu \underline{I}_\mu \end{array} \right. \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}_1 - \underline{I}_{12} \quad \text{L.K.C.}$$

$$\underline{I}_{12} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2$$

corrente secondaria ridotta a primario

$$X_{d1} = \omega L_{d1}$$

reattanza di dispersione dell'avvolgimento primario

$$X_{d2} = \omega L_{d2}$$

reattanza di dispersione dell'avvolgimento secondario

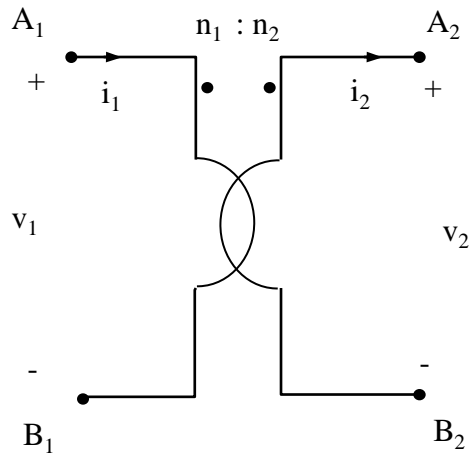
$$X_\mu = \omega \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}$$

reattanza magnetizzante riferita a primario

$$\underline{I}_\mu = \frac{\mathcal{R} \varphi}{n_1}$$

corrente magnetizzante riferita a primario

# CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



## Trasformatore ideale

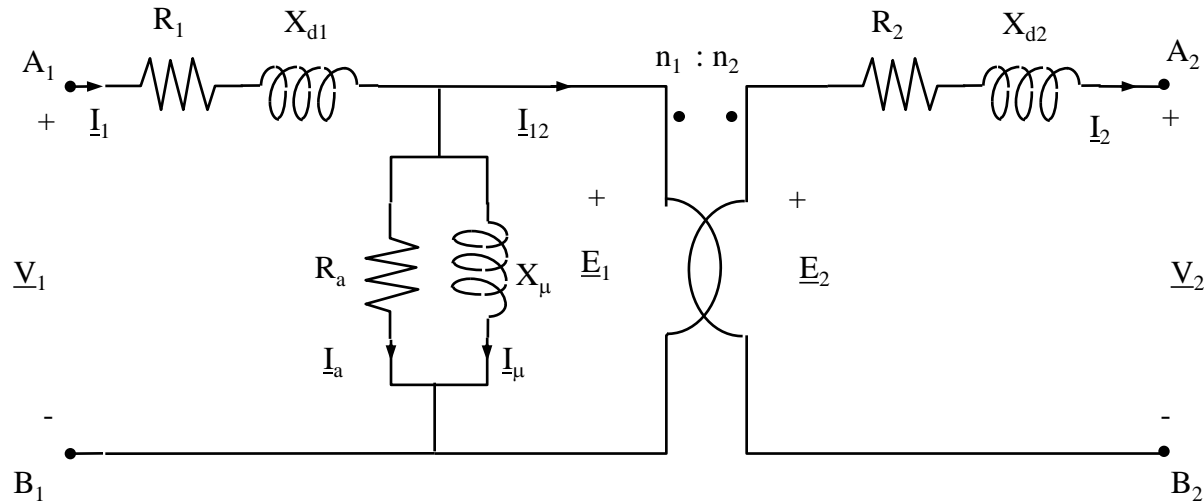
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad ; \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\underline{V}_1}{\underline{V}_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad ; \quad \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

- La potenza assorbita a primario dal trasformatore ideale ( $p_1 = v_1 i_1$ ) risulta in ogni istante uguale a quella erogata al secondario ( $p_2 = v_2 i_2$ ).
- Con riferimento al regime sinusoidale di frequenza  $f$ , la potenza complessa assorbita a primario dal trasformatore ideale  $N_1 = \underline{V}_1(\underline{I}_1)^*$  risulta uguale a quella erogata al secondario  $N_2 = \underline{V}_2(\underline{I}_2)^*$ .

Il trasformatore ideale non assorbe né potenza attiva né potenza reattiva, risultano però mutati i parametri (tensione e corrente) con cui la energia elettrica viene assorbita a primario ed erogata a secondario.

# CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



- Per tenere conto della **potenza dissipata nel materiale ferromagnetico per isteresi e per correnti parassite** si introduce nel circuito elettrico equivalente del trasformatore reale (valido solo alle basse frequenze) la **resistenza attiva  $R_a$**  percorsa dalla **corrente attiva  $I_a$**

