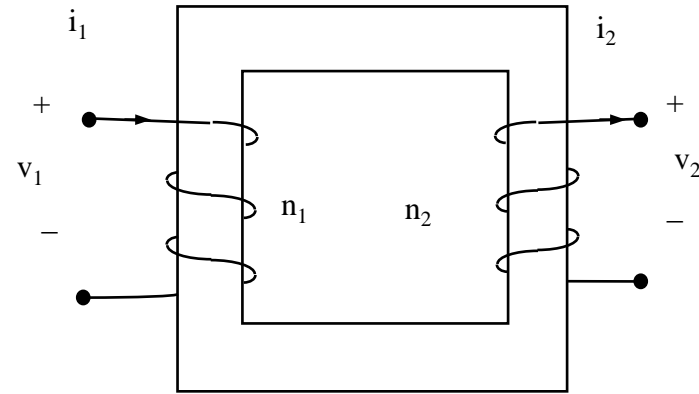


TRASFORMATORE

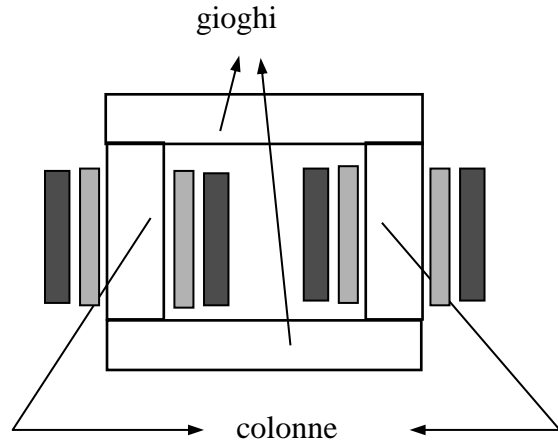
PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

La figura mostra lo schema di principio di un trasformatore monofase:

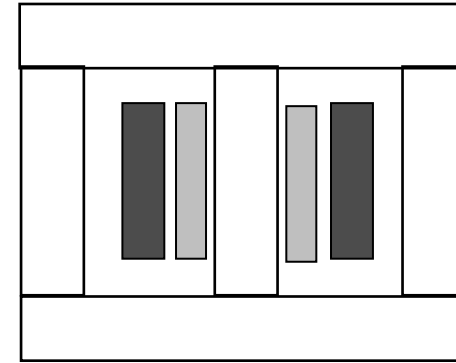


- Attorno ad un nucleo di materiale ferromagnetico sono avvolti due avvolgimenti composti rispettivamente da n_1 spire (avvolgimento primario) ed n_2 spire (avvolgimento secondario).
- Quando si alimenta il primario facendo circolare una corrente alternata i_1 , il campo magnetico prodotto da tale corrente induce nel secondario una f.e.m. Se l'avvolgimento secondario è chiuso su un carico la f.e.m. indotta fa circolare una corrente alternata i_2 . Il rapporto tra i valori efficaci delle tensioni v_1 , v_2 e delle correnti i_1 , i_2 dipende dal rapporto tra i numeri di spire
- Il trasformatore permette quindi il trasferimento di potenza, in corrente alternata, tra il circuito primario e quello secondario, in assenza di contatto elettrico tra i due circuiti, a diversi valori della tensione e della corrente.

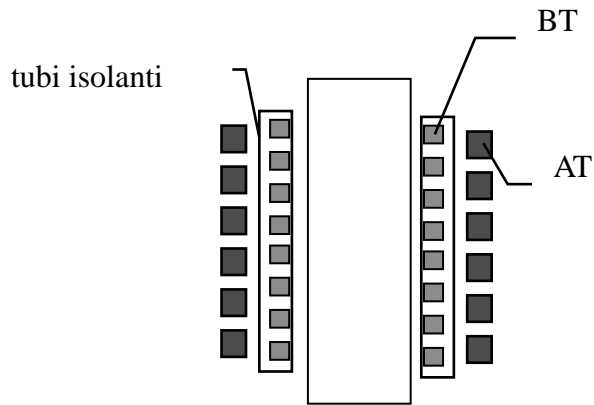
CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE



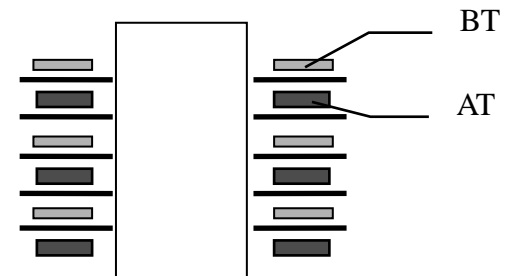
Trasformatore con nucleo a colonne



Trasformatore con nucleo a mantello



Avvolgimenti concentrici

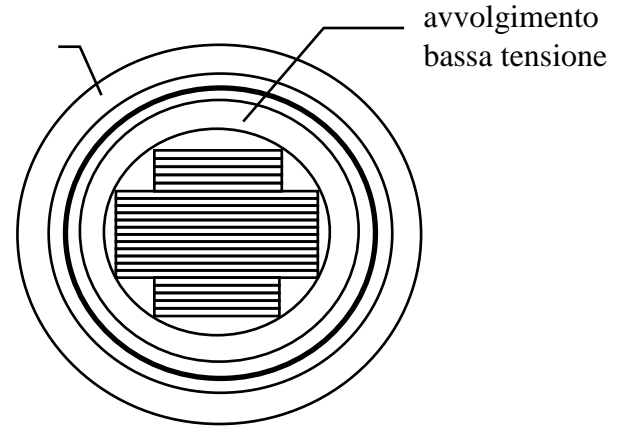


Avvolgimenti a bobine alternate

CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE

Sezione di una colonna del nucleo magnetico

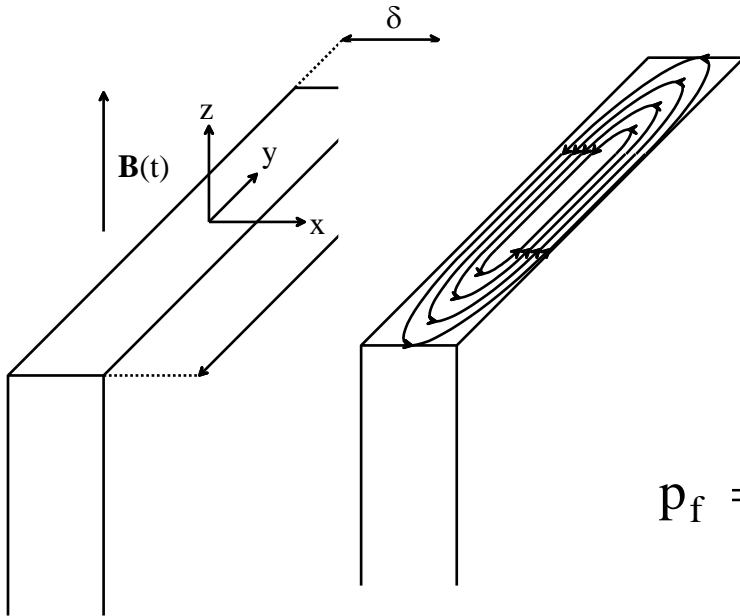
avvolgimento
alta tensione



Fenomeni di perdita nel ferro:

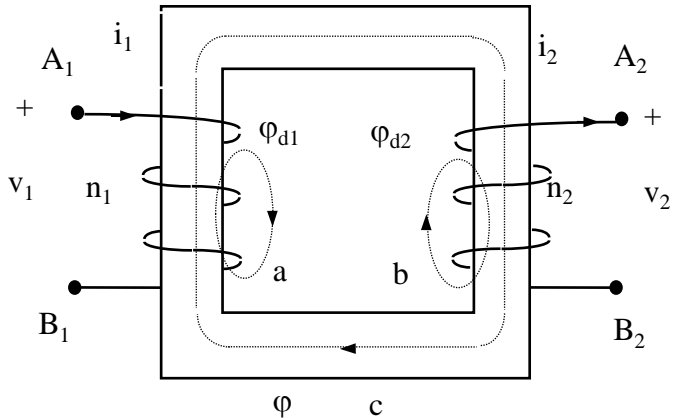
- Isteresi magnetica
- Correnti parassite (di Foucault)

$$\mathbf{B}(x, y, z, t) = \mathbf{k} B_M \cos(\omega t)$$



$$p_f = k'_{ist} f B_M^{1.6} + k'_{cp} \delta^2 f^2 B_M^2, [\text{watt} / \text{kg}]$$

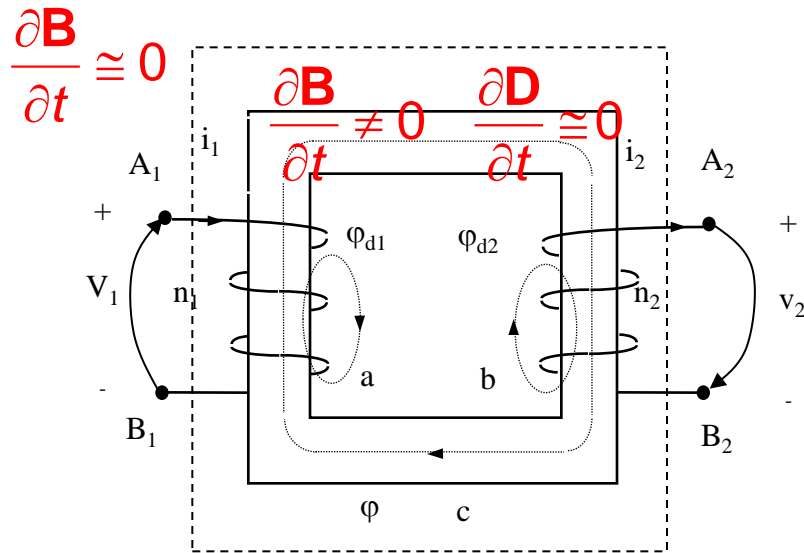
EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE



Andamento qualitativo delle linee di campo della induzione magnetica in un trasformatore monofase

- Una linea di campo della induzione magnetica è necessariamente chiusa e si concatena con almeno uno dei due avvolgimenti del trasformatore.
- Vi sono linee che, a causa dell'elevato valore della permeabilità magnetica dei lamierini di cui è costituito il nucleo, si sviluppano completamente all'interno di quest'ultimo e si concatenano quindi con entrambi i circuiti ed altre linee invece che si sviluppano in parte al di fuori del nucleo e perciò si concatenano solo con uno dei due avvolgimenti.
- Al flusso φ attraverso una sezione normale del nucleo magnetico, dovuto alle linee del tipo c, si dà il nome di flusso "principale".
- Con i simboli φ_{d1} e φ_{d2} si indicano i flussi "dispersi" concatenati con l'intero avvolgimento 1 e l'intero avvolgimento 2 rispettivamente, cioè i flussi dovuti alle linee di campo del tipo a e del tipo b.

EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE



Modello campi

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\mathbf{E} = \rho_{Cu} \mathbf{J} \quad \text{Nei fili di rame}$$

Modello circuitale

- La derivata temporale del vettore induzione magnetica è trascurabile in tutto lo spazio all'esterno del trasformatore, ne segue che in tale regione (a connessione lineare semplice) il campo elettrico è conservativo.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\int_{B_1, \text{aria}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{A_1, \text{rame}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} (n_1 \phi + \phi_{d1})$$

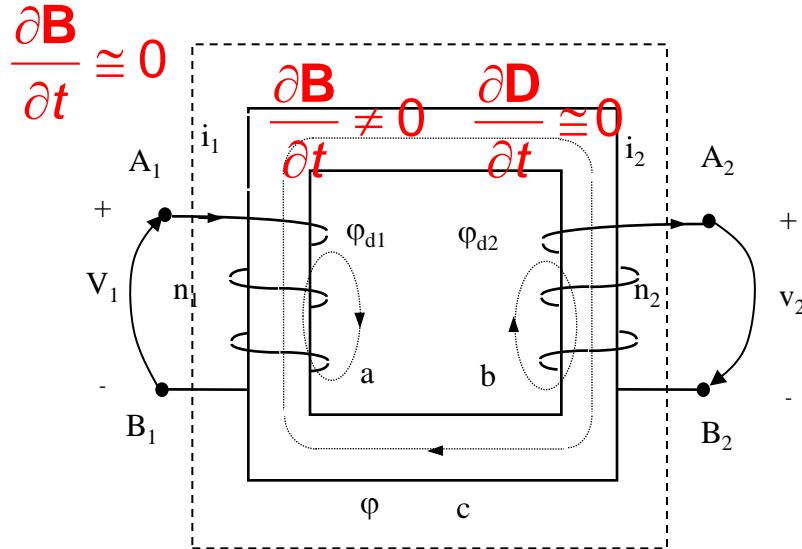
$$v_1 = R_1 i_1 + L_{d1} \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\phi}{dt}$$

Analogamente

$$v_2 = -R_2 i_2 - L_{d2} \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{B_1, \text{aria}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \cong V(B_1) - V(A_1) = -v_1 \\ \int_{A_1, \text{rame}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_0^{L_1} \rho_{Cu} \frac{i_1}{S_1} dl = i_1 \left(\int_0^{L_1} \frac{\rho_{Cu}}{S_1} dl \right) = R_1 i_1 \\ \phi_{d1} = L_{d1} i_1 \end{array} \right.$$

EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE



Modello campi

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu_m \mathbf{H} \quad \text{Nel nucleo magnetico}$$