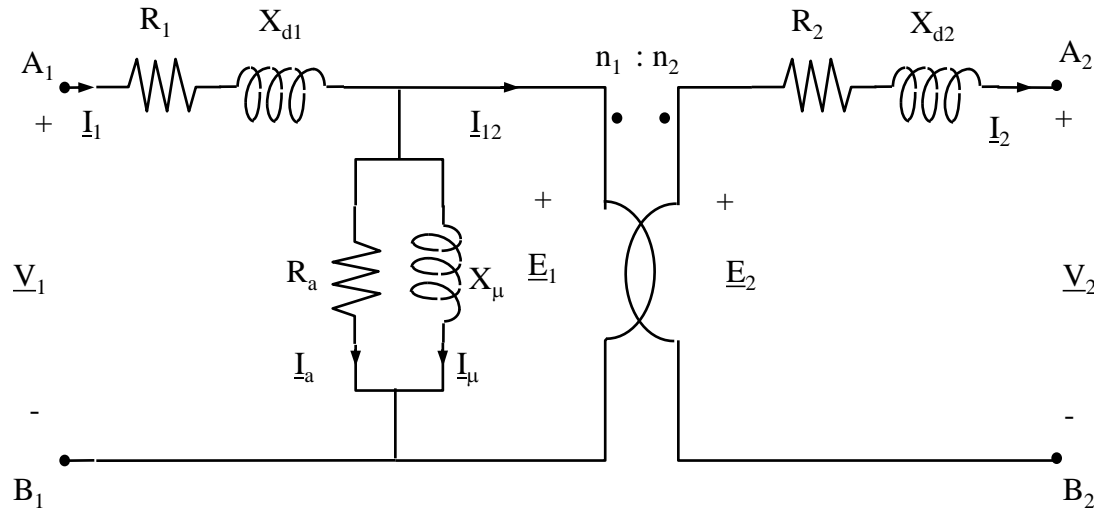
$$\underline{V}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{d1} \underline{I}_1 + jX_{\mu} \underline{I}_{\mu}$$

$$\underline{V}_2 = -R_2 \underline{I}_2 - jX_{d2} \underline{I}_2 + j \frac{n_2}{n_1} X_{\mu} \underline{I}_{\mu}$$

$$jX_{\mu} \underline{I}_{\mu} - R_a \underline{I}_a = 0$$

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_1 - \underline{I}_{\mu} - \underline{I}_a$$

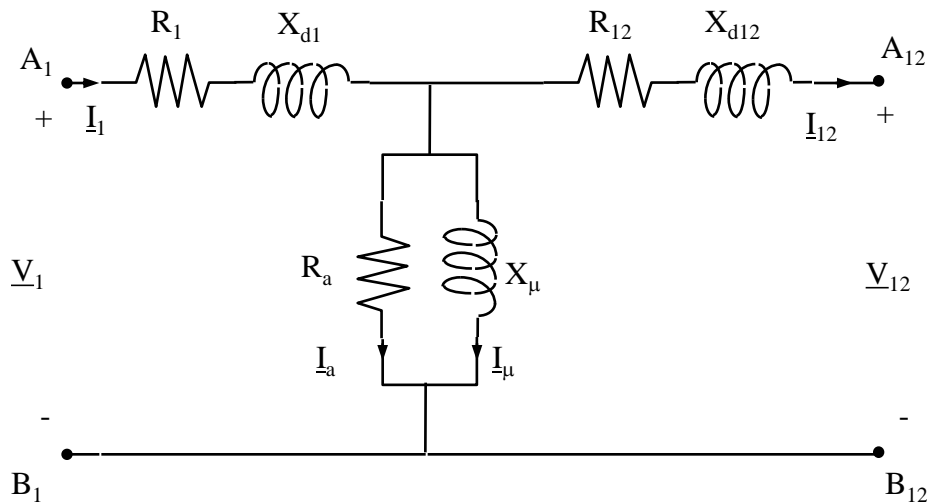
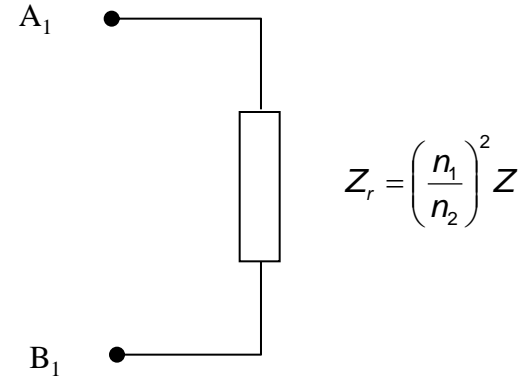
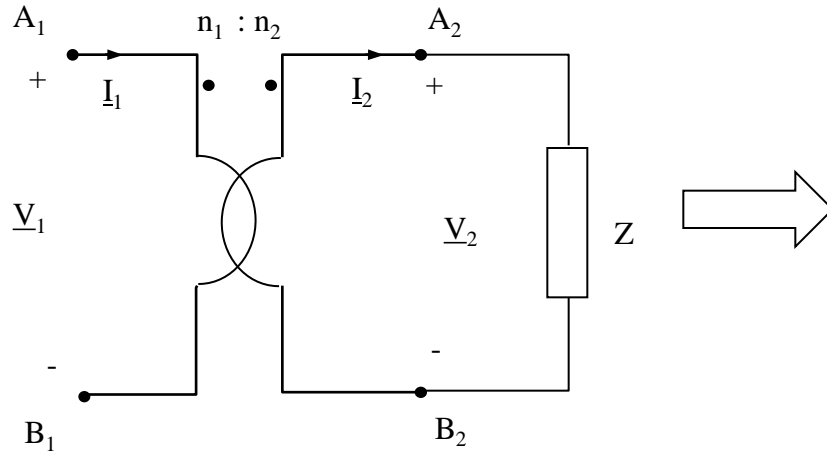
# CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



Il trasformatore “reale”  
assorbe sia **potenza attiva**  
che **potenza reattiva**.

- La potenza attiva viene dissipata (trasformata in calore) in parte negli avvolgimenti (per effetto Joule) ed in parte nel nucleo ferromagnetico (per effetto Joule e per isteresi).
- La potenza reattiva assorbita serve per sostenere i flussi dispersi ed il flusso principale.
- La presenza di flussi dispersi introduce uno sfasamento tra la tensione primaria e la tensione secondaria.
- La riluttanza finita del nucleo comporta l'assorbimento a primario, anche nel funzionamento a vuoto di una corrente magnetizzante che risulta in quadratura col flusso principale.

# RIDUZIONE A PRIMARIO



$R_{12}$ : resistenza secondaria ridotta a primario

$X_{d12}$ : reattanza di dispersione secondaria ridotta a primario

$I_{12}$ : corrente secondaria ridotta a primario

$V_{12}$ : tensione secondaria ridotta a primario

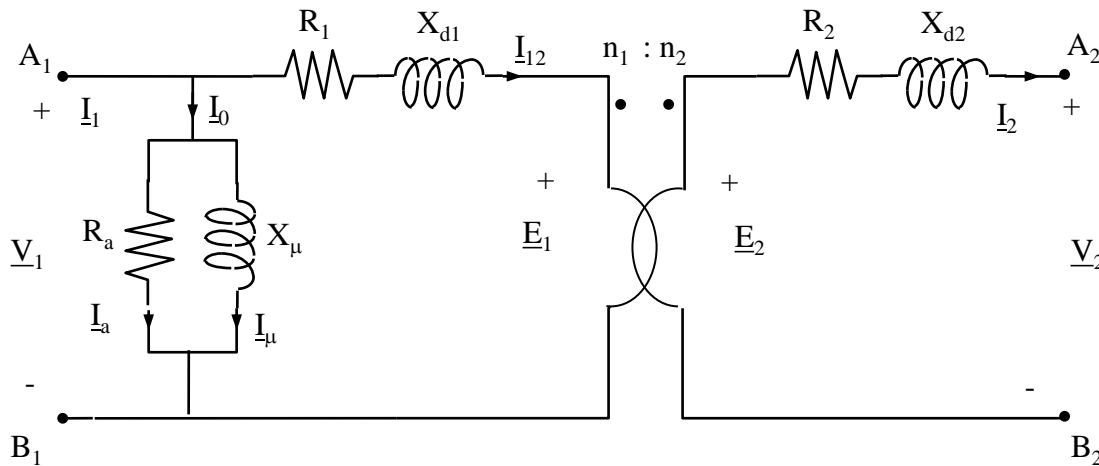
$$R_{12} = R_2 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

$$X_{d12} = X_{d2} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

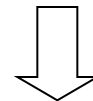
$$I_{12} = I_2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$V_{12} = V_2 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