Modello circuitale

- I fenomeni legati alla densità di corrente di spostamento sono trascurabili

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = n_1 i_1 - n_2 i_2$$



$$\mathcal{R} \varphi = n_1 i_1 - n_2 i_2$$

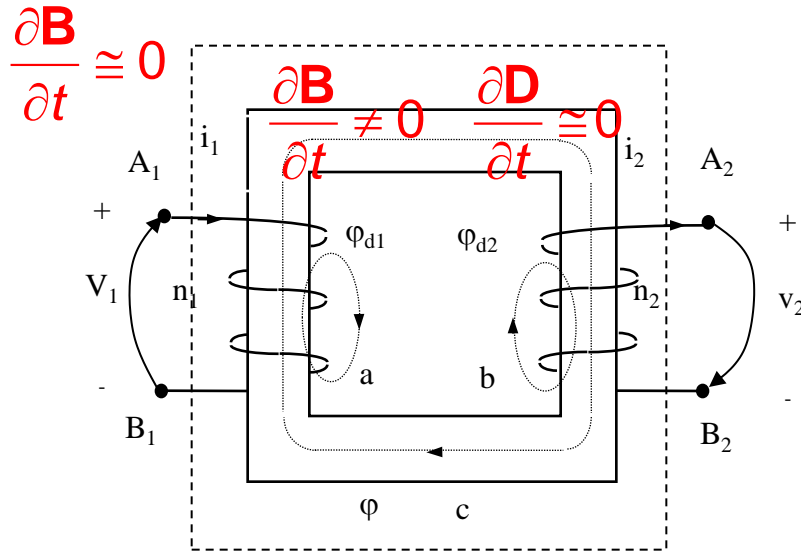
$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_c \frac{\mathbf{B}}{\mu_m} \cdot d\mathbf{l} = \oint_c \frac{\mathbf{B} S_m}{\mu_m S_m} \cdot d\mathbf{l} = \varphi \oint_c \frac{d\mathbf{l}}{\mu_m S_m} = \mathcal{R} \varphi$$



\mathcal{R} : riluttanza magnetica del nucleo

EQUAZIONI DEL TRASFORMATORE

Modello circuitale



$$v_1 = R_1 i_1 + L_{d1} \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$v_2 = -R_2 i_2 - L_{d2} \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\Re \phi = n_1 i_1 - n_2 i_2$$

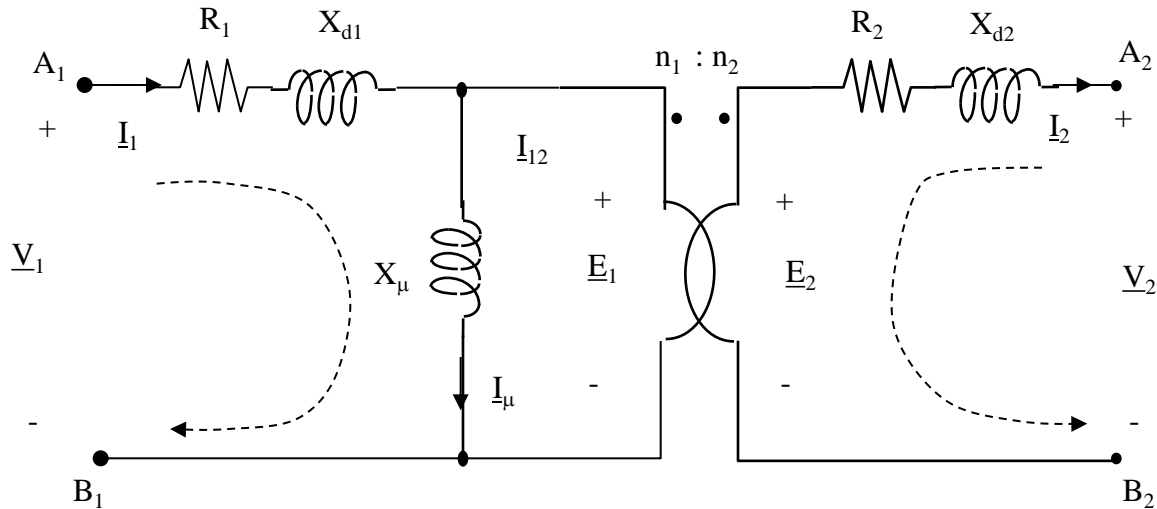
In regime di corrente alternata alla pulsazione ω :

$$\underline{V}_1 = R_1 \underline{i}_1 + j\omega L_{d1} \underline{i}_1 + j n_1 \omega \underline{\Phi}$$

$$\underline{V}_2 = -R_2 \underline{i}_2 - j\omega L_{d2} \underline{i}_2 + j n_2 \omega \underline{\Phi}$$

$$\Re \underline{\Phi} = n_1 \underline{i}_1 - n_2 \underline{i}_2$$

CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



$$\text{L.K.T.} \left\{ \begin{array}{l} \underline{V}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_{d1} \underline{I}_1 + j X_\mu \underline{I}_\mu \\ \underline{V}_2 = -R_2 \underline{I}_2 - j X_{d2} \underline{I}_2 + j \frac{n_2}{n_1} X_\mu \underline{I}_\mu \end{array} \right. \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}_1 - \underline{I}_{12} \quad \text{L.K.C.}$$

$$\underline{I}_{12} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2$$

corrente secondaria ridotta a primario

$$X_{d1} = \omega L_{d1}$$

reattanza di dispersione dell'avvolgimento primario

$$X_{d2} = \omega L_{d2}$$

reattanza di dispersione dell'avvolgimento secondario

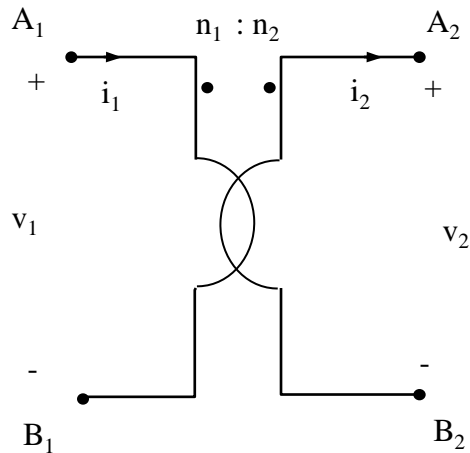
$$X_\mu = \omega \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}$$

reattanza magnetizzante riferita a primario

$$\underline{I}_\mu = \frac{\mathcal{R} \phi}{n_1}$$

corrente magnetizzante riferita a primario

CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



Trasformatore ideale

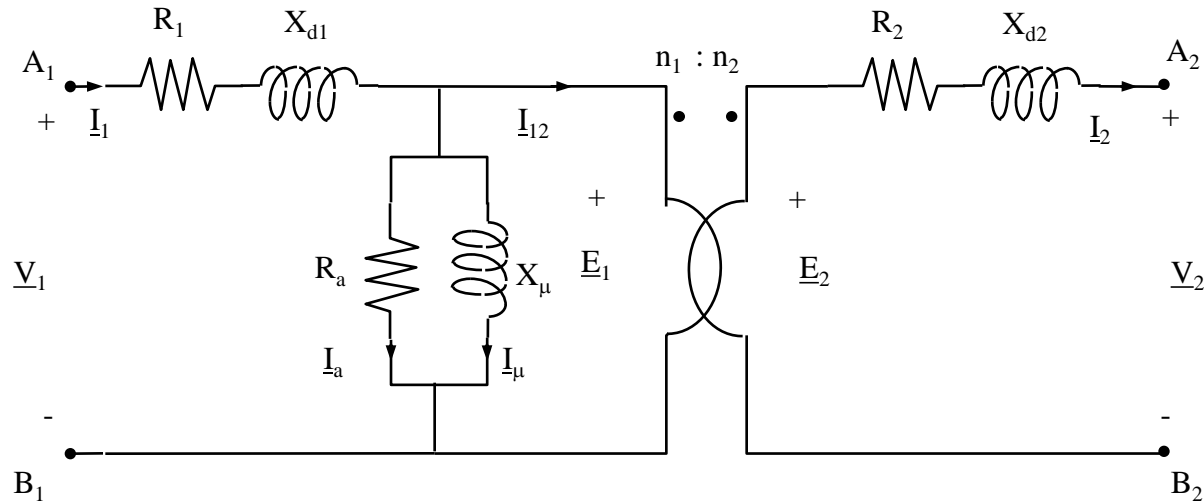
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad ; \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\underline{V}_1}{\underline{V}_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad ; \quad \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