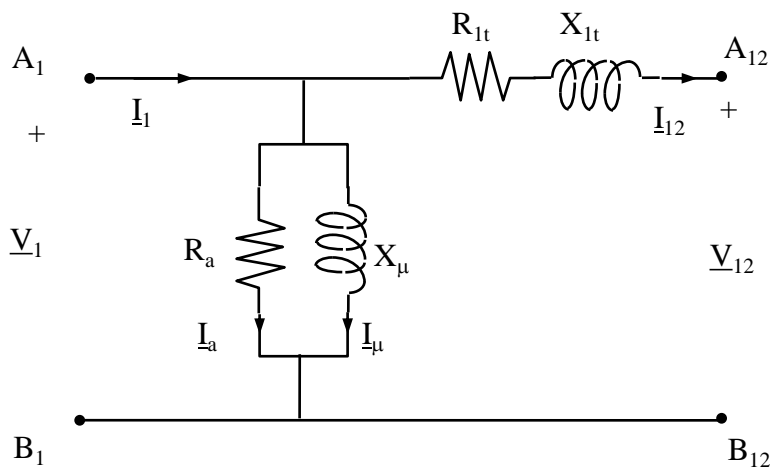
# CIRCUITO EQUIVALENTE SEMPLIFICATO



$$|R_1 + jX_{d1}| \ll \left| \frac{jR_a X_\mu}{R_a + jX_\mu} \right|$$



Circuito elettrico equivalente del trasformatore **semplificato**



$$R_{1t} = R_1 + R_{12}$$

resistenza totale ridotta a primario

$$X_{1t} = X_{d1} + X_{d12}$$

reattanza di dispersione totale ridotta a primario

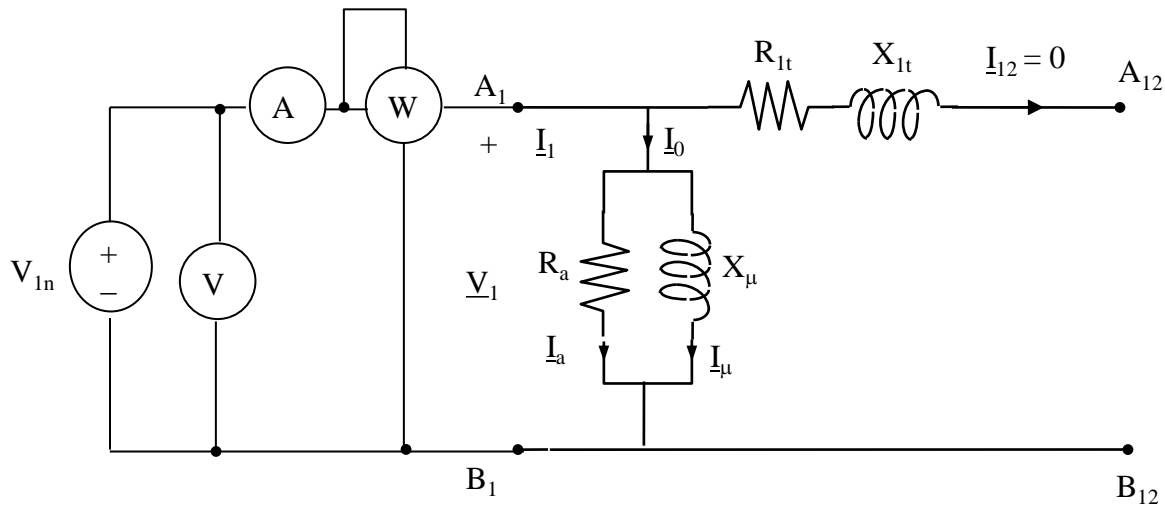
$$R_{2t} = R_2 + R_{21}$$

resistenza totale ridotta a secondario

$$X_{2t} = X_{d2} + X_{d21}$$

reattanza di dispersione totale ridotta a secondario

# PROVA A VUOTO



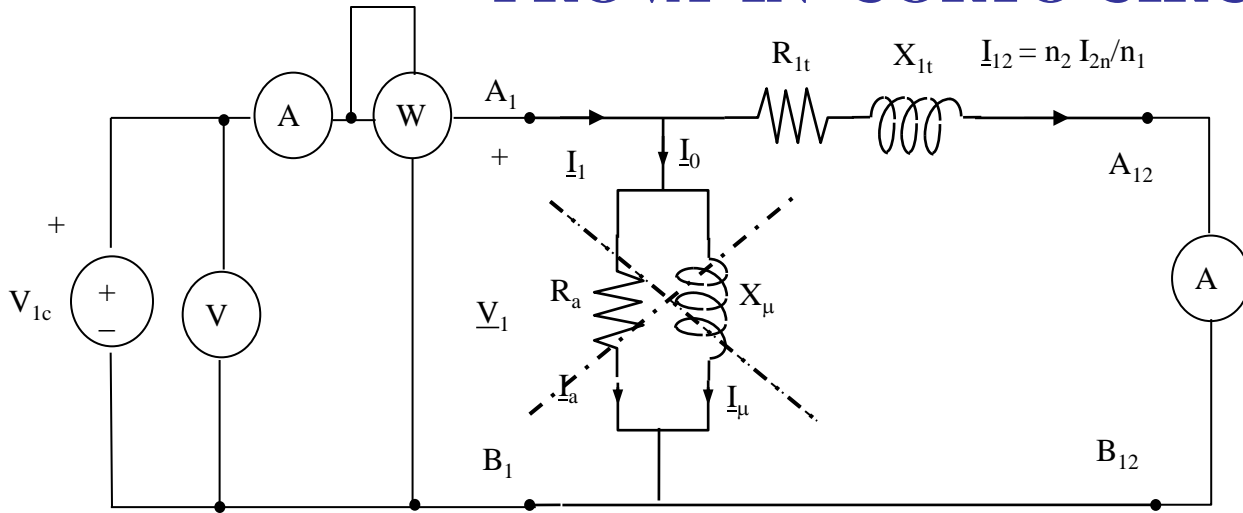
$$R_a = \frac{V_{10}^2}{P_0},$$

$$X_\mu = \frac{V_{10}^2}{\sqrt{(V_{10} I_{10})^2 - P_0^2}}$$

La prova a vuoto viene eseguita alimentando il primario con la sua tensione nominale e mantenendo il secondario in circuito aperto e misurando a primario, la tensione ( $V_{10}$ ), la corrente ( $I_{10}$ ) e la potenza attiva assorbita ( $P_0$ )

Mediante la prova a vuoto è possibile misurare il valore dei parametri del circuito equivalente relativi alle perdite nel ferro

# PROVA IN CORTO CIRCUITO



$$R_{1t} = \frac{P_c}{I_{1c}^2},$$

$$X_{1t} = \frac{\sqrt{(V_{1c} I_{1c})^2 - P_c^2}}{I_{1c}^2}$$

La prova in cortocircuito viene effettuata alimentando il primario del trasformatore con il secondario chiuso su un amperometro (la bassa impedenza dell'amperometro permette di considerare il secondario chiuso in cortocircuito) e misurando e a primario, la tensione ( $V_{1c}$ ), la corrente ( $I_{1c}$ ) e la potenza attiva assorbita ( $P_c$ ).

- La tensione primaria deve essere tale che il valore efficace della corrente erogata a secondario, che viene misurato dall'amperometro, sia pari alla corrente nominale. Tale valore della tensione viene chiamato tensione di cortocircuito ( $V_{1c}$ ) e risulta essere pari ad un frazione (< 10 %) della tensione nominale primaria.

Mediante la prova in corto circuito è possibile misurare il valore dei parametri del circuito equivalente relativi alle perdite nel rame



# RENDIMENTO CONVENZIONALE

Il rendimento del trasformatore ( $\eta$ ) viene definito come il rapporto tra la potenza attiva erogata a secondario ( $P_2$ ) e la potenza attiva assorbita a primario ( $P_1$ ); indicando con  $P_d$  la potenza dissipata (trasformata in calore) all'interno del trasformatore risulta

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_d}$$

La determinazione sperimentale di tale grandezza risulta difficoltosa:

- E' necessario poter disporre in laboratorio di un carico in grado di assorbire la potenza nominale del trasformatore che può risultare anche di parecchi MW.
- Non essendo presenti parti rotanti nel trasformatore, il rendimento dello stesso è molto elevato (può essere superiore al 99.5) e piccoli errori nella misura delle potenze assorbite ed erogate possono produrre un errore notevole nella determinazione del rendimento.

Le norme definiscono un rendimento convenzionale del trasformatore ( $\eta_{conv}$ ).

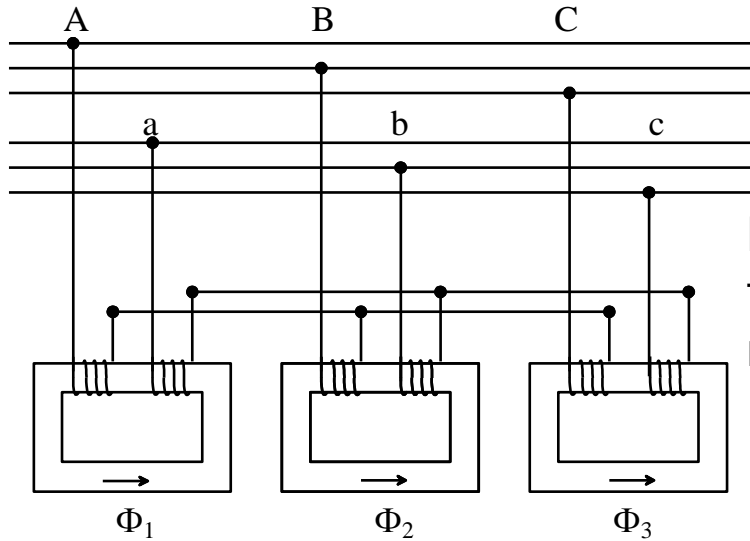
$$\eta_{conv} = \frac{A_n \cos \varphi}{A_n \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

$A_n$ : potenza apparente nominale del trasformatore, che è indicata sui dati di targa del trasformatore stesso

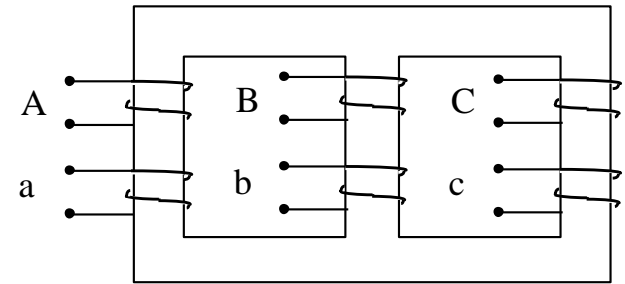
$P_{Cu}$ : perdite nel rame, valutate mediante la prova in cortocircuito,

$P_{Fe}$ : sono le perdite nel ferro, valutate mediante la prova a vuoto.