- La potenza assorbita a primario dal trasformatore ideale ($p_1 = v_1 i_1$) risulta in ogni istante uguale a quella erogata al secondario ($p_2 = v_2 i_2$).
- Con riferimento al regime sinusoidale di frequenza f , la potenza complessa assorbita a primario dal trasformatore ideale $N_1 = \underline{V}_1(\underline{I}_1)^*$ risulta uguale a quella erogata al secondario $N_2 = \underline{V}_2(\underline{I}_2)^*$.

Il trasformatore ideale non assorbe né potenza attiva né potenza reattiva, risultano però mutati i parametri (tensione e corrente) con cui la energia elettrica viene assorbita a primario ed erogata a secondario.

CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



- Per tenere conto della **potenza dissipata nel materiale ferromagnetico per isteresi e per correnti parassite** si introduce nel circuito elettrico equivalente del trasformatore reale (valido solo alle basse frequenze) la **resistenza attiva R_a** percorsa dalla **corrente attiva I_a**

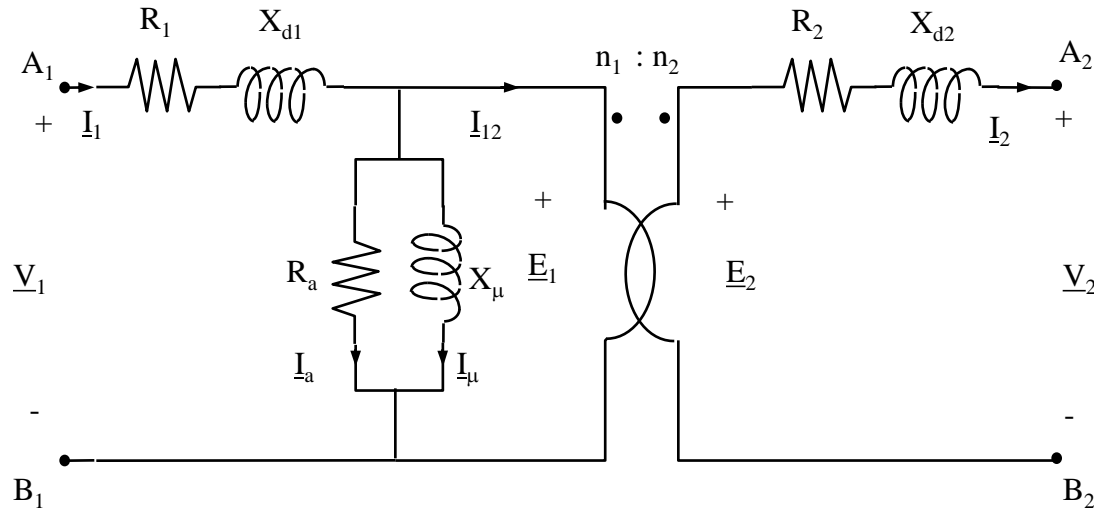
$$\underline{V}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{d1} \underline{I}_1 + jX_{\mu} \underline{I}_{\mu}$$

$$\underline{V}_2 = -R_2 \underline{I}_2 - jX_{d2} \underline{I}_2 + j \frac{n_2}{n_1} X_{\mu} \underline{I}_{\mu}$$

$$jX_{\mu} \underline{I}_{\mu} - R_a \underline{I}_a = 0$$

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_1 - \underline{I}_{\mu} - \underline{I}_a$$

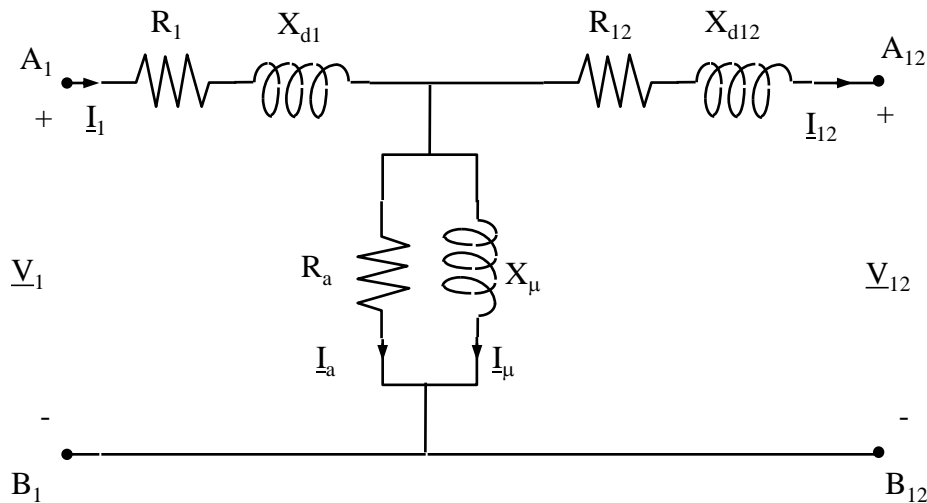
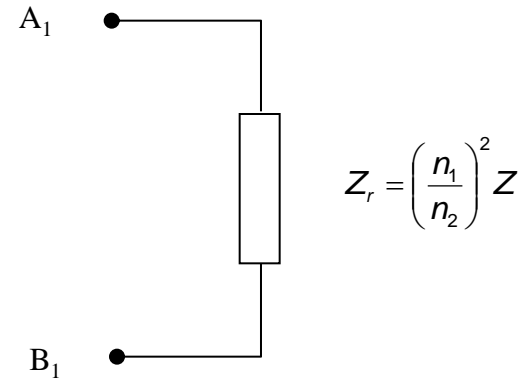
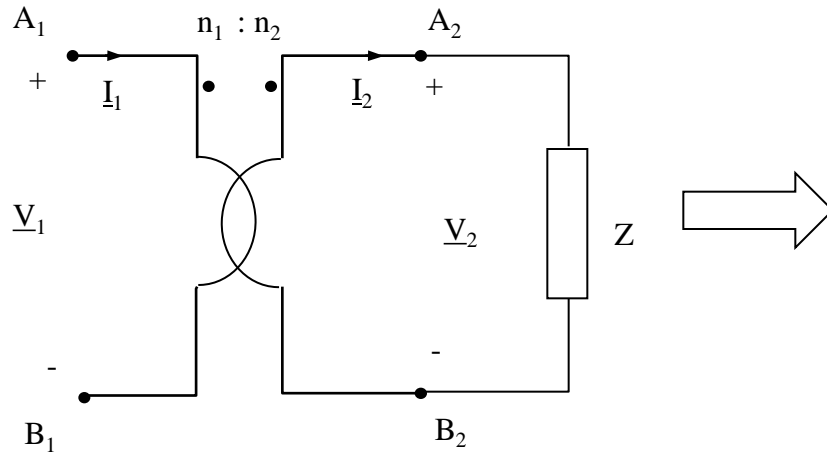
CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE



Il trasformatore “reale”
assorbe sia **potenza attiva**
che **potenza reattiva**.

- La potenza attiva viene dissipata (trasformata in calore) in parte negli avvolgimenti (per effetto Joule) ed in parte nel nucleo ferromagnetico (per effetto Joule e per isteresi).
- La potenza reattiva assorbita serve per sostenere i flussi dispersi ed il flusso principale.
- La presenza di flussi dispersi introduce uno sfasamento tra la tensione primaria e la tensione secondaria.
- La riluttanza finita del nucleo comporta l'assorbimento a primario, anche nel funzionamento a vuoto di una corrente magnetizzante che risulta in quadratura col flusso principale.

RIDUZIONE A PRIMARIO



R_{12} : resistenza secondaria ridotta a primario

X_{d12} : reattanza di dispersione secondaria ridotta a primario

I_{12} : corrente secondaria ridotta a primario

V_{12} : tensione secondaria ridotta a primario

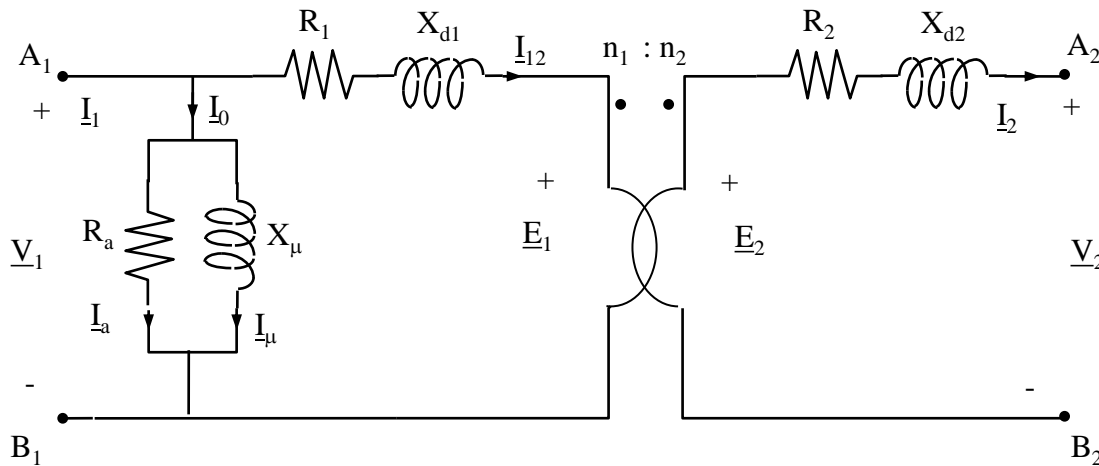
$$R_{12} = R_2 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

$$X_{d12} = X_{d2} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

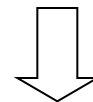
$$I_{12} = I_2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$V_{12} = V_2 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