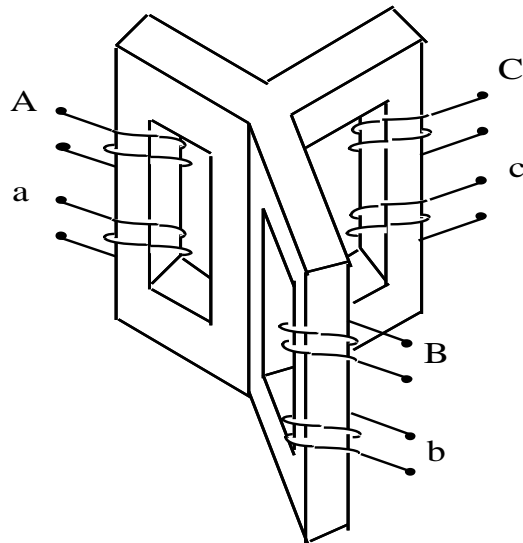
# TRASFORMATORE TRIFASE



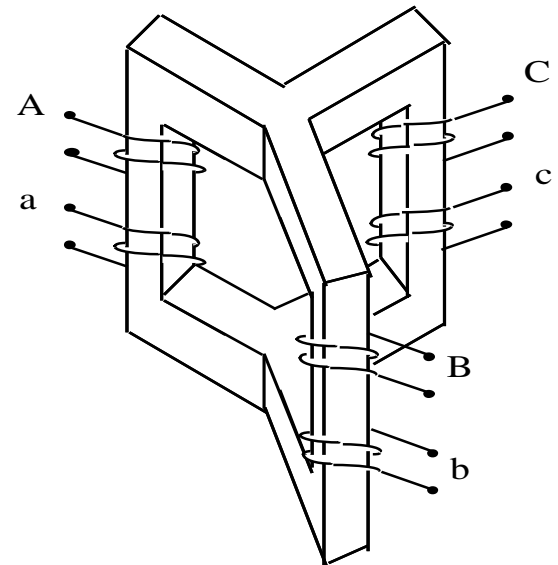
Banco di tre trasformatori monofase



Trasformatore trifase con nucleo complanare

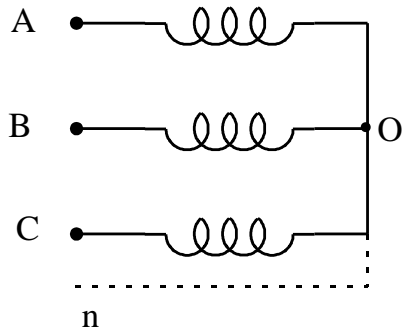


Trasformatore trifase equivalente al banco di tre trasformatori monofase

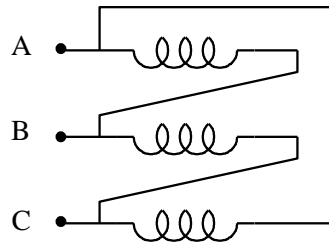


Trasformatore trifase con nucleo simmetrico

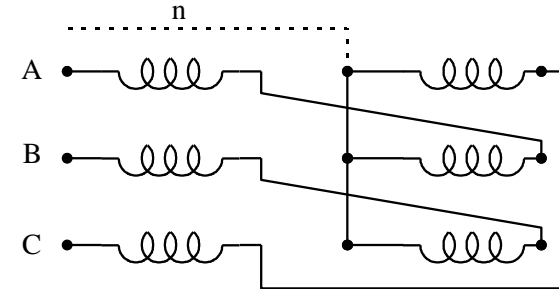
# COLLEGAMENTI DELLE FASI



Collegamento  
a stella



Collegamento  
a triangolo



Collegamento  
a zig-zag

- Il **rapporto di trasformazione** di un trasformatore trifase (K) viene definito come il rapporto tra il valore efficace delle tensioni concatenate corrispondenti alle coppie di morsetti omologhi primari e secondari, relativo al funzionamento a vuoto del trasformatore (trascurando quindi le cadute di tensione interne del trasformatore):

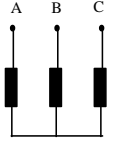
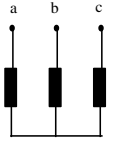
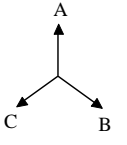
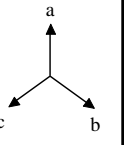
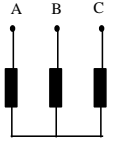
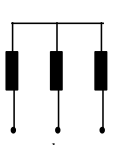
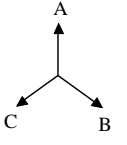
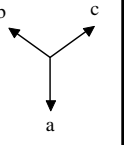
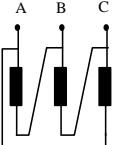
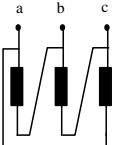
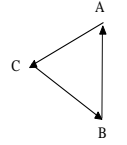
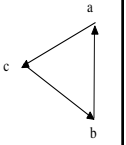
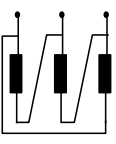
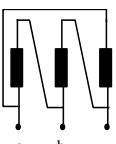
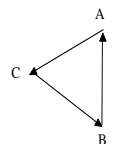
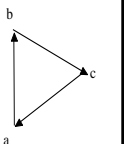
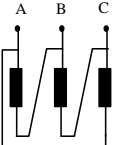
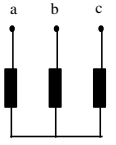
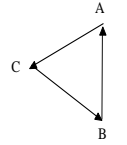
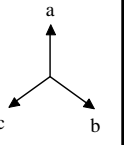
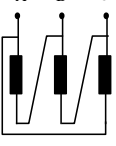
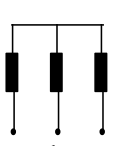
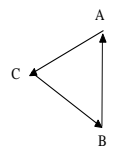
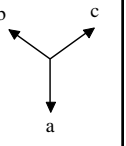
$$K = \frac{V_{AB}}{V_{ab}}$$