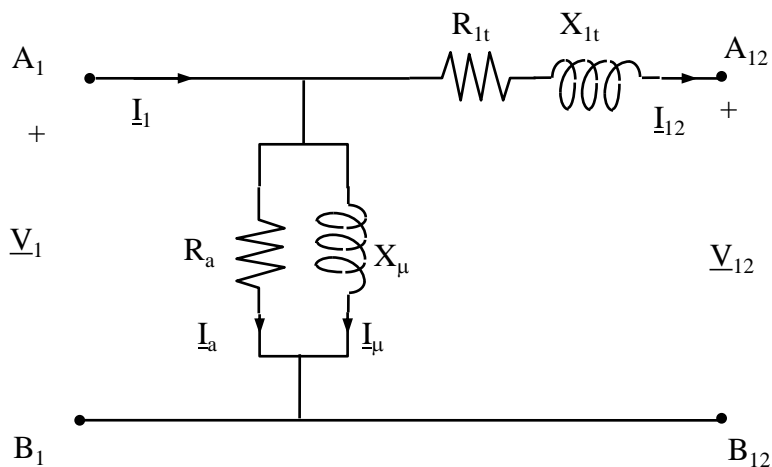
CIRCUITO EQUIVALENTE SEMPLIFICATO



$$|R_1 + jX_{d1}| \ll \left| \frac{jR_a X_\mu}{R_a + jX_\mu} \right|$$



Circuito elettrico equivalente del trasformatore **semplificato**



$$R_{1t} = R_1 + R_{12}$$

resistenza totale ridotta a primario

$$X_{1t} = X_{d1} + X_{d12}$$

reattanza di dispersione totale ridotta a primario

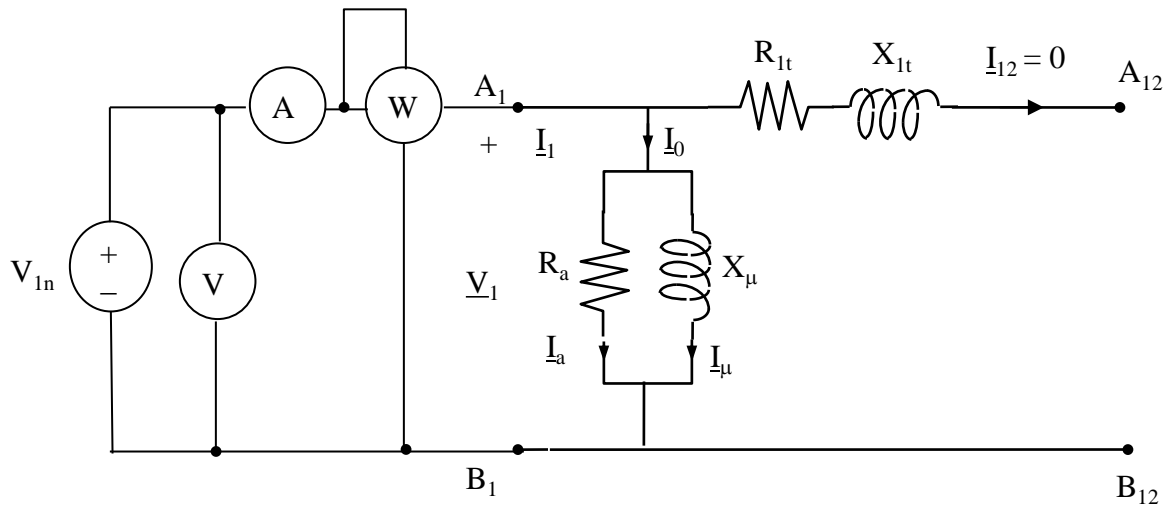
$$R_{2t} = R_2 + R_{21}$$

resistenza totale ridotta a secondario

$$X_{2t} = X_{d2} + X_{d21}$$

reattanza di dispersione totale ridotta a secondario

PROVA A VUOTO



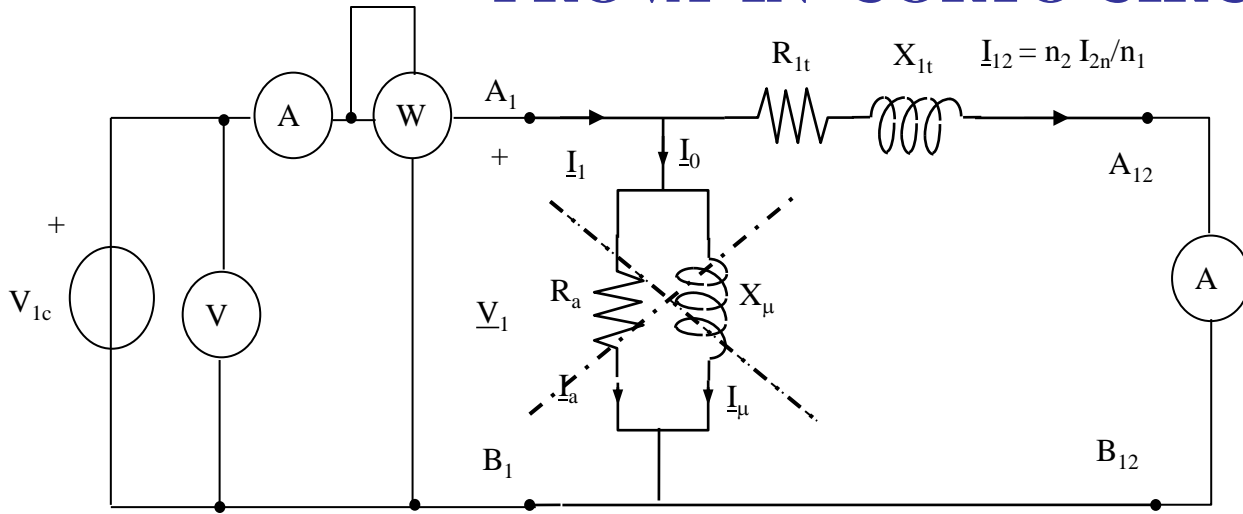
$$R_a = \frac{V_{10}^2}{P_0},$$

$$X_\mu = \frac{V_{10}^2}{\sqrt{(V_{10} I_{10})^2 - P_0^2}}$$

La prova a vuoto viene eseguita alimentando il primario con la sua tensione nominale e mantenendo il secondario in circuito aperto e misurando a primario, la tensione (V_{10}), la corrente (I_{10}) e la potenza attiva assorbita (P_0)

Mediante la prova a vuoto è possibile misurare il valore dei parametri del circuito equivalente relativi alle perdite nel ferro

PROVA IN CORTO CIRCUITO



$$R_{1t} = \frac{P_c}{I_{1c}^2},$$

$$X_{1t} = \frac{\sqrt{(V_{1c} I_{1c})^2 - P_c^2}}{I_{1c}^2}$$

La prova in cortocircuito viene effettuata alimentando il primario del trasformatore con il secondario chiuso su un amperometro (la bassa impedenza dell'amperometro permette di considerare il secondario chiuso in cortocircuito) e misurando e a primario, la tensione (V_{1c}), la corrente (I_{1c}) e la potenza attiva assorbita (P_c).

- La tensione primaria deve essere tale che il valore efficace della corrente erogata a secondario, che viene misurato dall'amperometro, sia pari alla corrente nominale. Tale valore della tensione viene chiamato tensione di cortocircuito (V_{1c}) e risulta essere pari ad un frazione ($< 10\%$) della tensione nominale primaria.

Mediante la prova in corto circuito è possibile misurare il valore dei parametri del circuito equivalente relativi alle perdite nel rame

RENDIMENTO CONVENZIONALE

Il rendimento del trasformatore (η) viene definito come il rapporto tra la potenza attiva erogata a secondario (P_2) e la potenza attiva assorbita a primario (P_1); indicando con P_d la potenza dissipata (trasformata in calore) all'interno del trasformatore risulta

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_d}$$

La determinazione sperimentale di tale grandezza risulta difficoltosa:

- E' necessario poter disporre in laboratorio di un carico in grado di assorbire la potenza nominale del trasformatore che può risultare anche di parecchi MW.
- Non essendo presenti parti rotanti nel trasformatore, il rendimento dello stesso è molto elevato (può essere superiore al 99.5) e piccoli errori nella misura delle potenze assorbite ed erogate possono produrre un errore notevole nella determinazione del rendimento.

Le norme definiscono un rendimento convenzionale del trasformatore (η_{conv}).

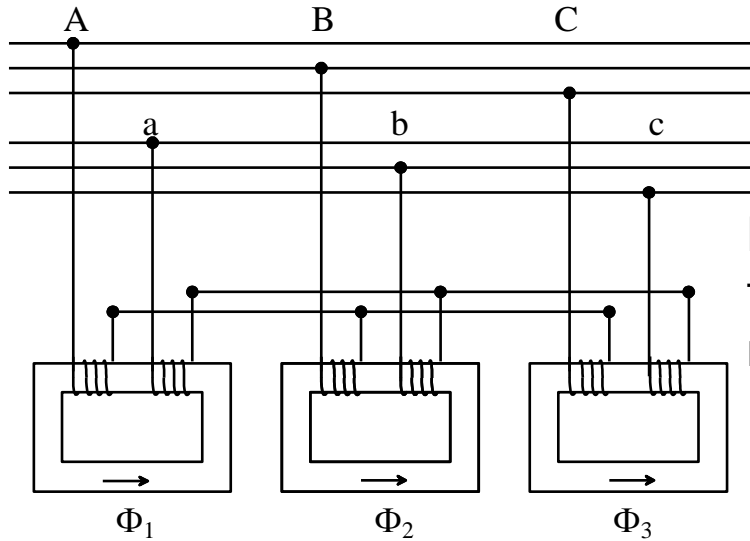
$$\eta_{conv} = \frac{A_n \cos \varphi}{A_n \cos \varphi + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

A_n : potenza apparente nominale del trasformatore, che è indicata sui dati di targa del trasformatore stesso

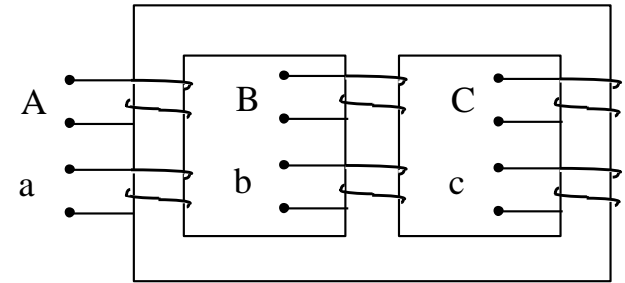
P_{Cu} : perdite nel rame, valutate mediante la prova in cortocircuito,

P_{Fe} : sono le perdite nel ferro, valutate mediante la prova a vuoto.

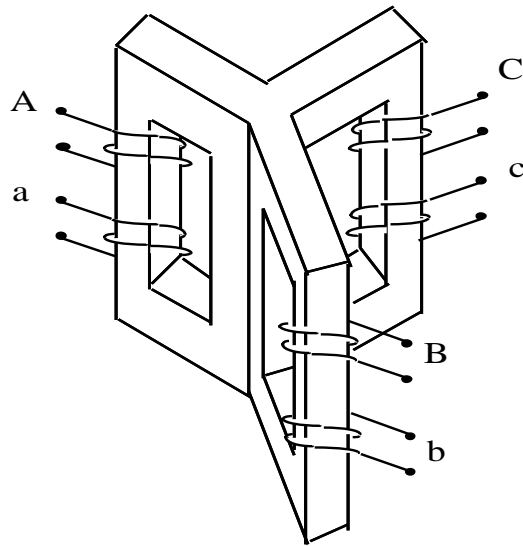
TRASFORMATORE TRIFASE



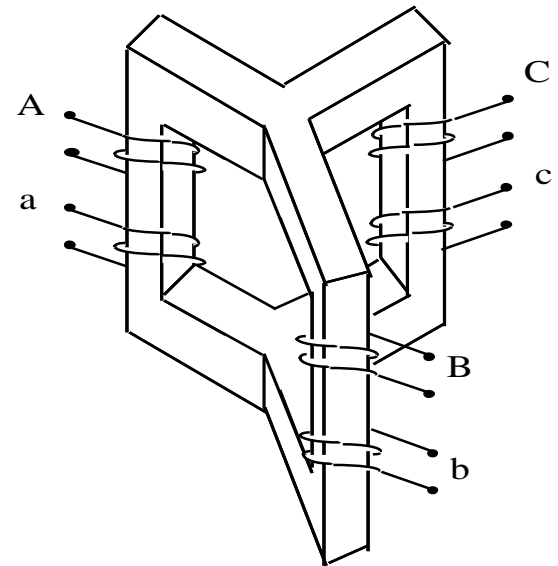
Banco di tre trasformatori monofase



Trasformatore trifase con nucleo complanare

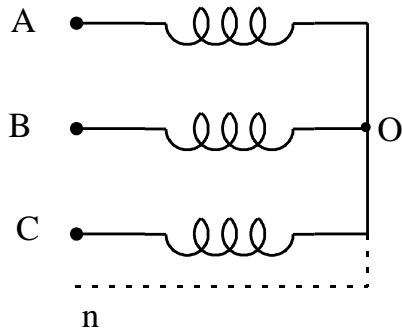


Trasformatore trifase equivalente al banco di tre trasformatori monofase

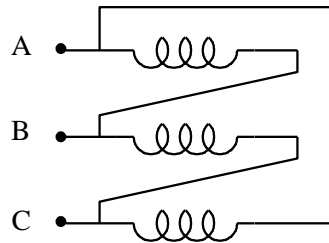


Trasformatore trifase con nucleo simmetrico

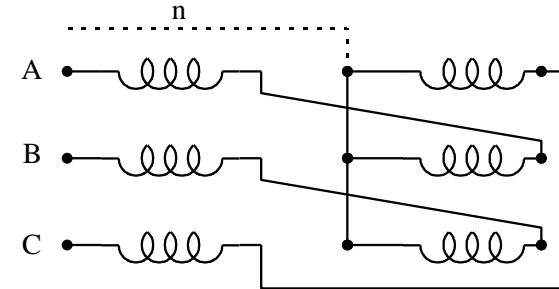
COLLEGAMENTI DELLE FASI



Collegamento
a stella



Collegamento
a triangolo



Collegamento
a zig-zag

- Il **rapporto di trasformazione** di un trasformatore trifase (K) viene definito come il rapporto tra il valore efficace delle tensioni concatenate corrispondenti alle coppie di morsetti omologhi primari e secondari, relativo al funzionamento a vuoto del trasformatore (trascurando quindi le cadute di tensione interne del trasformatore):

$$K = \frac{V_{AB}}{V_{ab}}$$

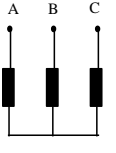
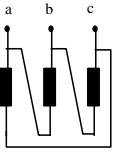
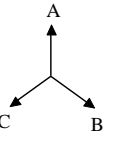
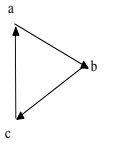
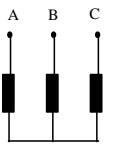
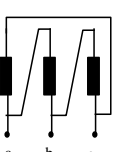
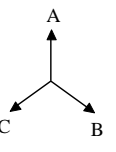
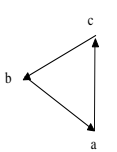
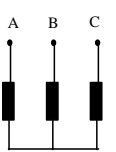
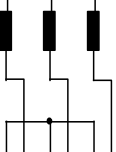
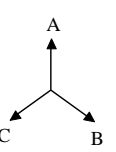
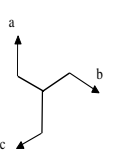
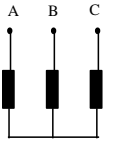
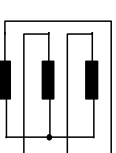
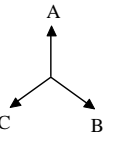
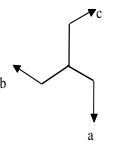
- Il rapporto di trasformazione dipende dal collegamento delle fasi primarie e secondarie

CLASSIFICAZIONE

Seguendo le Norme CEI, la classificazione dei trasformatori trifase segue i seguenti criteri:

- il **collegamento a stella** viene indicato con **Y** al primario e con **y** al secondario;
- il **collegamento a triangolo** viene indicato con **D** al primario e con **d** al secondario;
- viene indicato lo **sfasamento tra tensioni primarie e secondarie** del trasformatore; cioè la differenza di fase (fase della grandezza primaria - fase della grandezza secondaria) tra due tensioni principali di fase corrispondenti. **Nel calcolo dello sfasamento vengono trascurati gli effetti dissipativi**; in tal modo **lo sfasamento risulta essere sempre un multiplo di 30°**. Dividendo l'angolo di sfasamento per 30° si associa a tale grandezza un numero da 0 a 11 che individua il **gruppo di appartenenza** del trasformatore.