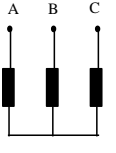
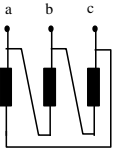
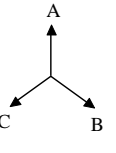
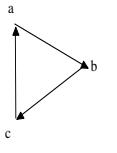
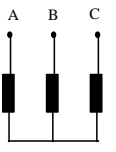
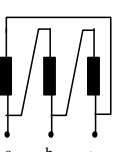
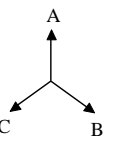
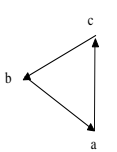
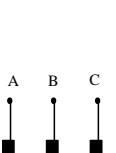
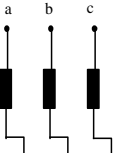
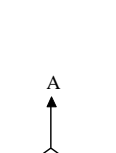
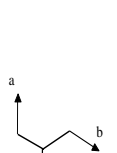
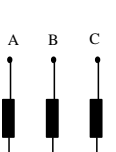
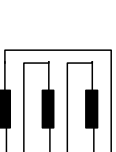
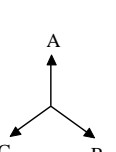
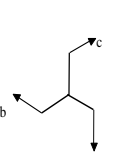
- Il rapporto di trasformazione dipende dal collegamento delle fasi primarie e secondarie

# CLASSIFICAZIONE

Seguendo le Norme CEI, la classificazione dei trasformatori trifase segue i seguenti criteri:

- il **collegamento a stella** viene indicato con **Y** al primario e con **y** al secondario;
- il **collegamento a triangolo** viene indicato con **D** al primario e con **d** al secondario;
- viene indicato lo **sfasamento tra tensioni primarie e secondarie** del trasformatore; cioè la differenza di fase (fase della grandezza primaria - fase della grandezza secondaria) tra due tensioni principali di fase corrispondenti. **Nel calcolo dello sfasamento vengono trascurati gli effetti dissipativi**; in tal modo **lo sfasamento risulta essere sempre un multiplo di 30°**. Dividendo l'angolo di sfasamento per 30° si associa a tale grandezza un numero da 0 a 11 che individua il **gruppo di appartenenza** del trasformatore.

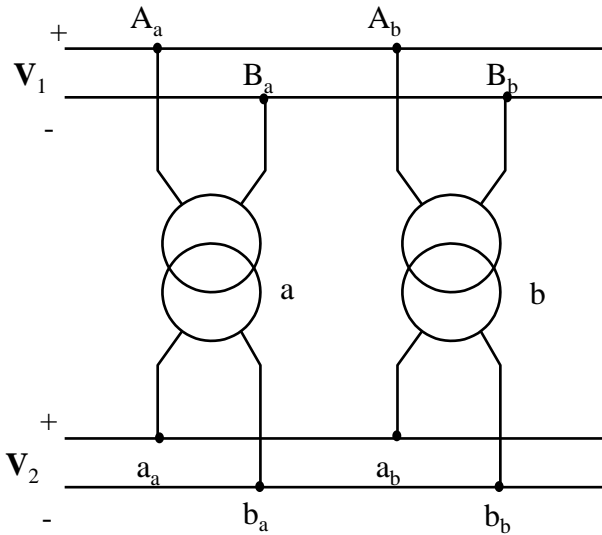
Collegamento		$\frac{V_1/V_2}{\left(K = \frac{n_1}{n_2}\right)}$					Spost. ang.	Gruppo	Denom. conv.	Note
prim.	sec.		primario	secondario	primario	secondario				
stella	stella	K					0°	0	Yy0	<p>Non permette il passaggio della 3° armonica della corrente magnetizzante. Dà curva della tensione secondaria deformata. Gli squilibri di corrente provocano forti squilibri di tensione, se non esiste filo neutro primario.</p>
							180°	6	Yy6	
triang.	triang.	K					0°	0	Dd0	
							180°	6	Dd6	
triang.	stella	$\frac{K}{\sqrt{3}}$					330°	11	Dy11	<p>Permette il passaggio della 3° armonica della corrente magnetizzante.</p>
							150°	5	Dy5	

Collegamento		$V_1/V_2$ $\left(K = \frac{n_1}{n_2}\right)$				Spost. ang.	Gruppo	Denom. conv.	Note	
stella	triang.	$K\sqrt{3}$					330°	11	Yd11	
							150°	5	Yd5	
stella	zig-zag	$\frac{2K}{\sqrt{3}}$					330°	11	Yz11	<p>Diminuisce gli squilibri sul primario dovuti a squilibri sul secondario. Annulla la 3° armonica della tensione secondaria. Richiede un numero di spire secondarie maggiore di quello per il collegamento a stella.</p>
							150°	5	Yz5	

*Dati caratteristici di trasformatori per cabine di distribuzione MT / bt*

<b>Potenza (kVA)</b>	25	50	100	250	400	630
<b>Tensioni a vuoto (kV)</b>	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4
<b>Tensioni di c.c. (%)</b>	4	4	4	4	4	4
<b>Corrente a vuoto (%)</b>	3.3	2.9	2.5	2.1	1.9	1.8
<b>Perdite:</b> - nel rame e addizionali (W) - nel ferro (W)	700 115	1100 190	1750 320	3250 650	4600 930	6500 1300
<b>Rendimento (%)</b> (a pieno carico e $\cos\varphi = 1$ )	96.84	97.48	97.97	98.46	98.63	98.78

# PARALLELO DEI TRASFORMATORI

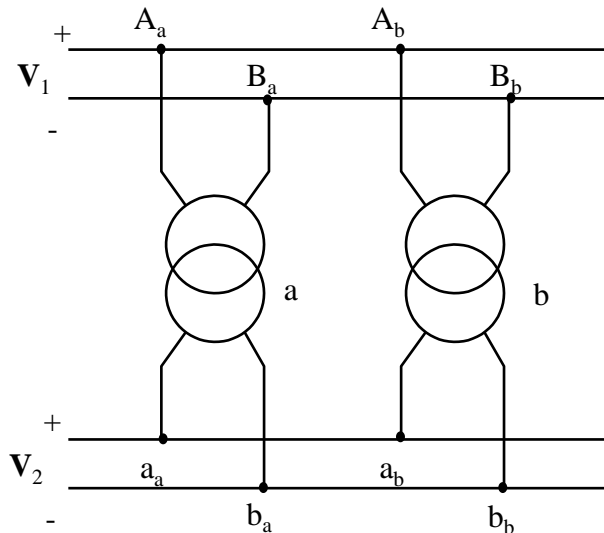


Affinché il parallelo tra due trasformatori funzioni correttamente **a vuoto**, devono essere verificate le seguenti condizioni:

- I trasformatori devono avere le **stesse tensioni nominali sia primaria che secondaria**. Se così non fosse, si avrebbe infatti, nel funzionamento a vuoto, una circolazione di corrente nella maglia costituita dagli avvolgimenti secondari dei trasformatori collegati in parallelo (maglia  $aa - ba - bb - ab - aa$  della figura).
- **Nel caso di trasformatori trifase**, questi devono avere lo **stesso gruppo di appartenenza**. Se i due trasformatori trifase, pur verificando la condizione di cui al punto 1, avessero diversi gruppi di appartenenza, sarebbe comunque presente, nel funzionamento a vuoto, una circolazione di corrente nei secondari dei trasformatori, dovuta alla differenza di fase delle f.e.m. indotte nei due avvolgimenti secondari in parallelo.



# PARALLELO DEI TRASFORMATORI



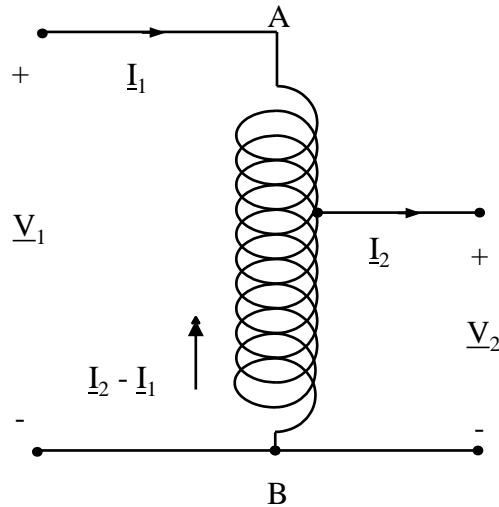
Affinché il parallelo tra due trasformatori funzioni correttamente **a carico**, devono essere verificate le seguenti condizioni:

- Le **correnti secondarie sono in fase** tra loro.
- La **potenza erogata si ripartisce** tra i due trasformatori **in maniera proporzionale alle rispettive potenze apparenti nominali**.

Affinché ciò accada i due trasformatori devono avere:

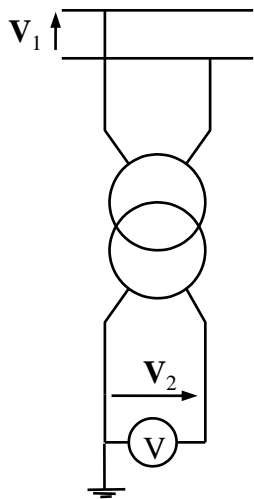
- la stessa **tensione di corto-circuito**
- lo stesso **fattore di potenza di cortocircuito**

# TRASFORMATORI SPECIALI



**Auto-trasformatore:** è presente un solo avvolgimento (manca quindi l'isolamento elettrico tra il circuito primario e quello secondario)

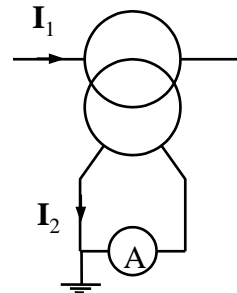
In condizioni nominali funziona come un trasformatore con due avvolgimenti ma risulta economicamente conveniente.



## Trasformatore voltmetrico TV

E' costruito in modo da rendere trascurabili le perdite nel rame, nel funzionamento a vuoto:

$$V_1 = KV_2$$



## Trasformatore amperometrico TA

E' costruito in modo da rendere trascurabili le perdite nel ferro, nel funzionamento in corto-circuito:

$$I_1 = \frac{I_2}{K}$$