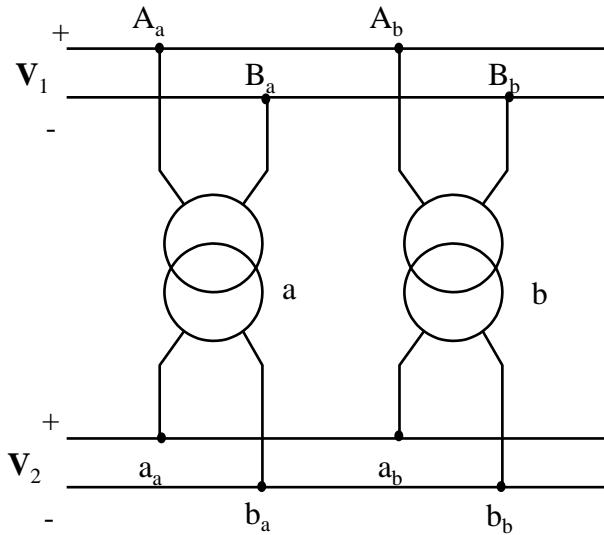
Collegamento		$\frac{V_1/V_2}{\left(K = \frac{n_1}{n_2}\right)}$					Spost. ang.	Gruppo	Denom. conv.	Note
prim.	sec.		primario	secondario	primario	secondario				
stella	stella	K					0°	0	Yy0	Non permette il passaggio della 3° armonica della corrente magnetizzante. Dà curva della tensione secondaria deformata. Gli squilibri di corrente provocano forti squilibri di tensione, se non esiste filo neutro primario.
							180°	6	Yy6	
triang.	triang.	K					0°	0	Dd0	
							180°	6	Dd6	
triang.	stella	$\frac{K}{\sqrt{3}}$					330°	11	Dy11	Permette il passaggio della 3° armonica della corrente magnetizzante.
							150°	5	Dy5	

Collegamento		V_1/V_2 $\left(K = \frac{n_1}{n_2}\right)$					Spost. ang.	Gruppo	Denom. conv.	Note
stella	triang.	$K\sqrt{3}$					330°	11	Yd11	
							150°	5	Yd5	
stella	zig-zag	$\frac{2K}{\sqrt{3}}$					330°	11	Yz11	<p>Diminuisce gli squilibri sul primario dovuti a squilibri sul secondario. Annulla la 3° armonica della tensione secondaria. Richiede un numero di spire secondarie maggiore di quello per il collegamento a stella.</p>
							150°	5	Yz5	

Dati caratteristici di trasformatori per cabine di distribuzione MT / bt

Potenza (kVA)	25	50	100	250	400	630
Tensioni a vuoto (kV)	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4
Tensioni di c.c. (%)	4	4	4	4	4	4
Corrente a vuoto (%)	3.3	2.9	2.5	2.1	1.9	1.8
Perdite: - nel rame e addizionali (W) - nel ferro (W)	700 115	1100 190	1750 320	3250 650	4600 930	6500 1300
Rendimento (%) (a pieno carico e $\cos\varphi = 1$)	96.84	97.48	97.97	98.46	98.63	98.78

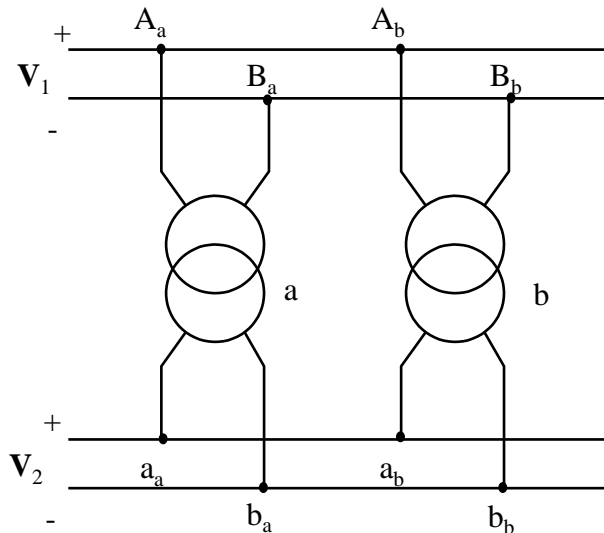
PARALLELO DEI TRASFORMATORI



Affinché il parallelo tra due trasformatori funzioni correttamente **a vuoto**, devono essere verificate le seguenti condizioni:

- I trasformatori devono avere le **stesse tensioni nominali sia primaria che secondaria**. Se così non fosse, si avrebbe infatti, nel funzionamento a vuoto, una circolazione di corrente nella maglia costituita dagli avvolgimenti secondari dei trasformatori collegati in parallelo (maglia $aa - ba - bb - ab - aa$ della figura).
- **Nel caso di trasformatori trifase**, questi devono avere lo **stesso gruppo di appartenenza**. Se i due trasformatori trifase, pur verificando la condizione di cui al punto 1, avessero diversi gruppi di appartenenza, sarebbe comunque presente, nel funzionamento a vuoto, una circolazione di corrente nei secondari dei trasformatori, dovuta alla differenza di fase delle f.e.m. indotte nei due avvolgimenti secondari in parallelo.

PARALLELO DEI TRASFORMATORI



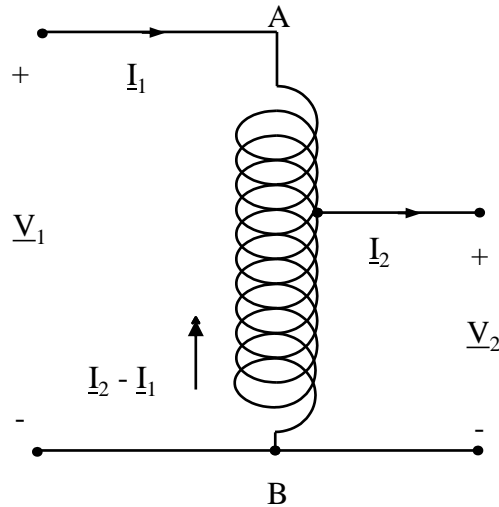
Affinché il parallelo tra due trasformatori funzioni correttamente **a carico**, devono essere verificate le seguenti condizioni:

- Le **correnti secondarie sono in fase** tra loro.
- La **potenza erogata si ripartisce** tra i due trasformatori **in maniera proporzionale alle rispettive potenze apparenti nominali**.

Affinché ciò accada i due trasformatori devono avere:

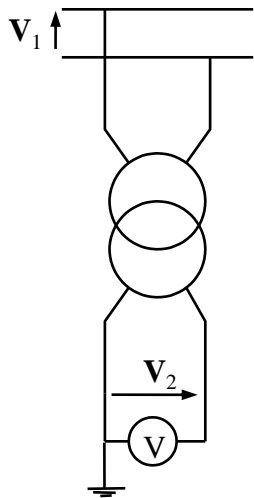
- la stessa **tensione di corto-circuito**
- lo stesso **fattore di potenza di cortocircuito**

TRASFORMATORI SPECIALI



Auto-trasformatore: è presente un solo avvolgimento (manca quindi l'isolamento elettrico tra il circuito primario e quello secondario)

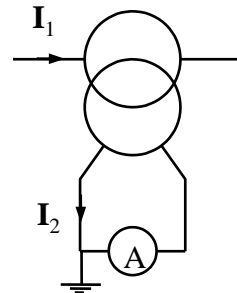
In condizioni nominali funziona come un trasformatore con due avvolgimenti ma risulta economicamente conveniente.



Trasformatore voltmetrico TV

E' costruito in modo da rendere trascurabili le perdite nel rame, nel funzionamento a vuoto:

$$V_1 = KV_2$$



Trasformatore amperometrico TA

E' costruito in modo da rendere trascurabili le perdite nel ferro, nel funzionamento in corto-circuito:

$$I_1 = \frac{I_2}{K}$$